

风华初级中学教育集团 2025 学年第一学期八年级数学单元练习 2

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列说法正确的是 ()

- A. 任何数都有平方根
B. 两个无理数的和一定是无理数
C. 任何实数不是正实数就是负实数
D. 实数与数轴上的点一一对应

【答案】D

【解析】

【分析】根据平方根, 无理数, 实数与数轴的关系, 解答即可.

本题考查实数的基本概念, 包括平方根、无理数的性质、实数的分类以及实数与数轴的关系.

【详解】解: $\because$ 负数没有平方根,

$\therefore$ A 错误;

$\because$ 两个无理数的和不一定是无理数, 如 $\pi + (-\pi) = 0$,

$\therefore$ B 错误;

$\because$ 0 是实数, 但既不是正实数也不是负实数,

$\therefore$ C 错误;

$\because$ 实数与数轴上的点一一对应,

$\therefore$ D 正确,

故选: D.

2. 下列等式一定成立的是 ()

- A. $(\sqrt{-a})^2 = a$
B. $-\sqrt[3]{(-a)^3} = a$
C. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
D. $\sqrt{a^2} = \pm a$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质, 立方根, 二次根式的乘法, 熟练掌握定义是解题的关键. 根据二次根式的性质, 立方根的性质, 二次根式的乘法公式逐项判断即可.

【详解】解: 对于选项 A: $\because \sqrt{-a}$ 中 $-a \geq 0$, 即 $a \leq 0$,

$\therefore (\sqrt{-a})^2 = -a$,

$\therefore$ A 选项错误;

对于选项 B: $\because -\sqrt[3]{(-a)^3} = -(-a) = a$,

$\therefore$ B 正确;

对于选项 C: $\because \sqrt{ab}$ 中 $ab \geq 0$, 且 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 分别要求 $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$,

$\therefore$ 当且仅当 $a \geq 0$ 且 $b \geq 0$ 时, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 成立,

$\therefore$ C 选项错误;

对于选项 D: $\because \sqrt{a^2} = |a|$ 是一个值, 而 $\pm a$ 表示两个值,

$\therefore$ D 选项错误.

因此, 等式一定成立的是 B,

故选: B.

3. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根分别是 3, -6, 则 p, q 的值为 ()

A. $p = 3, q = 18$

B. $p = 3, q = -18$

C. $p = -3, q = -18$

D. $p = -3, q = 18$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根与系数关系, 解答的关键是熟知一元二次方程根与系数的关系: 设一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

对于方程 $x^2 + px + q = 0$, 两根之和为 $-p$, 两根之积为 q . 已知两根为 3 和 -6, 直接计算即可求解.

【详解】解: $\because$ 方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根分别为 3 和 -6,

$\therefore$ 两根之和: $3 + (-6) = -p$, 即 $-3 = -p$,

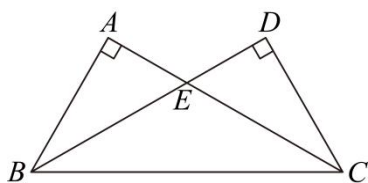
$\therefore p = 3$;

两根之积: $3 \times (-6) = q$,

即 $q = -18$.

故选: B.

4. 如图, 已知, $AB \perp AC$, $CD \perp BD$, 增加以下一个条件, 仍不能判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 全等的是 ()



- A. $AB = DC$ B. $BE = CE$ C. $\angle ABE = \angle DCE$ D. $\angle ABC = \angle DCB$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质和判定，等腰三角形的性质的应用，能正确根据全等三角形的判定定理进行推理是解此题的关键.

全等三角形的判定方法有 SAS , ASA , AAS , SSS , 根据定理逐个判断即可.

【详解】 $\because AB \perp AC$, $CD \perp BD$,

$$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ,$$

又 $\because BC = CB$,

A、当 $AB = DC$ 时, $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DCB (HL)$, 故本选项不符合题意;

B. $\because BE = CE$, $\therefore \angle ACB = \angle DBC$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (AAS)$, 故本选项不符合题意;

C. $\angle ABE = \angle DCE$, 无法确定 ABC 与 $\triangle DCB$ 的角边关系, 无法证得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 故本选项符合题意;

D. $\because \angle ABC = \angle DCB$, 可证得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB (AAS)$, 故本选项不符合题意.

故选: C.

5. C929 新型客机是我国自主研发的客机, 2025 年 9 月, 该客机开始执行“北京——长沙”的定期商业航线, 两地的航线距离约为 $1200km$, 该新型客机的平均速度比普通客机的平均速度提高了 $200km/h$, 航行时间节约了 $1h$. 设该新型客机的平均速度为 xkm/h , 则根据题意可列方程为 ()

A. $\frac{1200}{x-200} - \frac{1200}{x} = 1$

B. $\frac{1200}{x+200} - \frac{1200}{x} = 1$

C. $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+200} = 1$

D. $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x-200} = 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了分式方程与实际问题, 关键是找到相等关系列方程;

根据新型客机比普通客机航行时间节约 1 小时, 列分式方程可解.

【详解】解: $\because$ 航线距离为 $1200km$,

$\therefore$ 新型客机时间为 $\frac{1200}{x}$ h ,

普通客机时间为 $\frac{1200}{x-200}$ h ,

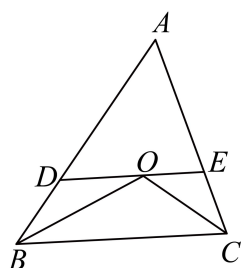
$\therefore$ 节约时间 1h ,

$$\therefore \frac{1200}{x-200} - \frac{1200}{x} = 1,$$

故答案选: A.

6. 如图, 已知: O 是 $\triangle ABC$ 三条角平分线的交点, 过点 O 作 $DE \parallel BC$, 分别交 AB , AC 于 D 、 E ,

设 $BD = a$, $DE = b$, $CE = c$ ($a \neq c$), 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的说法正确的是 ()



A. 一定有两个相等实数根

B. 一定有两个不相等实数根

C. 无实数根

D. 无法判断

【答案】 B

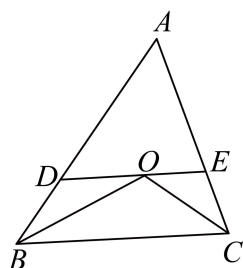
【解析】

【分析】 根据角的平分线定义, 等腰三角形的判定, 平行线的性质, 一元二次方程根的判别式, 完全平方公式, 解答即可.

本题考查了角的平分线, 等腰三角形的判定和性质, 平行线的性质, 一元二次方程根的判别式, 完全平方公式, 熟练掌握等腰三角形的判定, 根的判别式是解题的关键.

【详解】 解: $\because OB$ 和 OC 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle DBO = \angle OBC, \quad \angle ECO = \angle OCB,$$



$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle OBC, \quad \angle EOC = \angle OCB$$

$$\therefore \angle DBO = \angle DOB, \quad \angle ECO = \angle EOC$$

$$\therefore DB = DO, \quad EC = EO,$$

$$\because BD = a, \quad DE = b, \quad CE = c (a \neq c)$$

$$\therefore DB = DO = a, \quad EC = EO = c,$$

$$\therefore DE = DO + OE,$$

$$\therefore b = a + c,$$

$$\because ax^2 + bx + c = 0,$$

$$\text{且 } \Delta = b^2 - 4ac = b^2 - 4ac = (a + c)^2 - 4ac$$

$$= a^2 + c^2 + 2ac - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a - c)^2 > 0,$$

故方程有两个不相等的实数根,

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每空 2 分, 共 24 分)

7. 1 的立方根是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查求一个数的立方根. 根据立方根的定义求解即可.

【详解】 解: 1 的立方根是 1;

故答案为: 1.

8. 如果最简二次根式 $\sqrt{t-1}$ 与 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式, 那么 $t =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查的是同类二次根式的含义, 根据同类二次根式的定义, 被开方数必须相同, 把 $\sqrt{8}$ 化为最简二次根式后, 因此令 $t-1$ 等于 $\sqrt{8}$ 化简后的被开方数即可求解.

【详解】 解: $\because \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{t-1}$ 与 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式,

$\therefore t-1 = 2$, 解得 $t = 3$.

故答案为 3.

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A - \angle B = 10^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 50° ## 50 度

【解析】

【分析】根据三角形的内角和等于 180 度，能够得出答案.

【详解】解：根据三角形的内角和等于 180 度，

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \text{ 即 } \angle B = 90^\circ - \angle A,$$

$$\therefore \angle A - \angle B = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle A - (90^\circ - \angle A) = 10^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 50^\circ.$$

故答案为： 50° .

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，理解三角形的内角和等于 180 度是解题的关键.

10. 要使代数式 $\frac{\sqrt{-1-x}}{x^2-2}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \leq -1$ 且 $x \neq -\sqrt{2}$

【解析】

【分析】代数式有意义需满足根号内被开方数非负且分母不为零，分别解不等式后结合取值范围.

本题考查了代数式有意义的取值范围，熟练掌握分式有意义的条件，二次根式有意义的条件是解题的关键.

【详解】解：要使代数式 $\frac{\sqrt{-1-x}}{x^2-2}$ 有意义，需同时满足两个条件：

第一，根号下的被开方数是非负数即 $-1-x \geq 0$ ，解得 $x \leq -1$ ；

第二，分母不为零即 $x^2-2 \neq 0$ ，解得 $x \neq \pm\sqrt{2}$ ；

故 $x \leq -1$ 且 $x \neq -\sqrt{2}$ ；

故答案为： $x \leq -1$ 且 $x \neq -\sqrt{2}$.

11. 关于 x 的一元二次方程 $(m-4)x^2-3x+m^2=16$ 的常数项为 0，则 m 的值是_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的一般式，知道一元二次方程的一般形式是解决本题的关键.

由常数项为 0 可得 $m^2-16=0$ ，再结合一元二次方程二次项系数不为 0，确定 m 的值即可.

【详解】解： $(m-4)x^2-3x+m^2=16$

$$(m-4)x^2-3x+(m^2-16)=0,$$

$\therefore$ 常数项为 $m^2 - 16$ 且常数项为 0,

$$\therefore m^2 - 16 = 0$$

$$m^2 = 16,$$

解得 $m = \pm 4$,

又 $\therefore$ 方程为一元二次方程,

$$\therefore \text{二次项系数 } m - 4 \neq 0,$$

即 $m \neq 4$.

$$\therefore m = -4.$$

故答案为: -4 .

12. 已知 a 是 3 的算术平方根, 那么不等式 $2x \geq a(x+1)$ 的解集是_____.

【答案】 $x \geq 2\sqrt{3} + 3$ 或 $x \geq 3 + 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先根据算术平方根的定义求出 a 的值, 再代入不等式, 通过移项和有理化分母求解即可. 本题考查了算术平方根, 解不等式, 分母有理化, 熟练掌握解不等式, 分母有理化是解题的关键.

【详解】解: 由题意, a 是 3 的算术平方根,

$$\text{故 } a = \sqrt{3};$$

$$\text{故 } 2x \geq a(x+1) \text{ 变形得 } 2x \geq \sqrt{3}(x+1),$$

$$\text{故 } 2x \geq \sqrt{3}x + \sqrt{3},$$

$$\text{移项得 } 2x - \sqrt{3}x \geq \sqrt{3},$$

$$\text{即 } (2 - \sqrt{3})x \geq \sqrt{3},$$

$$\text{由 } 2 - \sqrt{3} > 0,$$

$$\text{故 } x \geq \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 3$$

$$\text{故解集为 } x \geq 2\sqrt{3} + 3,$$

$$\text{故答案为: } x \geq 2\sqrt{3} + 3.$$

13. 已知一元二次方程 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 的两个根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

【答案】 14.

【解析】

【详解】 试题解析: 方程 $x^2 - 8x + 12 = 0$,

因式分解得: $(x-2)(x-6) = 0$,

解得: $x=2$ 或 $x=6$,

若 2 为腰, 6 为底, $2+2 < 6$, 不能构成三角形;

若 2 为底, 6 为腰, 周长为 $2+6+6=14$.

考点: 1. 解一元二次方程-因式分解法; 2. 三角形三边关系; 3. 等腰三角形的性质.

14. 如果关于 y 的一元二次方程 $(y-2)^2 + 3 = k$ 有实数根, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \geq 3$

【解析】

【分析】 将方程化为配形式, 利用平方数的非负性直接求解.

本题考查了实数的非负性的应用, 熟练掌握性质是解题的关键.

【详解】 解: 原方程可化为 $(y-2)^2 = k-3$.

由于 $(y-2)^2 \geq 0$,

因此方程有实数根当且仅当 $k-3 \geq 0$, 即 $k \geq 3$,

故答案为: $k \geq 3$.

15. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 2x - 5 =$ _____.

【答案】 $2\left(x - \frac{1+\sqrt{11}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{11}}{2}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查在实数范围内分解因式和解一元二次方程, 先求出方程 $2x^2 - 2x - 5 = 0$ 的根, 再分解因式即可. 能求出一元二次方程的解是解此题的关键.

【详解】 解: $2x^2 - 2x - 5 = 0$,

此时 $a = 2$, $b = -2$, $c = -5$,

$\therefore b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 44 > 0$,

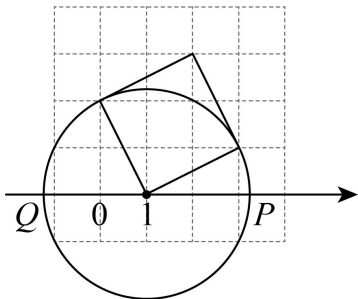
$$\therefore x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{44}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{1 + \sqrt{11}}{2}, \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{11}}{2},$$

$$\therefore 2x^2 - 2x - 5 = 2 \left(x - \frac{1 + \sqrt{11}}{2} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{11}}{2} \right).$$

$$\text{故答案为: } 2 \left(x - \frac{1 + \sqrt{11}}{2} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{11}}{2} \right).$$

16. 如图，网格中每个小方格的边长均为 1，以数轴上表示数 1 的点为圆心，阴影正方形边长为半径画圆，交数轴于点 P 和点 Q ，则点 Q 表示的数为_____.



【答案】 $1 - \sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了实数与数轴和勾股定理. 先根据勾股定理求出圆弧的半径，再求出点 Q 到表示数 1 的点的距离，然后结合点 Q 在数轴上的位置即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 正方形网格中每个小正方形的边长为 1，

$\therefore$ 阴影正方形的边长即圆弧半径为 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 点 Q 到表示数 1 的点的距离是 $\sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 点 Q 表示的数是 $1 - \sqrt{5}$ ，

故答案为： $1 - \sqrt{5}$.

17. 我国政府为解决老百姓看病难问题，决定下调药品的价格. 某种药品经过两次降价，由每盒 125 元调至 80 元. 则这种药品平均每次降价的百分率为_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，根据“药品经过两次降价，由每盒 125 元调至 80 元”，列出方程，即可求解.

【详解】解：设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，根据题意得：

$$125(1-x)^2 = 80,$$

解得： $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = 1.8$ (不符合题意，舍去)，

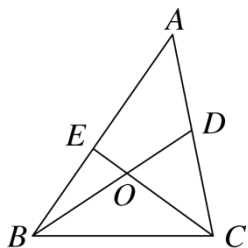
答：这种药品平均每次降价的百分率为 20%.

故答案为：20%

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键.

18. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 的中点， $CE \perp AB$ ， BD 与 CE 交于点 O ，且 $BE = CD$. 下列说法：① BD 的垂直平分线一定与 AB 相交于点 E ；② $\angle BDC = 3\angle ABD$ ；③当 E 为 AB 中点时，

$$\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{3}{4}. \text{ 其中，正确的是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

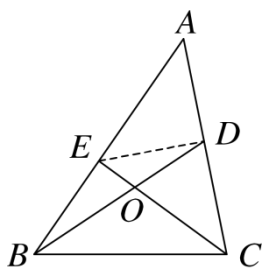


【答案】①②

【解析】

【分析】连接 DE ，由直角三角形斜边中线的定义及性质得到 $DE = \frac{1}{2}AC = CD = AD$ ，继而推出 $BE = DE$ ，据此可判断①；设 $\angle ABD = \alpha$ ，由等边对等角和三角形外角的性质可推出 $\angle A = \angle AED = \angle EDB + \angle ABD = 2\alpha$ ，然后由 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ，据此可判断②；连接 AO 并延长交 BC 于 H ，推出点 H 为 BC 的中点，进一步说明 CE 是线段 AB 的垂直平分线，可证明 $AC = BC = AB$ ，推出 $\triangle ABC$ 为等边三角形，得到 $\angle ABC = \angle BAC = 60^\circ$ ， $AH \perp BC$ ， $\angle OBA = \angle OAB = \angle OBC = 30^\circ$ ，则可证明 $OA = OB = 2OH$ ，进而得到 $AH = OA + OH = 3OH$ ，据此可判断③.

【详解】解：如图，连接 DE ，



$\because CE \perp AB$,

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$, 即 $\triangle AEC$ 为直角三角形,

$\because D$ 是 AC 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} AC = CD = AD,$$

$\because BE = CD$,

$\therefore BE = DE$,

$\therefore$ 点 E 在 BD 的垂直平分线上,

$\therefore BD$ 的垂直平分线一定与 AB 相交于点 E , 故说法①正确, 符合题意;

设 $\angle ABD = \alpha$,

$\because BE = DE$,

$\therefore \angle EDB = \angle ABD = \alpha$,

$\therefore \angle AED = \angle EDB + \angle ABD = 2\alpha$,

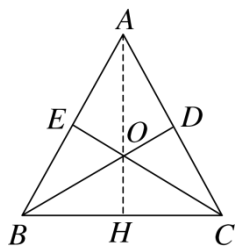
$\because DE = AD$,

$\therefore \angle A = \angle AED = 2\alpha$,

$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$,

$\therefore \angle BDC = 3\angle ABD$, 故说法②正确, 符合题意;

如图, 连接 AO 并延长交 BC 于点 H ,



$\because$ 点 D 是 AC 的中点, 点 E 为 AB 的中点,

$\therefore$ 点 H 是 BC 的中点,

又 $\because$ 点 E 为 AB 的中点, $CE \perp AB$,

$$\begin{aligned}
&\therefore BE = \frac{1}{2}AB, \quad CE \text{ 是线段 } AB \text{ 的垂直平分线}, \\
&\therefore AC = BC, \\
&\therefore CD = \frac{1}{2}AC, \quad BE = CD, \\
&\therefore AC = BC = AB, \\
&\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形}, \\
&\therefore \angle ABC = \angle BAC = 60^\circ, \quad AH \perp BC, \quad BD \perp AC, \\
&\therefore \angle OBA = \angle BAO = \angle OBC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ, \\
&\therefore OA = OB, \quad OB = 2OH, \\
&\therefore OA = OB = 2OH, \\
&\therefore AH = OA + OH = 2OH + OH = 3OH, \\
&\therefore AH \perp BC, \quad \text{点 } E \text{ 为 } AB \text{ 的中点}, \\
&\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}BC \cdot OH, \\
&S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{4}BC \cdot 3OH = \frac{3}{4}BC \cdot OH, \\
&\therefore \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot OH}{\frac{3}{4}BC \cdot OH} = \frac{2}{3}, \quad \text{故说法③不正确, 不符合题意;}
\end{aligned}$$

$\therefore$ 正确的是①②.

故答案为: ①②.

【点睛】 本题考查直角三角形斜边上的中线, 含 30° 角的直角三角形的性质, 线段垂直平分线的性质, 等腰三角形的判定与性质, 等边三角形的判定和性质, 三角形的外角的定义及性质, 三角形中线的性质, 三角形的面积等知识点, 掌握含 30° 角的直角三角形的性质及直角三角形斜边上的中线的性质、等边三角形的判定和性质是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 6 题, 19-21 题每题 5 分, 22-24 题每题 8 分, 满分 39 分)

19. 计算: $\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{-27} - |\sqrt{3} - 2|$.

【答案】 $\sqrt{3} - 2$

【解析】

【分析】 根据 $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$, $\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -3$, $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$ 化简计算即可.

本题考查了算术平方根, 立方根, 绝对值, 熟练掌握定义是解题的关键.

【详解】解： $\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{-27} - |\sqrt{3} - 2|$
 $= |-3| + (-\sqrt[3]{27}) - (2 - \sqrt{3})$
 $= 3 - 3 - 2 + \sqrt{3}$
 $= \sqrt{3} - 2.$

20. 计算： $\frac{1}{3}\sqrt{x^2y} - 4\sqrt{xy^2} \div \frac{3}{4}\sqrt{\frac{y^2}{x}}.$

【答案】 $\frac{1}{3}x\sqrt{y} - \frac{16x}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算.

根据二次根式有意义的条件得到 $x \geq 0$, $y \geq 0$, 化简二次根式, 再计算除法即可.

【详解】解： 由题意可得 $x^2y \geq 0$, $xy^2 \geq 0$, $x > 0$, $y \neq 0$,

$$\because x^2 \geq 0, \quad y^2 \geq 0,$$

$$\therefore x > 0, \quad y > 0,$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{x^2y} - 4\sqrt{xy^2} \div \frac{3}{4}\sqrt{\frac{y^2}{x}}$$

$$= \frac{1}{3}x\sqrt{y} - 4y\sqrt{x} \div \frac{3y\sqrt{x}}{4x}$$

$$= \frac{1}{3}x\sqrt{y} - \frac{16x}{3}.$$

21. 解方程： $(3x+1)^2 = \frac{1}{4}(2x-1)^2.$

【答案】 $x_1 = -\frac{3}{4}, \quad x_2 = -\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 利用直接开平方法计算即可.

本题考查了直接开平方法求解方程的根, 选择适当解方程的方法是解题的关键.

【详解】解： $\because (3x+1)^2 = \frac{1}{4}(2x-1)^2,$

$$\therefore (3x+1)^2 = \left[\frac{1}{2}(2x-1) \right]^2 = \left(x - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\therefore 3x+1=\pm\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore 3x+1=x-\frac{1}{2} \text{ 或 } 3x+1=\frac{1}{2}-x,$$

$$\text{解得 } x_1=-\frac{3}{4}, \quad x_2=-\frac{1}{8}.$$

22. 晓海与小华同时在解方程 $\frac{6}{x^2-1}-\frac{3}{x-1}=1$:

晓海:	小华:
第一步: $6-3x+3=x^2-1$	第一步: $6-3x-3=1$
第二步: $x^2+3x-10=0$	第二步: $3x=2$
第三步: $(x+5)(x-2)=0$	第三步: $x=\frac{2}{3}$
第四步: $x=-5$ 或 $x=2$	
.....	

(1) 你认为晓海的解题过程是否正确: _____ (填“是”或“否”), 如果否, 第_____步开始出现了错误; (如果“是”, 此空不填)

(2) 你认为小华的解题过程是否正确: _____ (填“是”或“否”), 如果否, 第_____步开始出现了错误; (如果“是”, 此空不填)

(3) 请写出完整的解题过程.

【答案】 (1) 否, 一 (2) 否, 一 (3) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程.

(1) 晓海在第一步开始出现错误, 整式方程应为 $6-3x-3=x^2-1$;

(2) 小华在第一步开始出现错误, 整式方程应为 $6-3x-3=x^2-1$;

(3) 先将分式方程化为整式方程, 再求解整式方程, 最后检验即可.

【小问 1 详解】

解: 晓海的解题过程不正确, 第一步开始出现错误, 整式方程应为 $6-3x-3=x^2-1$;

故答案为: 否, 一;

【小问 2 详解】

解：小华的解题过程不正确，第一步开始出现错误，整式方程应为 $6-3x-3=x^2-1$ ；

故答案为：否，一；

【小问 3 详解】

解：方程 $\frac{6}{x^2-1}-\frac{3}{x-1}=1$ ，

两边乘 $(x-1)(x+1)$ 得： $6-3(x+1)=(x-1)(x+1)$ ，

$$6-3x-3=x^2-1,$$

$$3-3x=x^2-1,$$

$$\text{移项： } x^2+3x-4=0,$$

$$\text{因式分解： } (x+4)(x-1)=0,$$

$$\text{即 } x+4=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

$$\text{解得 } x_1=-4, x_2=1,$$

检验：当 $x=1$ 时， $x^2-1=0$ ，舍去；当 $x=-4$ 时， $x^2-1 \neq 0$ ，符合，

$\therefore$ 方程解为 $x=-4$ 。

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$ 。

(1) 如果这个方程有两个不相等的实数根，求 m 的取值范围；

(2) 如果这个方程的两个实数根的平方和是 13，求 m 的值。

【答案】 (1) $m > \frac{7}{4}$

(2) $m = 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系及根的判别式、解一元二次方程，熟知一元二次方程根与系数的关系及根的判别式是解题的关键。

(1) 根据所给一元二次方程有两个不相等的实数根，得出关于 m 的不等式，据此可解决问题。

(2) 利用一元二次方程根与系数的关系，结合完全平方公式列方程，然后解方程即可解决问题。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 一元二次方程 $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = [-(2m+1)]^2 - 4 \times 1 \times (m^2 + 2) > 0$$

$$\therefore 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 8 > 0,$$

$$\text{解得 } m > \frac{7}{4},$$

$$\text{故 } m \text{ 的取值范围 } m > \frac{7}{4}.$$

【小问 2 详解】

解：设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ 的两个实数根，

$$\text{则 } x_1 + x_2 = 2m + 1, \quad x_1 x_2 = m^2 + 2, \quad \text{且 } \Delta = b^2 - 4ac = [-(2m+1)]^2 - 4 \times 1 \times (m^2 + 2) \geq 0,$$

$$\text{解得 } m \geq \frac{7}{4};$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 13,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13,$$

$$\therefore (2m+1)^2 - 2(m^2 + 2) = 13,$$

$$\therefore 4m^2 + 4m + 1 - 2m^2 - 4 = 13,$$

$$\therefore m^2 + 2m - 8 = 0,$$

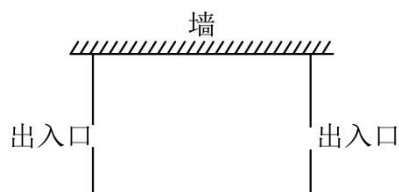
$$\text{解得 } m_1 = 2, m_2 = -4,$$

$$\therefore m \geq \frac{7}{4},$$

$$\therefore m = -4 \text{ 舍去},$$

$$\text{故 } m = 2.$$

24. 某学校在迎新活动中打算利用 26 米长的墙为一边围出一块面积为 300 平方米的长方形活动区域，另外三边用 48 米长的塑料围栏，如图，为了方便学生进出，在两边各空出一个长为 1 米的出入口（出入口不用塑料围栏），假设这个长方形区域平行于墙的一边为长，垂直于墙的一边为宽，那么围成的这个长方形的长与宽分别是多少？



【答案】长方形的长为 20 米，宽为 15 米

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的应用.

设这个长方形的长为 x 米, 则宽为 $\left(25 - \frac{1}{2}x\right)$ 米, 然后根据长方形的面积是 300 平方米列出方程求解即可得到答案.

【详解】 解: 设这个长方形的长为 x 米, 则宽为 $\frac{1}{2}(48 - x) + 1 = \left(25 - \frac{1}{2}x\right)$ 米,

由题意得: $x\left(25 - \frac{1}{2}x\right) = 300$,

即 $x^2 - 50x + 600 = 0$,

解得 $x = 20$ 或 $x = 30$,

$\therefore$ 平行于墙的一边为长, 墙长为 26 米,

$\therefore$ 长方形的长不能超过 26 米,

$\therefore x = 20$,

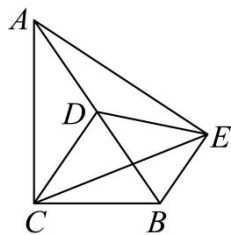
$\therefore 25 - \frac{1}{2}x = 15$,

$\therefore$ 长方形的长为 20 米, 宽为 15 米.

答: 长方形的长为 20 米, 宽为 15 米.

四、解答题 (本大题共 2 题, 25 题 9 分, 26 题 10 分, 满分 19 分)

25. 如图, 已知: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是边 AB 的中点, 将 $\triangle ACD$ 沿直线 CD 翻折, 点 A 的对应点为点 E , 连接 AE 、 BE .



(1) 求证: $\triangle AEB$ 是直角三角形;

(2) 延长 AE 、 CB 交于点 F , 当 $BC = BE$ 时, 求 $\angle F$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) 图见解析, $\angle F = 30^\circ$

【解析】

【分析】 (1) 由点 D 是边 AB 的中点和翻折得 $AD = DE = BD$, 则 $\angle DAE = \angle DEA$, $\angle DEB = \angle DBE$, 结合三角形内角和可证 $\angle AEB = 90^\circ$, 从而可证 $\triangle AEB$ 是直角三角形;

(2) 由 HL 定理可证 $\text{Rt} \triangle ACB \cong \text{Rt} \triangle AEB$ ，从而得 $AC = AE$ ，由翻折得 $AC = CE$ ，则 $AC = AE = CE$ ， $\triangle AEC$ 是等边三角形， $\angle CAE = 60^\circ$ ，由直角三角形的两锐角互余得 $\angle F = 30^\circ$ ；

本题主要考查了翻折的性质，等腰三角形的性质，直角三角形的判定和性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握 HL 判定定理是解题的关键.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是边 AB 的中点，

$$\therefore AD = BD,$$

$\because \triangle ACD$ 沿直线 CD 翻折得 $\triangle ECD$ ，

$$\therefore AD = DE,$$

$$\therefore AD = DE = BD,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA, \angle DEB = \angle DBE,$$

在 $\triangle AEB$ 中，

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB + \angle ABE = 180^\circ,$$

$$\text{即 } \angle BAE + (\angle AED + \angle DEB) + \angle ABE = 180^\circ,$$

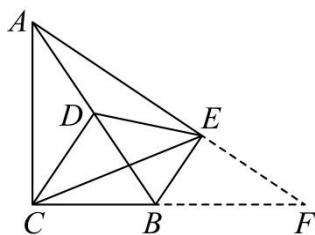
$$\therefore \angle AED + \angle DEB = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle AEB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AEB$ 是直角三角形.

【小问 2 详解】

如图延长 AE 、 CB 交于点 F ，



在 $\text{Rt} \triangle ACB$ 和 $\text{Rt} \triangle AEB$ 中，

$$\begin{cases} BC = BE \\ AB = AB \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ACB \cong \text{Rt} \triangle AEB (\text{HL}),$$

$$\therefore AC = AE,$$

$\because \triangle ACD$ 沿直线 CD 翻折得 $\triangle ECD$ ，

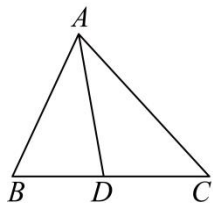
$$\therefore AC = CE,$$

$$\therefore AC = AE = CE,$$

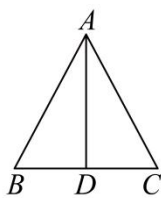
$$\therefore \angle CAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle CAE = 30^\circ.$$

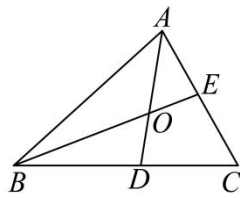
26. 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是它的角平分线.



(图①)



(图②)



(图③)

(1) 特例发现: 如图②, 当 $AB = AC$ 时, 根据_____, 可知 $BD = CD$, 由此可推得 $\frac{AB}{AC}$ _____ $\frac{BD}{CD}$;

(填 “>”、“=” 或 “<”)

(2) 一般归纳: 如图①, 当 $AB \neq AC$ 时, 那么 (1) 中推得的结论仍然成立吗? 如果成立, 请证明;

(3) 综合应用: 如图③, BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 且与 AD 相交于点 O , 若 $\angle C = 60^\circ$, $\frac{AO}{OD} = \frac{5}{3}$, 求

$\frac{BO}{AO}$ 的值. (直接写出答案)

【答案】 (1) =

(2) (1) 中的结论还成立; 见解析

$$(3) \frac{BO}{AO} = \frac{3}{2}.$$

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的性质等知识, 掌握相关知识是解题的关键.

(1) 由等腰三角形的性质即可求解;

(2) 成立, 利用三角形的面积即可求证;

(3) 在 AB 上取 $AF = AE$, 由 $\angle C = 60^\circ$, 可得到 $\angle AOB = 120^\circ$, 进而得到证明 $\triangle EAO \cong \triangle FAO$ (SAS), 得到即 OF 是 $\triangle AOC$ 的角平分线, 利用角平分线的性质得到 $\frac{AO}{BO} = \frac{AF}{BF}$, 又由 BO 是 $\triangle ABD$ 的角平分线, 得到 $\frac{AB}{BD} = \frac{AO}{OD} = \frac{5}{3}$, 据此计算即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$,

$\therefore AD$ 平分 BC ,

$\therefore BD = CD$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD},$$

故答案为：=；

【小问 2 详解】

解：(1) 中的结论还成立；

证明：设 ABC 边 AB 上的高为 h ，

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore ABC$ 边 AC 上的高也为 h ，

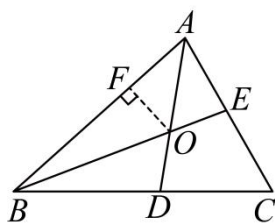
$$\text{则 } \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot h}{\frac{1}{2} AC \cdot h} = \frac{AB}{AC},$$

$$\text{又 } \because \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{BD}{CD},$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD};$$

【小问 3 详解】

解：在 AB 上取 $AF = AE$ ，



$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle CBA = 120^\circ,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2} \angle BAC, \quad \angle OBA = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle ABC) = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ = \angle AOE,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle EAO = \angle FAO,$$

又 $\because AE = AF$ ， $AO = AO$ ，

$$\therefore \triangle EAO \cong \triangle FAO (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle AOE = \angle AOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle BOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOF = 60^\circ,$$

$$\because \angle OBD = \angle OBF, \quad OB = OB,$$

$$\therefore \triangle BOD \cong \triangle BOF (\text{ASA}),$$

$$\therefore BD = BF,$$

$\therefore OF$ 是 $\triangle AOC$ 的角平分线,

$$\therefore \frac{AO}{BO} = \frac{AF}{BF},$$

又 $\because BO$ 是 $\triangle ABD$ 的角平分线,

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AO}{OD} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore \frac{AB}{BF} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore \frac{BF}{AF} = \frac{3}{2},$$

$\because OF$ 是 $\triangle AOC$ 的角平分线,

$$\therefore \frac{BO}{AO} = \frac{BF}{AF} = \frac{3}{2}.$$