

2025 学年第一学期 9 月学情调研

八年级数学试卷

时间：90 分钟 满分 100 分 2025. 09

考生注意：

1. 本试卷含五个大题，共 26 题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在试卷上答题一律无效；
3. 各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出计算的主要步骤。

一、选择题 (18 分)

1. 下列判断正确的是 ()

A. -64 的立方根是 -4

B. 49 的算术平方根是 ± 7

C. $\frac{1}{81}$ 的立方根是 $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{16}$ 的平方根是 $\frac{1}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查立方根、平方根及算术平方根的概念及求法，熟记立方根、平方根及算术平方根的计算方法是解决问题的关键。

【详解】解：A、 -64 的立方根是 -4 ，判断正确，符合题意；

B、 49 的算术平方根是 7 ，判断错误，不符合题意；

C、 $\frac{1}{81}$ 的立方根是 $\sqrt[3]{\frac{1}{81}} \neq \frac{1}{9}$ ，判断错误，不符合题意；

D、 $\frac{1}{16}$ 的平方根是 $\pm \frac{1}{4}$ ，判断错误，不符合题意；

故选：A.

2. 在数 $0.\dot{1}\dot{6}$ ， $\frac{\pi-1}{2}$ ， $\sqrt[3]{27}$ ， $\frac{16}{3}$ ， $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $2.3030030003\cdots$ （相邻两个“3”之间“0”的个数一次加 1

个）中，无理数的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了无理数的定义，立方根，无理数就是无限不循环小数。理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称，即有限小数和无限循环小数是有理数，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 $0.1010010001\cdots$ ，等有这样规律的数。据此

解答即可.

【详解】解: $\sqrt[3]{27} = 3$.

无理数有 $\frac{\pi-1}{2}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $2.3030030003\cdots$ (相邻两个“3”之间“0”的个数一次加1个), 共3个.

故选: C.

3. 下列说法错误的是 ()

- A. 任何一个有限小数都可以化为分数
- B. 任何一个无限循环小数都可以化为分数
- C. 任何一个分数都可以化为小数
- D. 任何一个无限小数都是有理数

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了分数与小数的互化及有理数的概念, 需逐一分析各选项的正确性.

【详解】解: A. 有限小数都可化为分数, 正确, 因有限小数可表示为分母为 10^n 的分数, 如 $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$,

故该选项不符合题意;

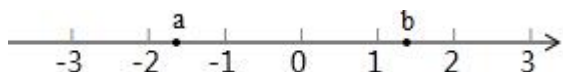
B. 无限循环小数可化为分数, 正确, 无限循环小数属于有理数, 如 $0.333\cdots = \frac{1}{3}$, 可通过代数方法化为分数, 故该选项不符合题意;

C. 分数可化为小数, 正确, 分数是整数相除的结果, 必为有限小数或无限循环小数, 如 $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$, 故该选项不符合题意;

D. 任何无限小数都是有理数, 错误, 无限小数包含无限循环小数(有理数)和无限不循环小数(如 π 、 $\sqrt{2}$, 属于无理数), 因此, D 的说法不成立, 故该选项符合题意.

故选: D.

4. 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示, 化简 $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(b-1)^2} - \sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是 ().



- A. -2
- B. 0
- C. $-2a$
- D. $2b$

【答案】A

【解析】

【分析】根据实数 a 和 b 在数轴上的位置得出其取值范围, 再利用二次根式的性质和绝对值的性质即可求出答案.

【详解】解: 由数轴可知 $-2 < a < -1$, $1 < b < 2$,

$$\therefore a+1 < 0, \quad b-1 > 0, \quad a-b < 0,$$

$$\therefore \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(b-1)^2} - \sqrt{(a-b)^2}$$

$$= |a+1| + |b-1| - |a-b|$$

$$= -(a+1) + (b-1) + (a-b)$$

$$=-2$$

故选 A.

【点睛】此题主要考查了实数与数轴之间的对应关系，以及二次根式的性质，要求学生正确根据数在数轴上的位置判断数的符号以及绝对值的大小，再根据运算法则进行判断.

5. 利用计算器计算出的下表中各数的算术平方根如下:

...	$\sqrt{0.0625}$	$\sqrt{0.625}$	$\sqrt{6.25}$	$\sqrt{62.5}$	$\sqrt{625}$	$\sqrt{6250}$	$\sqrt{62500}$	...
...	0.25	0.7906	2.5	7.906	25	79.06	250	...

根据以上规律, 若 $\sqrt{25.6} \approx 5.06$, $\sqrt{2.56} = 1.60$, 则 $\sqrt{0.256} = (\quad)$

A. 0.160

B. 0.506

C. 16.0

D. 50.6

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了算术平方根和被开方数间关系, 先根据表格得到规律, 再根据规律确定结果, 根据表格得到规律, 是解决本题的关键.

【详解】由表格可以发现: 被开方数的小数点 (向左或者右) 每移动两位, 其算术平方根的小数点相应的向相同方向移动一位.

$$\therefore \sqrt{0.256} = \sqrt{0.01 \times 25.6} = 0.1 \times \sqrt{25.6} \approx 0.1 \times 5.06 = 0.506,$$

故选: B.

6. 课堂上老师提出一个问题: “一个数是 74088, 它的立方根是多少?” 小明脱口而出: “42”. 老师十分惊奇, 忙问计算的奥妙. 小明给出以下方法:

①由 $10^3 = 1000$, $100^3 = 1000000$, 能确定 $\sqrt[3]{74088}$ 是两位数;

②由 74088 的个位上的数是 8, 因为 $2^3 = 8$, 能确定 $\sqrt[3]{74088}$ 的个位上的数是 2;

③如果划去 74088 后面的三位 088 得到数 74, 而 $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, 由此能确定 $\sqrt[3]{74088}$ 的十位上的数是 4.

(提示: $6^3 = 216, 7^3 = 343, 8^3 = 512, 9^3 = 729$)

已知 $\sqrt[3]{185193}$ 为整数, 请利用以上方法, 则 $\sqrt[3]{185193}$ 的每位数上的数字之和为 ()

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

【答案】A

【解析】

【分析】按照小明的计算方法解答即可.

本题考查了立方根的估算, 熟练掌握估算方法是解题的关键.

【详解】解: $\sqrt[3]{185193}$ 为整数, 根据题意, 得

①由 $10^3 = 1000, 100^3 = 1000000$, 能确定 $\sqrt[3]{185193}$ 是两位数;

②由 185193 的个位上的数是 3, 因为 $7^3 = 343$, 能确定 $\sqrt[3]{185193}$ 的个位上的数是 7;

③如果划去 185193 后面的三位 193 得到数 185, 而 $5^3 = 125, 6^3 = 216$, 由此能确定 $\sqrt[3]{185193}$ 的十位上的数是 5.

故 $\sqrt[3]{185193} = 57$,

由 $5 + 7 = 12$,

故选: A.

二、填空题 (24 分)

7. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ (填 “>”, “<” 或者 “=”).

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查了实数的大小比较. 估算 $\sqrt{5}$ 的取值范围, 然后比较 $\sqrt{5}-2$ 与 1 的大小即可.

【详解】解: $\because 4 < 5 < 9$,

$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3$,

$\therefore 0 < \sqrt{5}-2 < 1$,

$\therefore \frac{\sqrt{5}-2}{2} < \frac{1}{2}$.

故答案为: <.

8. $\sqrt{81}$ 的平方根是_____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】 此题考查了平方根和算术平方根. 根据平方根和算术平方根的定义进行计算即可.

【详解】 解: $\because \sqrt{81} = 9, \pm\sqrt{9} = \pm 3,$

$\therefore \sqrt{81}$ 的平方根是 $\pm 3,$

故答案为: ± 3

9. 据统计, 截至 2018 年底, 上海市常住人口数量约为 24180000 人, 将 24180000 这个数保留三个有效数字并用科学记数法表示是_____.

【答案】 2.42×10^7

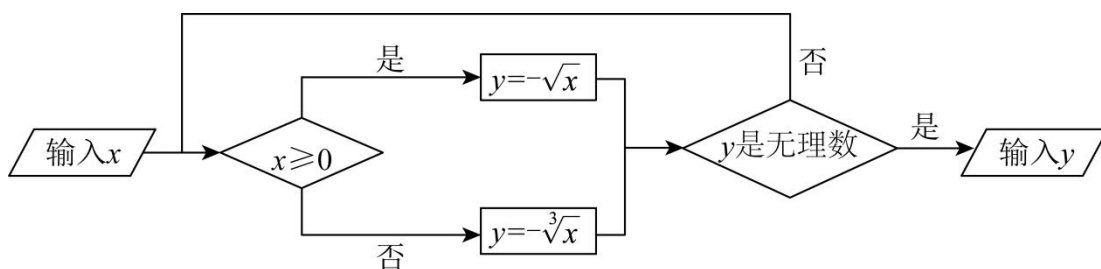
【解析】

【分析】 此题考查了有效数字、科学记数法的表示方法., 运用科学记数法进行解答, 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负整数.

【详解】 解: $24180000 = 2.418 \times 10^7 \approx 2.42 \times 10^7.$

故答案为: $2.42 \times 10^7.$

10. 根据下图中的程序, 当输入 x 为 36 时, 输出的值是_____.



【答案】 $\sqrt[3]{6}$

【解析】

【分析】 此题主要考查了立方根、算术平方根的性质和应用. 根据立方根、算术平方根的含义和求法, 以及有理数、无理数的含义和求法, 求出当输入的 x 为 36 时, 输出的值是多少即可.

【详解】 解: 当输入 x 为 36 时, $y = -\sqrt{36} = -6,$

-6 是有理数, $y = -\sqrt[3]{-6} = \sqrt[3]{6}$, 是无理数,

$\therefore$ 当输入的 x 为 36 时, 输出的值是 $\sqrt[3]{6}$.

故答案为: $\sqrt[3]{6}$.

11. 若实数 a, b 满足 $\sqrt{a-5} + 2\sqrt{5-a} = b+4$, 则 $a-b$ 的平方根是_____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】 根据 $\sqrt{a-5}$ 和 $\sqrt{5-a}$ 有意义得出 $a=5$, $b=-4$, 再代入求解即可.

【详解】 $\because \sqrt{a-5}$ 和 $\sqrt{5-a}$ 有意义, 则 $a=5$,

故 $b=-4$,

$$\text{则 } \sqrt{a-b} = \sqrt{5-(-4)} = \sqrt{9} = 3,$$

$\therefore a-b$ 的平方根是: ± 3 .

故答案为: ± 3 .

【点睛】 本题考查了求平方根的问题, 掌握平方根的性质以及解法是解题的关键.

12. 已知 $6+\sqrt{13}$ 的整数部分为 a , 小数部分为 b , 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

【答案】 ①. 9 ②. $\sqrt{13}-3$

【解析】

【分析】 此题主要考查了估算无理数的大小, 正确得出 $\sqrt{13}$ 的取值范围是解题关键.

先求出 $\sqrt{13}$ 的取值范围, 再求出 $9 < 6+\sqrt{13} < 10$, 进而得出答案.

【详解】 解: $\because \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$,

$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

$$\therefore 9 < 6+\sqrt{13} < 10$$

$$\therefore 6+\sqrt{13} \text{ 的整数部分为 } a=9, \text{ 小数部分为 } b=\sqrt{13}+6-9=\sqrt{13}-3,$$

故答案为: 9, $\sqrt{13}-3$.

13. 数轴上点 A 表示的数为 1, 点 B, C 分别位于点 A 的两侧, 且到点 A 的距离相等. 已知点 B 到原点的距离为 $\sqrt{2}$, 则点 C 表示的数是_____.

【答案】 $2-\sqrt{2}$ 或 $2+\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有关实数和数轴的简单应用，先根据点 B 到原点的距离，求出点 B 表示的数，然后分两种情况：当点 B 在点 A 右侧时和当点 B 在点 A 左侧时，利用两点间的距离公式，求出 AB 和 AC ，进行解答即可.

【详解】 解： $\because$ 点 B 到原点的距离为 $\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 点 B 表示的数是 $\pm\sqrt{2}$ ，

当点 B 在点 A 右侧时，

$\therefore$ 点 A 表示的数为 1，点 B 表示的数为 $\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = \sqrt{2} - 1$ ，

$\therefore$ 点 B ， C 到点 A 的距离相等，

$\therefore AC = AB = \sqrt{2} - 1$ ，

$\therefore$ 当点 B 表示的数是 $\sqrt{2}$ 时，点 C 表示的数是： $1 - (\sqrt{2} - 1) = 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 - \sqrt{2}$ ；

当点 B 在点 A 左侧时，

$\therefore$ 点 A 表示的数为 1，点 B 表示的数是 $-\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = 1 - (-\sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$ ，

$\therefore AB = AC = 1 + \sqrt{2}$ ，

点 C 表示的数是 $1 + (1 + \sqrt{2}) = 1 + 1 + \sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$ ，

综上所述：点 C 表示的数为： $2 - \sqrt{2}$ 或 $2 + \sqrt{2}$ ，

故答案为： $2 - \sqrt{2}$ 或 $2 + \sqrt{2}$.

14. 若 a 的平方根等于它本身， x ， y 互为倒数， p ， q 两数不相等，且数轴上表示 p ， q 两个数的点到原点的距离相等，则 $(a+1)^2 - (-xy)^{2016} (p+q)$ 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 利用平方根，倒数，相反数的定义求出 a ， xy ， $p+q$ 的值，代入原式计算即可得到结果.

【详解】 $\because a$ 的平方根等于它本身， $\therefore a=0$.

$\because x, y$ 互为倒数， $\therefore xy=1$.

$\because p, q$ 两数不相等，且数轴上表示 p, q 两个数的点到原点的距离相等， $\therefore p+q=0$ ， $\therefore (a+1)^2 - (-xy)$

$$= 1^2 - (-1)^{2016} \times 0$$

$$= 1^2 - (-1)^{2016} \times 0$$

$$= 1 - 0$$

$$= 1.$$

故答案为 1.

【点睛】本题考查了代数式求值，数轴，以及平方根，倒数，相反数，熟练掌握运算是解答本题的关键.

15. 已知 m, n 是有理数，且 $(\sqrt{5}+2)m + (3-2\sqrt{5})n + 7 = 0$ ，则 $m^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了实数的运算，解二元一次方程组，负整数指数幂，能够结合有理数加减后仍是有理数这一性质列出二元一次方程组是解题关键.

化简题目中方程可得 $\sqrt{5}(m-2n) + (2m+3n+7) = 0$ ，根据 m, n 是有理数，可知 $m-2n=0$ ，列方程求解即可求出 m, n 的值，代入即可求出答案.

【详解】解： $\because (\sqrt{5}+2)m + (3-2\sqrt{5})n + 7 = 0$,

$$\therefore \sqrt{5}m + 2m + 3n - 2\sqrt{5}n + 7 = 0,$$

$$\therefore \sqrt{5}(m-2n) + (2m+3n+7) = 0,$$

$\because m, n$ 是有理数,

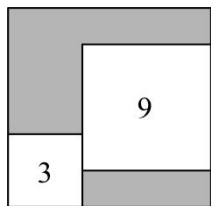
$$\therefore \begin{cases} m-2n=0 \\ 2m+3n+7=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} m=-2 \\ n=-1 \end{cases}.$

$$\therefore m^n = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$$

故答案为： $-\frac{1}{2}$.

16. 如图, 从一个大正方形中裁去面积为 3cm^2 和 9cm^2 的两个小正方形, 则阴影部分的面积为_____.



【答案】 $6\sqrt{3}\text{cm}^2$

【解析】

【分析】 本题考查了正方形面积与边长的关系, 二次根式的计算和面积的和差关系, 先根据正方形面积公式求出两个小正方形的边长, 进而得到大正方形的边长, 再根据正方形面积公式求出大正方形的面积, 最后用大正方形的面积减去两个小正方形的面积, 即可得到阴影部分的面积.

【详解】 解: $\because$ 大正方形的边长为 $\sqrt{3} + \sqrt{9} = 3 + \sqrt{3}(\text{cm})$,

$\therefore$ 大正方形的面积为 $(3 + \sqrt{3})^2 = 12 + 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$,

$\therefore$ 阴影部分的面积为 $12 + 6\sqrt{3} - 3 - 9 = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$.

17. 对于任意的正数 m 、 n 定义运算 $\ast$, $m \ast n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} (m \geq n) \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} (m < n) \end{cases}$, 计算 $(3 \ast 2) \times (4 \ast 9)$ 的结果为_____.

【答案】 $5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了新定义运算, 二次根式的混合运算. 根据新定义运算得到 $3 \ast 2$ 、 $4 \ast 9$ 的结果, 再相乘即可.

【详解】 $\because m \ast n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} (m \geq n) \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} (m < n) \end{cases}$,

$\therefore 3 \ast 2 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $4 \ast 9 = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$,

$\therefore (3 \ast 2) \times (4 \ast 9) = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times 5 = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$.

故答案为: $5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$.

18. 观察下列各式: $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{1+3} = 2$, $\sqrt{1+3+5} = 3$, $\sqrt{1+3+5+7} = 4$, $\sqrt{1+3+5+7+9} = 5$;

(1) 已知 n 为正整数, $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\cdots+(2n-1)} =$ _____;

(2) $\sqrt{4+12+20+28+36+44+\cdots+180}$ 的值为_____.

【答案】 ①. n ②. 46

【解析】

【分析】此题考查了平方根运算规律的归纳与运用能力，关键是能通过观察、猜想准确归纳出该类问题的运算规律.

(1) 利用以上所得规律可得;

(2) 将 $\sqrt{4+12+20+28+36+44+\cdots+180}$ 变形为 $\sqrt{4(1+3+5+7+9+11+\cdots+45)}$ 然后根据解析 (1) 中得出的结论进行求解即可.

【详解】解: (1) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\cdots+(2n-1)} = \sqrt{\left(\frac{1+2n-1}{2}\right)^2} = \sqrt{(n)^2}$

$\therefore n$ 为正整数

$$\therefore \sqrt{n^2} = n$$

故答案为: n ;

$$\begin{aligned} (2) & \sqrt{4+12+20+28+36+44+\cdots+180} \\ &= \sqrt{4(1+3+5+7+9+11+\cdots+45)} \\ &= \sqrt{4\left(\frac{1+45}{2}\right)^2} \\ &= 2 \times 23 \\ &= 46 \end{aligned}$$

故答案为: 46.

三、解答题 (58 分)

19. 计算:

$$(1) \left|1-\sqrt{5}\right| + \sqrt{(-5)^2} + (\sqrt{10}-\pi)^0 + \sqrt[3]{(-\sqrt{5})^3}.$$

$$(2) \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{4}\sqrt{3} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} \times \sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

【答案】 (1) 5

$$(2) 3\sqrt{3}$$

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式的混合运算，理解二次根式的混合运算法则是解答关键.

(1) 根据绝对值、零指数幂的运算，平方根和立方根、二次根式加减法的运算法则求解；

(2) 根据二次根式的混合运算法则进行计算求解.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & |1-\sqrt{5}| + \sqrt{(-5)^2} + (\sqrt{10}-\pi)^0 + \sqrt[3]{(-\sqrt{5})^3} \\ &= \sqrt{5}-1 + \sqrt{25} + 1 + (-\sqrt{5}) \\ &= \sqrt{5}-1+5+1-\sqrt{5} \\ &= 5\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{4}\sqrt{3} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} \times \sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{6}{4}\sqrt{3} - \frac{5}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}.\end{aligned}$$

20. (1) 已知 $\sqrt[3]{8a+15}$ 与 $\sqrt[3]{4b+17}$ 互为相反数，求 $2a+b$ 的立方根.

(2) 已知 $\sqrt{2a-1}=3$ ， $3a+b-1$ 的平方根是 ± 4 ， c 是 $\sqrt{60}$ 的整数部分，求 $a+2b+c$ 的算术平方根.

【答案】(1) -2; (2) 4

【解析】

【分析】(1) 根据立方根的性质和相反数的性质可得 $8a+15+4b+17=0$ ，据此 $2a+b$ 的值，进而求出其立方根；

(2) 根据算术平方根，平方根，估算无理数的大小，得出 a ， b ， c ，代入所求式子即可求解.

【详解】解：(1) $\because \sqrt[3]{8a+15}$ 与 $\sqrt[3]{4b+17}$ 互为相反数，

$$\therefore 8a+15+4b+17=0,$$

$$\therefore 8a+4b=-32,$$

$$\therefore 2a+b=-8,$$

$$\therefore 2a+b \text{ 的立方根是: } \sqrt[3]{-8} = -2;$$

$$(2) \because \sqrt{2a-1} = 3,$$

$$\therefore 2a-1 = 3^2 = 9,$$

$$\therefore a = 5,$$

$$\because 3a+b-1 \text{ 的平方根是 } \pm 4,$$

$$\therefore 3a+b-1 = (\pm 4)^2 = 16,$$

$$\therefore b = 2,$$

$$\because c \text{ 是 } \sqrt{60} \text{ 的整数部分, } \sqrt{49} < \sqrt{60} < \sqrt{64},$$

$$\text{而 } \sqrt{49} = 7, \sqrt{64} = 8,$$

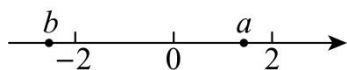
$$\therefore c = 7,$$

$$\therefore a+2b+c = 5+2 \times 2+7 = 16,$$

$$\therefore a+2b+c \text{ 的算术平方根是 } 4.$$

【点睛】 本题主要考查实数的性质，立方根的性质，相反数，算术平方根和平方根的定义，估算无理数的大小，解题的关键是熟练掌握相反数，算术平方根和平方根的定义.

$$21. \text{ 实数 } a, b \text{ 在数轴上对应点的位置如图所示, } M = \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(b-2)^2} + \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{b^2}.$$



(1) 化简 M ;

(2) 当 $a = 3 - \sqrt{2}$, $b = -2\sqrt{2}$ 时, 求 M 的值.

【答案】 (1) $2a - b$

(2) 6

【解析】

【分析】 本题考查了实数与数轴，求一个数的算术平方根，实数的运算，采用数形结合的思想是解此题的关键.

(1) 由数轴可得 $b < -2$, $0 < a < 2$, 从而得出 $a+2 > 0$, $b-2 < 0$, $a-b > 0$, 再计算算术平方根后合并同类项即可;

(2) 将 $a = 3 - \sqrt{2}$, $b = -2\sqrt{2}$ 代入 (1) 中化简的式子计算即可得解.

【小问 1 详解】

解: 由数轴可得: $b < -2$, $0 < a < 2$,

$$\therefore a+2 > 0, b-2 < 0, a-b > 0,$$

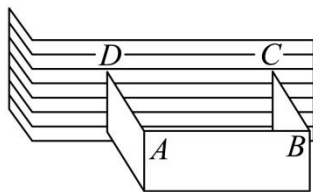
$$\begin{aligned}
 \therefore M &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(b-2)^2} + \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{b^2} \\
 &= |a+2| - |b-2| + |a-b| + |b| \\
 &= a+2 - [-(b-2)] + a-b + (-b) \\
 &= a+2+b-2+a-b-b \\
 &= 2a-b;
 \end{aligned}$$

【小问2详解】

解：当 $a = 3 - \sqrt{2}$ ， $b = -2\sqrt{2}$ 时，

$$\text{原式} = 2 \times (3 - \sqrt{2}) - (-2\sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 6.$$

22. 某农户原计划利用现有的一面墙，再修三面墙，建造如图所示的长方体池塘，用来培育鱼苗，长方体池塘长9m、宽8m、高3m. 后听从建筑师的建议改为建造等体积的正方体池塘，则待建的三面墙的总长度是多少（不考虑墙的厚度）？



【答案】待建的三面墙的总长度是18m.

【解析】

【分析】本题考查了立方根的应用，掌握长方体和正方体的体积公式是解题关键. 根据题意求出长方体的体积，进而求出建造后等体积的正方体池塘的长，即可求解.

【详解】解：∵长方体池塘长9m、宽8m、高3m，

$$\therefore \text{长方体池塘的体积为 } 9 \times 8 \times 3 = 216 (\text{m}^3),$$

$$\therefore \text{建造后等体积的正方体池塘的长为 } \sqrt[3]{216} = 6 (\text{m}),$$

$$\therefore \text{待建的三面墙的总长度是 } 6 \times 3 = 18 (\text{m}).$$

23. 数学课上，老师出了一道题：比较 $\frac{\sqrt{19}-2}{3}$ 与 $\frac{2}{3}$ 的大小.

小华的方法：因为 $\sqrt{19} > 4$ ，所以 $\sqrt{19}-2$ _____ 2，所以 $\frac{\sqrt{19}-2}{3}$ _____ $\frac{2}{3}$ (填“>”或“<”);

小英的方法: $\frac{\sqrt{19}-2}{3}-\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{19}-4}{3}$, 因为 $19>4^2=16$, 所以 $\sqrt{19}-4$ _____ 0, 所以 $\frac{\sqrt{19}-4}{3}$ _____ 0,

所以 $\frac{\sqrt{19}-2}{3}$ _____ $\frac{2}{3}$ (填 “>” 或 “<”).

(1) 将上述材料补充完整;

(2) 请从小华和小英的方法中选择一种比较 $\frac{\sqrt{6}-1}{4}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的大小.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了实数的大小比较, 算术平方根的定义, 熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

(1) 根据算术平方根的定义以及实数的大小比较方法解答即可;

(2) 采取 (1) 中相同的方法解答即可.

【小问 1 详解】

解: 小华的方法: 因为 $\sqrt{19}>4$, 所以 $\sqrt{19}-2>2$, 所以 $\frac{\sqrt{19}-2}{3}>\frac{2}{3}$;

小英的方法: $\frac{\sqrt{19}-2}{3}-\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{19}-4}{3}$, 因为 $19>4^2=16$, 所以 $\sqrt{19}-4>0$, 所以 $\frac{\sqrt{19}-4}{3}>0$, 所以

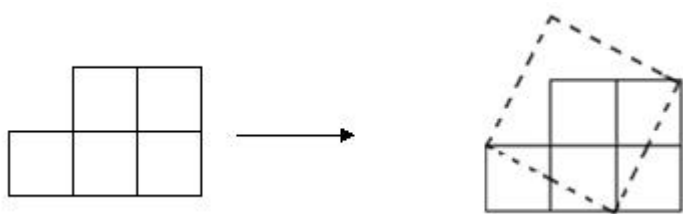
$$\frac{\sqrt{19}-2}{3}>\frac{2}{3};$$

【小问 2 详解】

解: 小华的方法: 因为 $\sqrt{6}<3$, 所以 $\sqrt{6}-1<2$, 所以 $\frac{\sqrt{6}-1}{4}<\frac{1}{2}$;

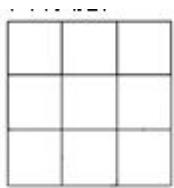
小英的方法: $\frac{\sqrt{6}-1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-3}{4}$, 因为 $6<3^2=9$, 所以 $\sqrt{6}-3<0$, 所以 $\frac{\sqrt{6}-3}{4}<0$, 所以 $\frac{\sqrt{6}-1}{4}<\frac{1}{2}$.

24. 如图, 纸上有五个边长为 1 的小正方形组成的图形纸, 我们可以把它剪开拼成一个正方形.



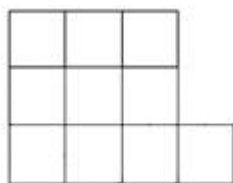
(1) 拼成的正方形的面积与边长分别是多少?

(2)你能在 3×3 方格图中，连接四个点组成面积为 5 的正方形吗？



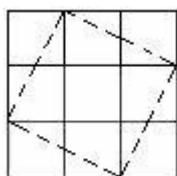
(3)你能把十个小正方形组成的图形纸，剪开并拼成正方形吗？若能，请在图中画出图形，并求出它的边长是

多少？若不能请说明理由.

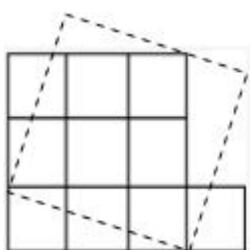


【答案】(1) 边长= $\sqrt{5}$.

(2) 能. 如图所示:



(3) 能, 如图所示:



边长= $\sqrt{10}$.

【解析】

【详解】试题分析: (1) 拼成的正方形的面积等于 5 个正方形的面积的和;

(2) 根据面积公式求出边长是 $\sqrt{5}$, 根据勾股定理 $1^2+2^2=5$, 画出正方形即可;

(3) 根据面积公式求出边长是 $\sqrt{10}$, 根据勾股定理 $1^2+3^2=10$, 画出正方形即可.

考点: 正方形的性质; 勾股定理; 作图—应用与设计作图.

点评: 巧妙地根据网格的特点画出正方形是解此题的关键.

25. 阅读材料: 若点 M , N 在数轴上分别表示实数 m , n , 那么 M , N 之间的距离可表示为 $|m-n|$. 例

如 $|3-1|$, 即表示 3, 1 在数轴上对应的两点之间的距离; 同样: $|5+3|=|5-(-3)|$ 表示 5, -3 在数轴上对

应的两点之间的距离. 根据以上信息, 完成下列题目:

(1) 已知 A , B , C 为数轴上三点, 点 A 对应的数为 $\sqrt{2}$, 点 C 对应的数为 1.

①若点 B 对应的数为 -2 , 则 B , C 两点之间的距离为_____;

②若点 A 到点 B 的距离与点 A 到点 C 的距离相等, 则点 B 对应的数是_____.

(2) 对于 $|x-3|+|x+4|$ 这个代数式.

①它的最小值为_____;

②若 $|x-3|+|x+4|+|y-1|+|y+2|=10$, 则 $x+y$ 的最大值为_____.

【答案】 (1) ①3; ② $2\sqrt{2}-1$

(2) ①7; ②4

【解析】

【分析】 (1) ①根据两点间的距离公式解答即可; ②根据两点间的距离公式解答即可;

(2) ①根据两点间的距离的几何意义解答; ②根据两点间的距离公式填空.

【小问 1 详解】

解: ① B , C 两点之间的距离为 $|-2-1|=3$;

故答案为: 3;

②设点 B 对应的数是 x ,

则有 $|x-\sqrt{2}|=|\sqrt{2}-1|$,

解得 $x=2\sqrt{2}-1$ 或 1 (舍去),

故答案为: $2\sqrt{2}-1$;

【小问 2 详解】

解: ①根据数轴的几何意义可得 -4 和 3 之间的任何一点均能使 $|x-3|+|x+4|$ 取得的值最小,

$\therefore$ 当 $-4 \leq x \leq 3$ 时, $|x-3|+|x+4|$ 的最小值为 7.

故答案为: 7;

② $\because |x-3|+|x+4|+|y-1|+|y+2|=10$,

$\therefore -4 \leq x \leq 3$, $-2 \leq y \leq 1$,

$\therefore -6 \leq x+y \leq 4$,

$\therefore x+y$ 的最大值为 4.

故答案为: 4.

【点睛】此题主要考查了绝对值的意义，实数与数轴，解题的关键是了解两点间的距离公式和两点间距离的几何意义.