

2025 学年第一学期阶段性作业评价 (二)

八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟, 满分 100 分)

注意:

1. 本练习含五个大题, 共 27 题. 答题时, 学生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解题的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{26ab}$

D. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简二次根式: 被开方数不含分母; 被开方数不含能开得尽方的因数或因式; 根据此定义进行判断即可.

【详解】解: $\sqrt{18}$ 中被开方数含有开得尽方的因数 9, $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ 中被开方数含有开得尽方的因式 $(x-1)^2$, 它们不是最简二次根式; $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 中被开方数含有分母, 故不是最简二次根式; 而 $\sqrt{26ab}$ 满足最简二次根式的条件;

故选: C.

2. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{12}$ 是同类二次根式的是 ().

A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{0.2}$

C. $\sqrt{\frac{3}{4}}$

D. $\sqrt{98}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了利用二次根式的性质进行化简, 同类二次根式. 熟练掌握利用二次根式的性质进行化简, 同类二次根式是解题的关键. 利用二次根式的性质对各数进行化简, 然后根据同类二次根式的定义判断作答即可.

【详解】解：由题意知， $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，

A. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，不是 $\sqrt{12}$ 的同类二次根式，故不符合要求；

B. $\sqrt{0.2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，不是 $\sqrt{12}$ 的同类二次根式，故不符合要求；

C. $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，是 $\sqrt{12}$ 的同类二次根式，故符合要求；

D. $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ ，不是 $\sqrt{12}$ 的同类二次根式，故不符合要求；

故选：C.

3. 下列关于 x 的方程中，没有实数根的是（ ）

A. $-x^2 - 4x = 2$

B. $x^2 + 4 = 0$

C. $x^2 - 2x = 0$

D. $x^2 - ax - 2 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根的情况，熟练掌握一元二次方程根的判别式是解题的关键，通过计算每个一元二次方程的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ，利用 $\Delta < 0$ ，则方程没有实数根即可得到答案.

【详解】解：A：方程化为 $x^2 + 4x + 2 = 0$ ，

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 2,$$

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 2 = 16 - 8 = 8 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，故此选项不符合题意；

B：方程 $x^2 + 4 = 0$ ，

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 4,$$

$$\therefore \Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0 - 16 = -16 < 0,$$

$\therefore$ 方程无实数根，故此选项符合题意；

C：方程 $x^2 - 2x = 0$ ，

$$\therefore a = 1, b = -2, c = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 4 - 0 = 4 > 0,$$

∴方程有两个不相等的实数根，故此选项不符合题意；

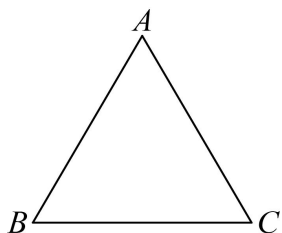
D: 方程 $x^2 - ax - 2 = 0$,

$$\therefore \Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = a^2 + 8 \geq 8 > 0,$$

∴方程有两个不相等的实数根，故此选项不符合题意；

故选: B.

4. 到 ABC 的三边距离相等的点是 ABC 的 ()



A. 三边垂直平分线的交点

B. 三条角平分线的交点

C. 三条高的交点

D. 三边中线的交点

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的性质定理. 根据角平分线的性质“角平分线上的点到角两边的距离相等”分析即可.

【详解】 解: 到 ABC 的三边距离相等的点是 ABC 的三条角平分线的交点,
故选: B.

5. 下列三角形中, 非直角三角形的是 ()

A. 三边分别为 11, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$

B. 有一边的中线等于这边的一半

C. 三个内角之比为 1:2:3

D. 三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理逆定理, 三角形内角和定理, 等边对等角, 如果三角形的三边长 a , b , c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 那么这个三角形就是直角三角形, 据此先求出两小边的平方和, 再求出最长边的平方, 最后看看是否相等即可即可判断 A、D; 根据三角形内角和定理即可判断 C; 如图, ABC 中, AD 是中线且 $AD = \frac{1}{2}BC$, 则 $AD = BD = CD$, 根据等边对等角得到 $\angle DBA = \angle DAB$, $\angle DAC = \angle C$, 则由三角形内角和定理可得 $\angle DAB + \angle DAC = 90^\circ$, 即 $\angle BAC = 90^\circ$, 即可判断 B.

【详解】解：A、 $\because (\sqrt{60})^2 + (\sqrt{61})^2 = 121 = 11^2$,

$\therefore$ 三边长为 11, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$, 可以组成直角三角形, 故此选项不符合题意;

B、如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是中线且 $AD = \frac{1}{2}BC$,

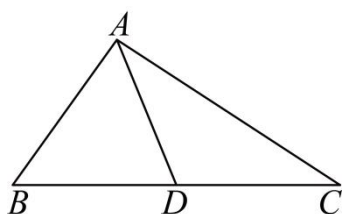
$\therefore AD = BD = CD$,

$\therefore \angle DBA = \angle DAB, \angle DAC = \angle C$,

$\therefore \angle DBA + \angle DAB + \angle DAC + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle DAB + \angle DAC = 90^\circ$, 即 $\angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore$ 有一边的中线等于这边的一半的三角形是直角三角形, 故此选项不符合题意;



C、由题意得, 最大的内角度数为 $180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ$, 则三个内角之比为 1:2:3 的三角形是直角三角形, 故此选项不符合题意;

D、设三边长分别为 $k, \sqrt{2}k, \sqrt{2}k (k \neq 0)$

$\therefore k^2 + (\sqrt{2}k)^2 \neq (\sqrt{2}k)^2$,

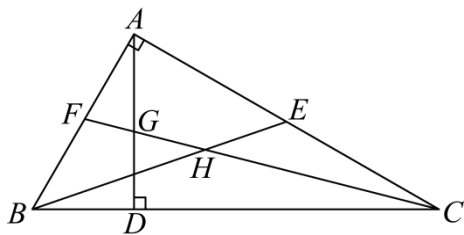
$\therefore$ 三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$, 不可以组成直角三角形, 故此选项符合题意;

故选: D.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是高, BE 是中线, CF 是角平分线, CF 交 AD 于 G , 交 BE

于 H , 下面说法: ① $\frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{AC}{BC}$; ② $\angle AFG = \angle AGF$; ③ $\angle FAG = 2\angle ACF$; ④ $BH = CH$. 其中正

确的是 ()



A. ①②③

B. ①③

C. ②③

D. ①②③④

【答案】A

【解析】

【分析】作 $FM \perp BC$ 于点 M ，由角平分线的性质，结合三角形的面积公式，可判断①，由角平分线的定义，结合等角的余角相等，可得 $\angle AFC = \angle MFC$ ，由平行线的判定和性质，可得 $\angle AGF = \angle CFM$ ，等量代换，可判断②，由同角的余角相等，结合角平分线的定义，可判断③，由等腰三角形的判定方法，可判断④。

【详解】解： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore FA \perp CA$ ，

作 $FM \perp BC$ 于点 M ，

$\because CF$ 平分 $\angle ACB$ ，

$\therefore FM = FA$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACF}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot FA}{\frac{1}{2}BC \cdot FM} = \frac{AC}{BC}，$$

$\therefore$ ① 正确，

$\because$ 在 ABC 中， AD 是高，

$\therefore AD \perp BC$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ，

又 $\because FM \perp BC$ ，

$\therefore FM \parallel AD$ ，

$\therefore \angle AGF = \angle CFM$ ，

$\because CF$ 平分 $\angle ACB$ ，

$\therefore \angle FCA = \angle FCM$ ，

$\therefore \angle AFC = \angle MFC$ ，

$\therefore \angle AFG = \angle AGF$ ，

$\therefore$ ② 正确，

$\because \angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle ABC = \angle ACB$ ，

$\because CF$ 平分 $\angle ACB$ ，

$\therefore \angle ACB = 2\angle ACF$ ，

$\therefore \angle BAD = 2\angle ACF$ ，即 $\angle FAG = 2\angle ACF$ ，

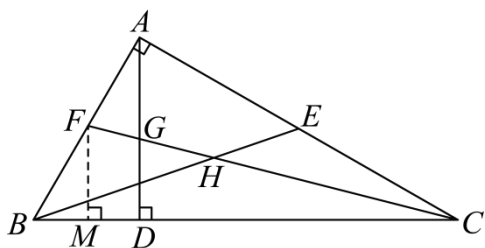
∴ ③ 正确,

根据已知条件不能推出 $\angle HBC = \angle HCB$, 即不能推出 $BH = CH$,

∴ ④ 不正确,

∴ 正确的是 ①②③.

故选: A.



【点睛】 本题考查角平分线的定义, 同角 (等角) 的余角相等, 角平分线的性质, 平行线的判定和性质, 等腰三角形的判定.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 若 $\sqrt{x} - 4$ 有意义, 那么 x 满足的条件是_____.

【答案】

$$x \geq 0$$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式有意义的条件.

根据二次根式有意义的条件, 被开方数为非负数, 即可得 x 满足的条件.

【详解】 解: $\because \sqrt{x} - 4$ 有意义,

$$\therefore x \geq 0.$$

故答案为: $x \geq 0$.

8. 方程 $x^2 - 4x = 0$ 的解是_____

【答案】 $x = 0$ 或 $x = 4$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程, 将方程的左边进行因式分解, 然后将原方程转化为两个一元一次方程进而得解. 解题的关键是掌握解一元二次方程的一般方法并能根据具体情况选用适当的方法求解.

【详解】 解: $x^2 - 4x = 0$,

$$\therefore x(x - 4) = 0,$$

$$\therefore x=0 \text{ 或 } x-4=0,$$

解得: $x=0$ 或 $x=4$.

故答案为: $x=0$ 或 $x=4$.

9. 已知关于 x 的方程 $k^2x^2 - (2k-1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是_____

【答案】 $k < \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】 本题考查了根的判别式, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根. 利用判别式的意义得到 $\Delta = [-(2k-1)]^2 - 4k^2 \times 1 > 0$ 且 $k^2 \neq 0$, 然后解不等式即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $k^2x^2 - (2k-1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \begin{cases} [-(2k-1)]^2 - 4k^2 \times 1 > 0 \\ k^2 \neq 0 \end{cases},$$

解得 $k < \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$.

故答案为: $k < \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$.

10. 在实数范围内分解因式: $2x^2 - 4x - 1 =$ _____.

【答案】 $2(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2})(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2})$

【解析】

【详解】 解: 令 $2x^2 - 4x - 1 = 0$, 则: $x_1 = \frac{2+\sqrt{6}}{2}$, $x_2 = \frac{2-\sqrt{6}}{2}$, $\therefore 2x^2 - 4x - 1 = 2(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2})(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2})$.

故答案为 $2(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2})(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2})$.

点睛: 本题考查对一个多项式进行因式分解的能力, 当要求在实数范围内进行分解时, 分解的结果一般要分到出现无理数为止.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根分别是 α 和 β , 那么 $\alpha + \beta - \alpha\beta =$ _____

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根与系数的关系. 利用根与系数的关系求出两根之和与两根之积, 再代入表达式计算, 即可求解.

【详解】 解: 对于方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$, 有 $a = 1$, $b = -5$, $c = 2$.

根据根与系数的关系, 得 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$, $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$.

所以 $\alpha + \beta - \alpha\beta = 5 - 2 = 3$.

故答案为: 3.

12. 某理财产品年利率10%, 逐年计息, 小华将 10 万元购买此理财产品, 2 年后按复利法比按单利法可多取回_____万元.

【答案】 $0.1\frac{1}{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了单利和复利, 熟知它们的计算方式是解题的关键. 计算单利和复利下的总金额差值即可.

【详解】 解: 按单利法, 总金额为 $10 + 10 \times 10\% \times 2 = 12$ 万元;

按复利法, 总金额为 $10 \times (1 + 10\%)^2 = 10 \times 1.21 = 12.1$ 万元; 差值为 $12.1 - 12 = 0.1$ 万元.

故答案为: 0.1.

13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 如果 $AC = 3$, $BC = 4$, 那么 $AB =$ _____.

【答案】 $\sqrt{7}$

【解析】

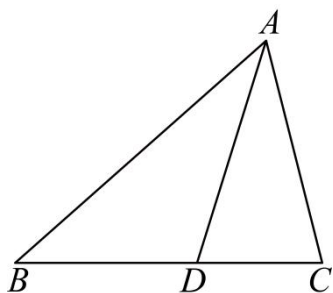
【分析】 本题主要考查了勾股定理的应用, 解题的关键是熟练掌握勾股定理, 在一个直角三角形中, 两条直角边分别为 a 、 b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$. 在直角三角形中, 根据勾股定理, 斜边的平方等于两直角边的平方和. 根据 $\angle A = 90^\circ$, 因此 BC 为斜边, AC 和 AB 为直角边. 代入已知值计算即可.

【详解】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 如果 $AC = 3$, $BC = 4$,

由勾股定理得: $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$.

故答案为: $\sqrt{7}$.

14. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 已知 $AB = 3\sqrt{2}$, $AC = 2\sqrt{2}$, 那么 $\frac{BD}{CD} =$ _____

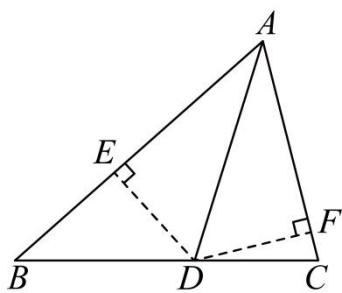


【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的性质以及三角形的面积. 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 利用角平分线的性质得到 $DE = DF$, 然后根据三角形面积公式进行证明.

【详解】 解: 证明: 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F .



因为 AD 是 ABC 的角平分线, 所以 $DE = DF$,

$$\text{所以 } \frac{BD}{CD} = \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot DE}{\frac{1}{2}AC \cdot DF} = \frac{AB \cdot DE}{AC \cdot DF} = \frac{AB}{AC} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

15. 如果一个多边形的每个外角都等于 60° , 那么这个多边形的边数是_____.

【答案】

6

【解析】

【分析】 本题考查了多边形的外角和, 掌握多边形的外角和定理是解题的关键. 利用多边形的外角和定理, 外角和为 360° , 每个外角为 60° , 计算边数.

【详解】 解: 多边形的外角和恒为 360° , 每个外角为 60° ,

因此边数 $n = 360^\circ \div 60^\circ = 6$.

故答案为: 6.

16. 已知 $\square ABCD$ 的面积为 30, $BC = 20$, $\angle ABC = 30^\circ$, 那么 $CD =$ _____

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质, 正确计算是解题的关键. 利用平行四边形面积公式求出高, 再通过直角三角形中的正弦关系求出 AB , 从而得到 CD .

【详解】 解: 如图, 设 BC 为底, 底边 $BC = 20$, 面积 $S = 30$, 则高 $h = \frac{S}{BC} = \frac{30}{20} = 1.5$,

过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 则 $AH = h = 1.5$,

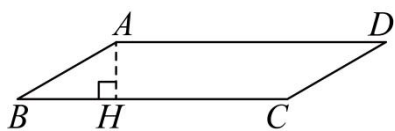
在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\angle ABH = \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2AH = 1.5 \times 2 = 3$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore CD = AB = 3$.

故答案为: 3.



17. 定义: 如果三角形中, 两边的平方和等于第三边平方的 2 倍, 那么这个三角形叫“超厉害三角形”. 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是“超厉害三角形”, 且一条直角边长为 1, 则斜边长是_____.

【答案】 $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查新定义和勾股定理, 求一个数的平方根, 熟练掌握勾股定理和求一个数的平方根是解题的关键.

根据“超厉害三角形”的定义, 三角形中两边的平方和等于第三边平方的 2 倍. 设 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条直角边分别为 a 和 b , 斜边为 c , 且满足勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$. 给定一条直角边长为 1, 若 $a^2 + b^2 = 2c^2$, 则 $c^2 = 2c^2$, 故 $c = 0$ (不符合题意, 舍去). 分两种情况讨论: 一是直角边 $a = 1$ 时, 满足 $a^2 + c^2 = 2b^2$; 二是直角边 $b = 1$ 时, 满足 $b^2 + c^2 = 2a^2$. 分别代入勾股定理求解斜边 c .

【详解】 解: 设 $\text{Rt}\triangle ABC$, 直角边 $a = 1$, 斜边为 c , 另一条直角边为 b . 根据勾股定理, 有 $c^2 = 1^2 + b^2$.

若 $a^2 + b^2 = 2c^2$, 则 $c^2 = 2c^2$, $\therefore c = 0$ (不符合题意, 舍去).

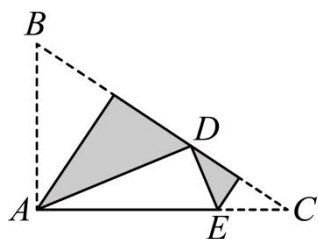
情况一: 若满足 $a^2 + c^2 = 2b^2$, 即 $1 + c^2 = 2b^2$. 代入 $c^2 = 1 + b^2$, 得 $1 + (1 + b^2) = 2b^2$, 简化得 $b^2 + 2 = 2b^2$, 解得 $b^2 = 2$, $b = \pm\sqrt{2}$ (舍负), 则 $c^2 = 1 + 2 = 3$, $c = \pm\sqrt{3}$ (舍负), $\therefore c = \sqrt{3}$.

情况二: 若满足 $b^2 + c^2 = 2a^2$, 即 $b^2 + c^2 = 2$. 代入 $c^2 = 1 + b^2$, 得 $b^2 + (1 + b^2) = 2$, 简化得 $2b^2 + 1 = 2$, 解得 $b^2 = \frac{1}{2}$, $b = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ (舍负), 则 $c^2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $c = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$ (舍负), $\therefore c = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

$\therefore$ 斜边长为 $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

故填: $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

18. 如图, 在三角形纸片 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = \sqrt{13}$, 沿过点 A 的直线将纸片折叠, 使点 B 落在边 BC 上的点 D 处; 再折叠纸片, 使点 C 与点 D 重合, 若第二次的折痕与 AC 的交点为 E , 则 AE 的长是_____.



【答案】 $\frac{13}{6}$ 或 $2\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了折叠的性质、勾股定理等知识, 熟练掌握折叠的性质和勾股定理是解题的关键. 先由折叠的性质得出 $AB = AD = 2$, $ED = EC$, $\angle ADB = \angle B$, $\angle EDC = \angle C$, 推出 $\angle ADE = 90^\circ$, 再由勾股定理求出 $AC = 3$, 设 $AE = x$, 则 $CE = ED = 3 - x$, 然后由勾股定理列出方程, 解方程即可.

【详解】 解: 由折叠的性质得: $AB = AD = 2$, $ED = EC$, $\angle ADB = \angle B$, $\angle EDC = \angle C$,
 $\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADB + \angle EDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3$,

设 $AE = x$, 则 $CE = ED = 3 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理得: $AD^2 + ED^2 = AE^2$,

$$\text{即 } 2^2 + (3-x)^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{13}{6},$$

$$\text{故答案为: } \frac{13}{6}.$$

三、简答题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

19. 计算: $\frac{1}{\sqrt{5}-2} + |1-2\sqrt{2}| - \sqrt{8} - 3\sqrt{\frac{5}{9}}$.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式混合运算, 熟练掌握运算法则, 是解题的关键. 根据二次根式混合运算法则, 进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{1}{\sqrt{5}-2} + |1-2\sqrt{2}| - \sqrt{8} - 3\sqrt{\frac{5}{9}} \\ &= \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} + |1-2\sqrt{2}| - 2\sqrt{2} - 3 \times \frac{\sqrt{5}}{3} \\ &= \sqrt{5} + 2 + 2\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} \\ &= 1. \end{aligned}$$

20. 计算: $\frac{3}{5}\sqrt{xy^2} \div \left(-\frac{4}{15}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{x^3y}\right)$.

$$\text{【答案】 } \frac{15}{8}x^2y\sqrt{x}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的乘除混合运算, 熟练掌握二次根式的乘除的运算法则是解题的关键. 根据二次根式的性质化简, 然后根据二次根式的乘除混合运算进行计算即可求解.

$$\text{【详解】 解: } \because \frac{3}{5}\sqrt{xy^2} \div \left(-\frac{4}{15}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{x^3y}\right) \text{ 有意义,}$$

$$\therefore x > 0, \quad y > 0,$$

$$\begin{aligned} & \therefore \frac{3}{5}\sqrt{xy^2} \div \left(-\frac{4}{15}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{x^3y}\right) \\ &= \frac{3}{5}\sqrt{xy^2} \cdot \left(-\frac{15}{4}\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{x^3y}\right) \\ &= \frac{3}{5} \times \left(-\frac{15}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \sqrt{xy^2 \cdot \frac{x}{y} \cdot x^3y} \\ &= \frac{15}{8}\sqrt{x^5y^2} \\ &= \frac{15}{8}x^2y\sqrt{x}. \end{aligned}$$

21. 解方程: $2x^2 - 5x + 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = \frac{3}{2}, \quad x_2 = 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，熟练掌握解一元二次方程的一般方法，是解题的关键。根据因式分解法解一元二次方程即可。

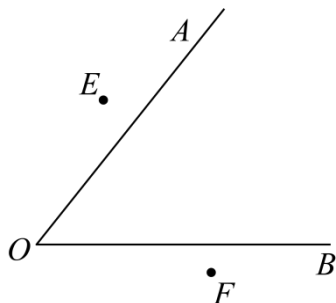
【详解】 解: $2x^2 - 5x + 3 = 0$,

因式分解得: $(2x-3)(x-1) = 0$,

$$\therefore 2x-3=0, \quad x-1=0,$$

解得: $x_1 = \frac{3}{2}, \quad x_2 = 1$.

22. 作图: 在 $\angle AOB$ 的内部求作一点 P , 使得点 P 到射线 OA 、 OB 的距离相等, 且到点 E 、点 F 的距离相等 (保留作图痕迹).



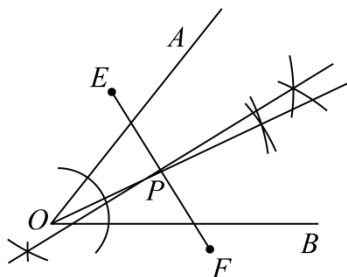
【答案】 见解析

【解析】

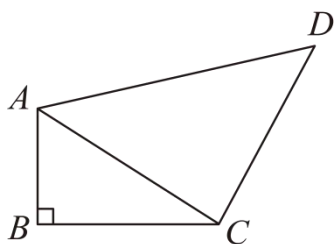
【分析】 本题考查作图-复杂作图，角平分线的性质，线段的垂直平分线等知识，解题的关键是熟练掌握五

种基本作图，属于中考常考题型．作线段 EF 的垂直平分线，作 $\angle AOB$ 的角平分线，两线的交点即为点 P ．

【详解】解：如图，点 P 即为所求．



23. 如图：已知，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ 于点 B ， $AB = 9$ ， $BC = 12$ ， $CD = 15$ ， $DA = 15\sqrt{2}$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积．



【答案】 $\frac{333}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查勾股定理及勾股定理的逆定理，熟练掌握勾股定理及勾股定理逆定理是解题的关键．先利用勾股定理求出 AC ，再利用勾股定理逆定理判断 $\triangle ACD$ 为直角三角形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ，再分别求 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 的面积即可．

【详解】解： $\because AB \perp BC$ ， $AB = 9$ ， $BC = 12$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 15$ ，

$\because CD = 15$ ， $DA = 15\sqrt{2}$ ，

$\therefore CD^2 = 15^2 = 225$ ， $DA^2 = (15\sqrt{2})^2 = 450$ ， $AC^2 = 225$ ，

$\therefore CD^2 + AC^2 = DA^2$ ，

$\therefore \triangle ACD$ 为直角三角形，且 $\angle ACD = 90^\circ$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ ，

$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 15 \times 15 = \frac{225}{2}$ ，

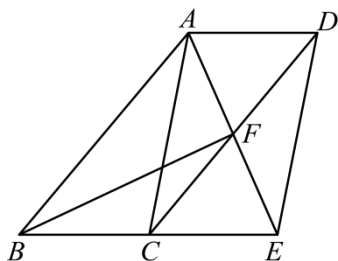
$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = 54 + \frac{225}{2} = \frac{333}{2}.$$

四、解答题（本大题共 4 题，第 24、25、26 题每题 8 分，第 27 题 10 分，满分 34 分）

24. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle BAD$ 的角平分线 AE 交 CD 于点 F ，交 BC 的延长线于点 E 。

(1) 求证： $BE = CD$ ；

(2) 若 BF 恰好平分 $\angle ABE$ ，连接 AC 、 DE ，求证：四边形 $ACED$ 是平行四边形。



【答案】(1) 见解析；(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质得到 $AB = CD$ ， $\angle DAE = \angle AEB$ ，利用 AE 平分 $\angle BAD$ ，推出 $\angle BAE = \angle AEB$ ，得到 $BE = AB$ ，即可得到结论；

(2) 根据 $BE = AB$ ， BF 平分 $\angle ABE$ ，得到 $AF = EF$ ，证明 $\triangle ADF \cong \triangle ECF$ ，推出 $DF = CF$ ，即可得到结论。

【详解】(1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AD \parallel BC, AB = CD$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB$$

$$\therefore BE = AB$$

$$\therefore BE = CD$$

(2) $\because BE = AB$ ， BF 平分 $\angle ABE$

$$\therefore AF = EF$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ECF$ 中

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle AEB \\ AF = EF \\ \angle AFD = \angle EFC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ECF$$

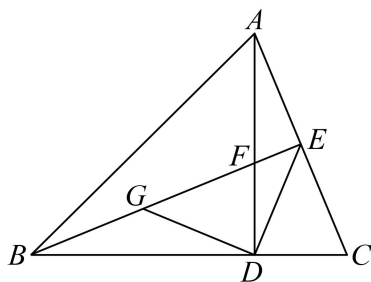
$$\therefore DF = CF$$

$$\text{又} \because AF = EF$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形.

【点睛】此题考查平行四边形的判定及性质，全等三角形的判定及性质，等腰三角形三线合一的性质，熟记各知识点并应用解决问题是解题的关键.

25. 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = CB$, $AD \perp BC$ 垂足为点 D , 且 $AD = BD$, $BE \perp AC$ 垂足为点 E , AD 、 BE 相交于点 F , 点 G 为 BF 的中点.



求证: $DG = DE$.

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，解决本题的关键是熟知这些知识内容. 根据直角三角形内角互余和同角的余角相等得到 $\angle BFD = \angle ACD$, 进而证得 $\triangle BDF \cong \triangle ACD$, 得到 $BF = AC$, 再根据等腰三角形的性质以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得证 $DG = DE$.

【详解】证明: $\because AD \perp BC$, $BE \perp AC$,

$$\therefore \angle BDF = \angle ADC = 90^\circ, \quad \angle AFE + \angle CAD = 90^\circ, \quad \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle ACD,$$

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} \angle BFD = \angle ACD, \\ \angle BDF = \angle ADC, \\ BD = AD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle ACD (AAS),$$

$$\therefore BF = AC,$$

$\because G$ 为 BF 的中点,

$$\therefore DG = \frac{1}{2}BF,$$

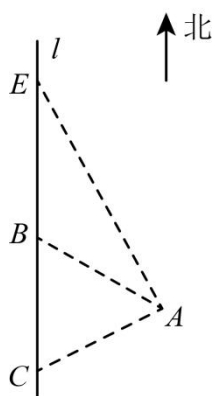
$$\because AB = CB, BE \perp AC,$$

$\therefore E$ 为 AC 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore DG = DE.$$

26. 如下图, 实验中学位于一条南北向公路 l 的一侧 A 处, 门前有两条长度均为 100 米的小路 AB 、 AC 通往公路 l , 与公路 l 交于 B 、 C 两点, 且 B 、 C 两点相距 120 米.



(1) 为方便学生出入, 现在打算修一条从实验中学到公路 l 的新路 AD (点 D 在 l 上), 使得学生从学校走到公路路程最短, 应该如何修路 (请在图中画出 AD)? 并计算新路 AD 的长度.

(2) 为保证学生的安全, 在公路 l 上的点 E 和点 C 处设置了一组区间测速装置, 点 E 在点 B 的北侧, 且距实验中学 A 处 170 米. 一辆汽车经过 EC 区间共用时 21 秒, 若此段公路限速为 40km/h (约 11.1m/s), 请判断该车是否超速, 并说明理由.

【答案】 (1) 见解析, 新路 AD 长度是 80 米

(2) 该车没有超速, 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了勾股定理的应用, 等腰三角形的性质, 解题的关键是熟练掌握勾股定理, 在一个直角三角形中, 两条直角边分别为 a 、 b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$.

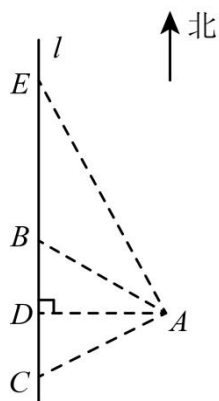
(1) 根据垂线段最短, 过点 A 作 $AD \perp l$, 交 l 于点 D , 则 AD 即为所求; 根据等腰三角形和勾股定理求出 $AD = 80\text{m}$ 即可;

(2) 根据勾股定理求出 $DE = 150\text{m}$, 得出 $EC = DE + DC = 210\text{m}$, 求出该车的速度为 $\frac{210}{21} = 10\text{m/s}$,

然后再进行比较即可.

【小问 1 详解】

解：过点 A 作 $AD \perp l$ ，交 l 于点 D ，则 AD 即为所求，如图所示：



$$\because AB = AC, AD \perp l, BC = 120\text{m},$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, BD = DC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 120 = 60(\text{m}),$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\text{由勾股定理得 } AD^2 + BD^2 = AB^2,$$

$$\therefore AB = 100\text{m}, BD = 60\text{m},$$

$$\therefore AD = 80\text{m},$$

$$\therefore \text{新路 } AD \text{ 长度是 } 80 \text{ 米.}$$

【小问 2 详解】

解：该车没有超速.

理由：在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $\angle ADE = 90^\circ$,

$$\text{由勾股定理得 } AD^2 + DE^2 = AE^2,$$

$$\therefore AE = 170\text{m}, AD = 80\text{m},$$

$$\therefore DE = 150\text{m},$$

$$\therefore EC = DE + DC = 210\text{m},$$

该车经过 EC 区间用时 21s ,

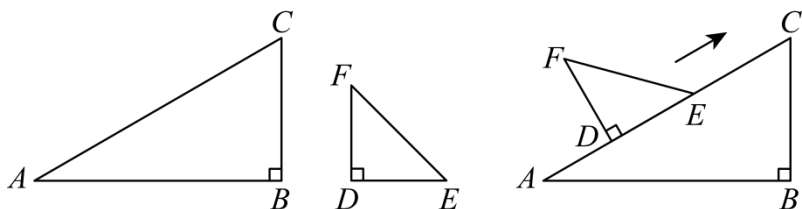
$$\therefore \text{该车的速度为 } \frac{210}{21} = 10(\text{m/s}),$$

$$\therefore 10\text{m/s} < 11.1\text{m/s}.$$

$\therefore$ 该车没有超速.

27. 某同学在一次课外活动中用硬纸片做了两个直角三角形， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$BC = 6\text{cm}$. $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle D = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $DE = 4\text{cm}$. 该同学将 $\triangle DEF$ 的直角边 DE 与 ABC 的斜边 AC 重合在一起，并将 $\triangle DEF$ 沿 AC 方向移动，在移动过程中， D 、 E 两点始终在 AC 边上.



- (1) 当 $\triangle DEF$ 移动至什么位置, 即 AD 的长为多少时, F 、 C 的连线与 AB 平行?
- (2) 当 $\triangle DEF$ 移动至什么位置, 即 AD 的长为多少时, 以线段 AD 、 FC 、 BC 的长为三边长的三角形是直角三角形?
- (3) 在 $\triangle DEF$ 的移动过程中, 是否存在某个位置, 使得 $\angle FCD = 15^\circ$? 如果存在, 求出 AD 的长; 如果不存在, 说明理由.

【答案】 (1) $12 - 4\sqrt{3}$

(2) $\frac{31}{6}$

(3) 不存在, 理由见解析.

【解析】

【分析】 本题主要考查平移的性质以及勾股定理的应用, 结合已知条件应用相关性质解题即可.

(1) 因为 $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 6$, 所以 $AC = 12$, 又因为 $\angle D = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $DE = 4$, 所以 $DF = 4$, 连接 FC , 设 $FC \parallel AB$, 则可求证 $\angle FCD = \angle A = 30^\circ$, 故 AD 的长可求;

(2) 设 $AD = x$, 则 $FC^2 = DC^2 + FD^2 = (12 - x)^2 + 16$, 再分情况讨论: FC 为斜边; AD 为斜边; BC 为斜边, 综合分析即可求得 AD 的长;

(3) 假设 $\angle FCD = 15^\circ$, 因为 $\angle EFC = 30^\circ$, 作 $\angle EFC$ 的平分线, 交 AC 于点 P , 则 $\angle EFP = \angle CFP = 15^\circ$, $\angle DFE + \angle EFP = 60^\circ$ 所以 $PD = 4\sqrt{3}$, $PC = FP = 8$, 则 $PC + PD$ 的值大于边长 12, 故不存在.

【小问 1 详解】

解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 6$,

$\therefore AC = 2BC = 12$,

$\because \text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle D = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $DE = 4\text{cm}$

$\therefore DF = 4$,

如图 1, 连接 FC ,

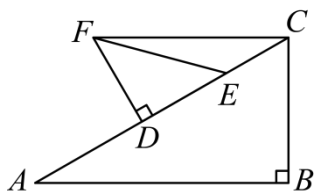


图1

当 $FC \parallel AB$ 时,

$$\angle FCD = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore FC = 2DF = 8$$

$$\therefore DC = \sqrt{FC^2 - FD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore AD = AC - DC = 12 - 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{当 } AD = 12 - 4\sqrt{3} \text{ 时, } FC \parallel AB.$$

【小问2详解】

设 $AD = x$, 在 $Rt\triangle FDC$ 中,

$$FC^2 = DC^2 + FD^2 = (12 - x)^2 + 16$$

当 FC 为斜边时,

$$\text{由 } AD^2 + BC^2 = FC^2 \text{ 得 } x^2 + 6^2 = (12 - x)^2 + 16,$$

$$\text{解得: } x = \frac{31}{6},$$

当 AD 为斜边时, 由 $FC^2 + BC^2 = AD^2$

$$\text{得 } (12 - x)^2 + 16 + 6^2 = x^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{49}{6}$$

$$\therefore DE = 4$$

$$\therefore AD = AC - DE = 12 - 4 = 8,$$

$$\therefore x = \frac{49}{6} > 8 \text{ (不合题意舍去)}$$

当 BC 为斜边时, 由 $AD^2 + FC^2 = BC^2$

$$\text{得, } x^2 + (12 - x)^2 + 16 = 36,$$

$$\text{整理得出: } x^2 - 12x + 62 = 0.$$

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = 144 - 4 \times 62 = 144 - 248 < 0$$

$\therefore$ 此方程无解,

综上所述: 当 $x = \frac{31}{6}$ 时, 以线段 AD 、 FC 、 BC 的长度为三边长的三角形是直角三角形.

【小问 3 详解】

不存在这样的位置, 使得 $\angle FCD = 15^\circ$

理由如下:

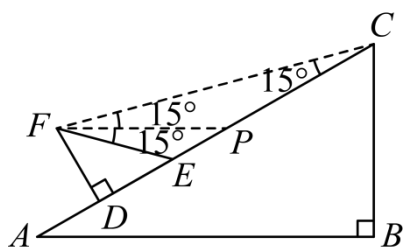


图2

假设 $\angle FCD = 15^\circ$ (如上图 2)

$$\because \angle EFC = 180^\circ - \angle D - \angle FCD - \angle DFE = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

作 $\angle EFC$ 的平分线, 交 AC 于点 P ,

$$\text{则 } \angle EFP = \angle CFP = 15^\circ, \quad \angle DFE + \angle EFP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FPD = 30^\circ,$$

$$\therefore FP = 2FD = 8$$

$$\therefore PD = \sqrt{FP^2 - FD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\text{又 } \because \angle CFP = \angle FCP = 15^\circ$$

$$\therefore PC = FP = 8,$$

$$\therefore PC + PD = 8 + 4\sqrt{3} > 12$$

$\therefore$ 不存在这样的位置, 使得 $\angle FCD = 15^\circ$.

【点睛】 本题考查的是平移的性质、勾股定理的应用, 以及角平分线的性质, 平行的性质等等知识点, 灵活运用分情况讨论思想是解题的关键, 解答时, 注意勾股定理的应用和正确解出一元二次方程.

