

2025-2026 学年上海师大第三附属实验学校八年级（上）月考数学试卷

(10 月份)

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 4 的平方根是 ()

- A. 2 B. 16 C. $\pm\sqrt{2}$ D. ± 2

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查平方根，关键是掌握平方根的定义．如果一个数的平方等于 a ，这个数就叫做 a 的平方根，由此即可得到答案．

【详解】解：4 的平方根是 ± 2 ．

故选：D．

2. 我国的嫦娥六号探测器成功执行了月球背面采样返回任务，这是人类首次从月球背面采集样品并带回地球．月球距离地球的平均距离为 384000 千米，数据 384000 用科学记数法表示为 ()

- A. 384×10^3 B. 3.84×10^5 C. 38.4×10^4 D. 0.384×10^6

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了科学记数法表示绝对值较大的数，解题的关键是熟练掌握科学记数法的形式．利用科学记数法进行表示即可．

【详解】解： $384000 = 3.84 \times 10^5$ ，

故选：B．

3. 实数 $\sqrt[3]{27}$, 0 , $-\pi$, $\sqrt{16}$, $\frac{1}{3}$, $0.1010010001\cdots$ (相邻两个 1 之间依次多一个 0)，其中无理数是 () 个．

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】根据无理数的定义（无理数是指无限不循环小数）判断即可．无理数就是无限不循环小数，有理数是整数与分数的统称．即有限小数和无限循环小数是有理数，因此，

【详解】 $\because \sqrt[3]{27}=3, \sqrt{16}=4, \therefore \sqrt[3]{27}, 0, \sqrt{16}, \frac{1}{3}$ 是有理数.

$\therefore$ 无理数有: $-\pi, 0.1010010001\dots$ 共有 2 个.

故选 B.

【点睛】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: $\pi, 2\pi$ 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\dots$ 等有这样规律的数.

4. 如果 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的两边分别平行, $\angle\alpha$ 比 $\angle\beta$ 的 4 倍少 30° , 则 $\angle\alpha$ 的度数是 ()

- A. 10° B. 138° C. 10° 或 138° D. 以上都不对

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质, 难点在于熟记两边分别平行的两个角相等或互补, 是易错题. 根据两边分别平行的两个角相等或互补用 $\angle\alpha$ 表示出 $\angle\beta$, 然后列出方程求解即可.

【详解】解: $\because \angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的两边分别平行,

$$\therefore \angle\alpha = \angle\beta \text{ 或 } \angle\beta = 180^\circ - \angle\alpha,$$

$$\because \angle\alpha \text{ 比 } \angle\beta \text{ 的 4 倍少 } 30^\circ,$$

$$\therefore 4\angle\alpha - \angle\alpha = 30^\circ \text{ 或 } 4(180^\circ - \angle\alpha) - \angle\alpha = 30^\circ,$$

$$\text{解得 } \angle\alpha = 10^\circ \text{ 或 } \angle\alpha = 138^\circ,$$

$$\therefore \angle\alpha \text{ 的度数是 } 10^\circ \text{ 或 } 138^\circ.$$

故选: C.

5. 若 $2\sqrt{3} + \sqrt{n}$ 可以合并为一项, 则 n 可以是 ()

- A. 9 B. 18 C. 27 D. 54

【答案】C

【解析】

【分析】根据同类二次根式进行逐项分析即可.

【详解】解: $\because 2\sqrt{3} + \sqrt{n}$ 可以合并为一项,

$$\therefore \sqrt{n} \text{ 与 } 2\sqrt{3} \text{ 是同类二次根式,}$$

$$\text{当 } n=9 \text{ 时, } \sqrt{n} = \sqrt{9} = 3;$$

$$\text{当 } n=18 \text{ 时, } \sqrt{n} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2};$$

当 $n=27$ 时, $\sqrt{n} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$;

当 $n=54$ 时, $\sqrt{n} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$.

故选: C.

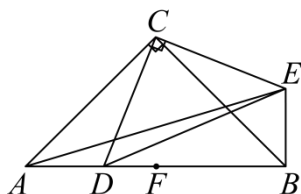
【点睛】 本题考查同类二次根式的定义, 解题关键是理解能够合并成一项, 即化简后它们的被开方数相同.

6. 如图, $\triangle ACB$ 与 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 点 F 是线段 AB 的中点, 点 D 在线段 AF 上 (不与点 A, F 重合), 连接 AE, BE .

给出下面四个结论:

① $\angle ACD = \angle BCE$; ② $\angle ABE = 90^\circ$; ③ $DF + BE = \frac{1}{2}AB$; ④ $3BE + 2DF < AE$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是()



A. ③④

B. ①②③

C. ①②④

D. ①②③④

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质和判定, 等腰直角三角形的性质, 三角形三边关系, 解答的关键是证明三角形全等;

根据 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 得出 $\angle ACD + \angle DCB = \angle DCB + \angle BCE = 90^\circ$, 即 $\angle ACD = \angle BCE$, 即可判断①正确; 结合 $\triangle ACB$ 与 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形, 可证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 即可得出

$\angle CAD = \angle CBE, AD = BE$, 根据 $\angle CAD + \angle CBA = 90^\circ$, 即可判断出 $\angle ABE = 90^\circ$, 故②正确; 根据 F 是线段 AB 的中点, 得出 $AF = AD + DF = BE + DF$, 即可判断③正确; 三角形三边关系可得

$BE + AB = BE + 2(AD + DF) = 3BE + 2DF > AE$, 即可判断出④错误;

【详解】 解: $\because \triangle ACB$ 与 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$,

$\therefore AC = BC, DC = EC, \angle ACD + \angle DCB = \angle DCB + \angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = \angle BCE$, 故①正确;

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 中

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS),$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE, AD = BE,$$

$$\because \angle CAD + \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle CBA = \angle ABE = 90^\circ, \text{故②正确;}$$

$$\because \text{点 } F \text{ 是线段 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AF = AD + DF = BE + DF = \frac{1}{2}AB, \text{故③正确;}$$

$$\therefore BE + AB = BE + 2(AD + DF) = 3BE + 2DF > AE, \text{故④错误;}$$

故选: B.

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分.

7. 计算: $\sqrt{(-9)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 9

【解析】

【分析】 利用二次根式的性质进行计算即可.

【详解】 解: $\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9,$

故答案为: 9.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质, 准确进行计算是解题的关键.

8. 若对于实数 x, y 定义一种新运算: $x \oplus y = \sqrt{xy+4}$, 则 $(4 \oplus 8) \oplus 2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 4

【解析】

【分析】 根据新运算可得 $4 \oplus 8 = 6$, 再根据新运算计算, 即可求解.

【详解】 解: 根据题意得:

$$4 \oplus 8 = \sqrt{4 \times 8 + 4} = 6,$$

$$\therefore (4 \oplus 8) \oplus 2 = 6 \oplus 2 = \sqrt{6 \times 2 + 4} = 4.$$

故答案为: 4

【点睛】 本题主要考查了求一个数的算术平方根，理解新运算是解题的关键.

9. 不等式组 $\begin{cases} x > \frac{x-2}{2} \\ 5x-3 < 9+x \end{cases}$ 的整数解有_____个.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了求不等式组的整数解，先求出每个不等式的解集，再根据 “同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）” 求出不等式组的解集，进而求出其整数解即可.

【详解】 解： $\begin{cases} x > \frac{x-2}{2} \text{ ①} \\ 5x-3 < 9+x \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得： $x > -2$

解不等式②得： $x < 3$

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-2 < x < 3$,

$\therefore$ 整数解有 $-1, 0, 1, 2$ 共 4 个,

故答案为： 4.

10. 若 $(a-4)^2 + |b-5| = 0$ ，则以 a, b 为边长的等腰三角形的周长为_____.

【答案】 13 或 14

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的概念，非负数的性质，以及三角形的三边关系，注意利用分类讨论思想解题.

根据非负数的和为零，可得每个非负数同时为零，可得 a, b 的值，根据等腰三角形的概念进行分类讨论，可得答案.

【详解】 解： $\because (a-4)^2 + |b-5| = 0$ ，且 $(a-4)^2 \geq 0$ ， $|b-5| \geq 0$ ，

$\therefore a-4=0$ ， $b-5=0$ ，

解得： $a=4$ ， $b=5$ ，

当 4 为等腰三角形的腰长，5 为等腰三角形的底边时，则等腰三角形的周长为 $4+4+5=13$ ，

当 5 为等腰三角形的腰长，4 为等腰三角形的底边时，则等腰三角形的周长为 $5+5+4=14$ ，

故答案为： 13 或 14.

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AB 的中垂线与 AC 所在直线相交所得的锐角为 70° ，则底角 $\angle B$ 等于_____.

【答案】 10° 或 80°

【解析】

【分析】 本题主要考查了垂直平分线的性质，等边对等角和三角形内角和定理. 分 $\triangle ABC$ 为钝角三角形和锐角三角形两种情况，画出图形，根据等腰三角形的性质和垂直平分线的性质计算即可.

【详解】 解：如图 1， $\because DE$ 是 AB 的中垂线，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\therefore \angle ADE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ;$$

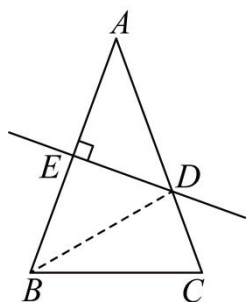


图1

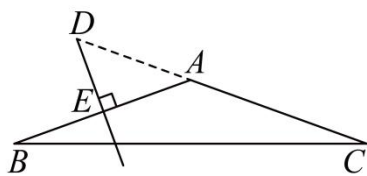


图2

如图 2，

$$\because DE \text{ 是 } AB \text{ 的中垂线，} \angle ADE = 70^\circ,$$

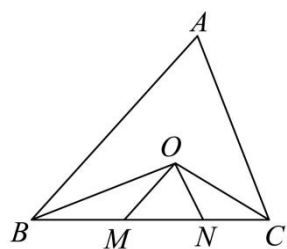
$$\therefore \angle DAE = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\because AB = AC, \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \angle DAE = \frac{1}{2} \times 20^\circ = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle B \text{ 等于 } 10^\circ \text{ 或 } 80^\circ.$$

故答案为： 10° 或 80° .

12. 如图， $\triangle ABC$ 中， BO 、 CO 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ， $OM \parallel AB$ ， $ON \parallel AC$ ， $BC = 10\text{cm}$ ，
则 $\triangle OMN$ 的周长 = _____.



【答案】 10cm

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的定义、平行线的性质、等角对等边，熟练掌握它们的性质是解题的关键；由角平分线的定义得出 $\angle ABO = \angle CBO$ ，结合平行线的性质得出 $\angle MBO = \angle MOB$ ，推出 $OM = BM$ ，同理 $ON = CN$ ，即可得解.

【详解】 解： $\because BO$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABO = \angle CBO,$$

又 $\because OM \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle ABO = \angle MOB,$$

$$\therefore \angle MBO = \angle MOB,$$

$$\therefore OM = BM,$$

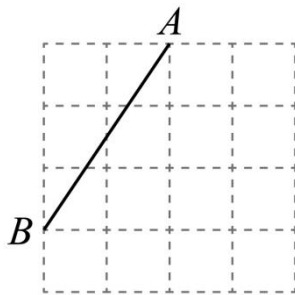
同理 $ON = CN$ ，

$$\because BC = 10\text{cm},$$

则 $\triangle OMN$ 的周长 $= OM + MN + ON = BM + MN + NC = BC = 10\text{cm}$.

故答案为： 10cm.

13. 如图，小正方形的边长为 1，设 $AB = m$ ，则下列关于 m 的判断：① m 是无理数；② m 是实数；③ m 是 13 的平方根，④ $4 < m < 5$. 其中正确的是_____ (填序号).



【答案】 ①②③

【解析】

【分析】 本题考查勾股定理与网格问题，无理数的识别与估算. 根据勾股定理求出 AB 的长，逐一进行判断即可.

【详解】 解： 由图可知： $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ， 即： $m = \sqrt{13}$ ，

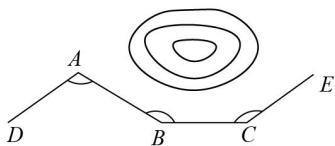
$\therefore m$ 是无理数，实数，是 13 的平方根，故①②③正确；

$$\because \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16},$$

$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4$, 即: $3 < m < 4$, 故④错误;

故答案为: ①②③.

14. 如图所示, 一条公路修到湖边时, 需要拐弯绕湖而过, 第一次拐的角 $\angle A = 110^\circ$, 第二次拐的角 $\angle B = 145^\circ$, 则第三次拐的角 $\angle C =$ _____ 时, 道路 CE 才能恰好与 AD 平行.

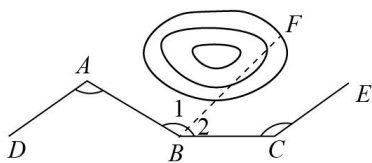


【答案】 145° ##145 度

【解析】

【分析】 首先过点 B 作 $BF \parallel AD$, 由 $AD \parallel CE$, 即可得 $BF \parallel AD \parallel CE$, 然后根据两直线平行, 内错角相等与两直线平行, 同旁内角互补, 即可求得 $\angle C$ 的大小.

【详解】 过点 B 作 $BF \parallel AD$,



$$\because AD \parallel CE,$$

$$\therefore BF \parallel AD \parallel CE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 110^\circ, \angle 2 + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle B = \angle 1 + \angle 2 = 145^\circ,$$

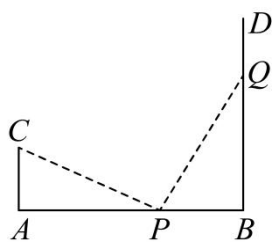
$$\therefore \angle 2 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 145^\circ.$$

故答案为 145° .

【点睛】 此题考查平行线的性质, 解题关键在于作辅助线.

15. 如图, $AB = 12\text{m}$, $CA \perp AB$ 于 A , $DB \perp AB$ 于 B , 且 $AC = 4\text{m}$, Q 点从 B 向 D 运动, 每分钟走 2m , P 点从 B 向 A 运动, P, Q 两点同时出发, P 点每分钟走 _____ m 时 $\triangle CAP$ 与 $\triangle PQB$ 全等.



【答案】1 或 3

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型. 分两种情况：①若 $BP = AC = 4$ ， $AP = BQ = 8$ ，则 $\triangle CAP \cong \triangle PBQ$ ；②若 $BP = AP = 6$ ， $AC = BQ = 4$ ，则 $\triangle ACP \cong \triangle BQP$ 即可得出结果.

【详解】解：∵ $CA \perp AB$ 于 A ， $DB \perp AB$ 于 B ，

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ,$$

设 P 点每分钟走 xm ，

①若 $BP = AC = 4$ ，此时 $AP = BQ = 8$ ， $\triangle CAP \cong \triangle PBQ$ ，

$$\therefore t = \frac{8}{2} = 4,$$

$$\therefore x = \frac{4}{4} = 1,$$

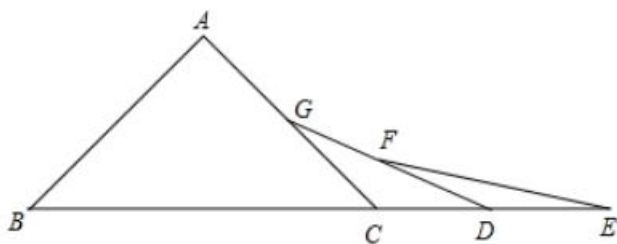
②若 $BP = AP = 6$ ， $AC = BQ = 4$ ， $\triangle ACP \cong \triangle BQP$ ，

$$\therefore t = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore x = \frac{6}{2} = 3.$$

故答案为：1 或 3

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 在 BC 的延长线上， G 是 AC 上一点，且 $CG = CD$ ， F 是 GD 上一点，且 $DF = DE$ 。若 $\angle A = 100^\circ$ ，则 $\angle E$ 的大小为_____度。



【答案】10

【解析】

【分析】根据三角形外角的性质，结合已知 $DF = DE$ ，得 $\angle E = \frac{1}{2} \angle CDG$ ，同理， $CG = CD$ ， $\angle CDG = \frac{1}{2} \angle ACB$ ， $AB = AC$ ，得出 $\angle ACB = \angle B$ ，利用三角形内角和 180° ，计算即得.

【详解】 $\because DE = DF$ ， $CG = CD$ ，

$$\therefore \angle E = \angle EFD = \frac{1}{2} \angle CDG, \quad \angle CDG = \angle CGD = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

又 $\because AB = AC$ ，

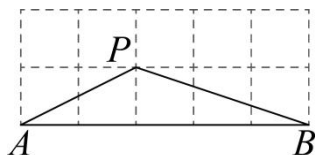
$$\therefore \angle ACB = \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2} (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 40^\circ = 10^\circ,$$

故答案为： 10° .

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质以及三角形外角的性质，解题的关键是灵活运用等腰三角形的性质和三角形外角的性质确定各角之间的关系.

17. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle PAB + \angle PBA = \underline{\quad\quad}^\circ$ (点 A, B, P 是网格线交点).

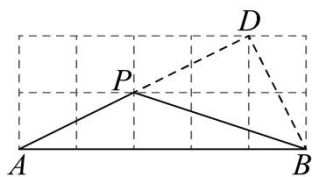


【答案】45

【解析】

【分析】延长 AP 交格点于 D，连接 BD，根据勾股定理得到 $PD^2 = BD^2 = 1 + 2^2 = 5$ ， $PB^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ ，求得 $PD^2 + DB^2 = PB^2$ ，于是得到 $\angle PDB = 90^\circ$ ，根据三角形外角的性质即可得到结论.

【详解】解：延长 AP 交格点于 D，连接 BD，



则 $PD^2 = BD^2 = 1 + 2^2 = 5$ ， $PB^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ ，

$$\therefore PD^2 + DB^2 = PB^2,$$

$$\therefore \angle PDB = 90^\circ,$$

即 $\triangle PBD$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle DPB = \angle PAB + \angle PBA = 45^\circ,$$

故答案为：45.

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，勾股定理，三角形的外角的性质，等腰直角三角形的判定和性质，

正确的作出辅助线是解题的关键.

18. 大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数, 而无理数是无限不循环小数, 因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来, 于是小林用 $\sqrt{2}-1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分. 事实上, 小林的表示方法是有道理的, 因为 $1 < \sqrt{2} < 2$, 即 $\sqrt{2}$ 的整数部分是1, 将这个数减去其整数部分, 差就是小数部分. 如果 $\sqrt{5}$ 的小数部分为 a , $\sqrt{13}$ 的整数部分为 b , 则 $a+b-\sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查的是估算无理数的大小, 求得 a 、 b 的值是解题的关键. 先估算出 $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{13}$ 的大小, 可得到 a 、 b 的值, 然后代入计算即可.

【详解】 解: $\because 4 < 5 < 9$,

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3,$$

$$\therefore a = \sqrt{5} - 2,$$

$$\because 9 < 13 < 16,$$

$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

$$\therefore b = 3,$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{5} - 2 + 3 - \sqrt{5} = 1,$$

故答案为: 1.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 共 24 分.

19. 已知实数 x , y , z 满足等式 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + z = 8.5$, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + 2z = 13.5$.

(1) 若 $z = -1$, 求 $\sqrt{x+y}$ 的值;

(2) 若实数 $m = \sqrt{x-3y} + \sqrt{3y-x} + \sqrt{x+y+z}$, 求 m 的平方根;

(3) 直接写出多项式 $7x + 8y + 24z$ 的值.

【答案】 (1) $\sqrt{30}$; (2) ± 2 ; (3) 183

【解析】

【分析】 (1) 将 $z=-1$ 代入两个方程, 再将所得等式相加即可得;

(2) 由二次根式被开方数的非负性得出 $x=3y$ ，代入已知等式，解方程得出 x 、 y 、 z 的值，再代回等式计算可得；

(3) 将方程① $\times 12$ +② $\times 6$ 即可得.

【详解】解：(1) 把 $z = -1$ 代入已知等式中，得： $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 9.5, \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 15.5$,

$$\text{两式相加得: } \frac{5}{6}x + \frac{5}{6}y = 25,$$

$$\text{即 } x + y = 30.$$

$$\therefore \sqrt{x+y} = \sqrt{30}.$$

$$(2) \because m = \sqrt{x-3y} + \sqrt{3y-x} + \sqrt{x+y+z},$$

$$\therefore x-3y \geq 0, 3y-x \geq 0,$$

$$\therefore x-3y = 0.$$

$$\text{把 } x=3y \text{ 代入已知等式，并整理得: } 3y+2z=17, 11y+12z=81,$$

$$\text{解得: } x=9, y=3, z=4,$$

$$\therefore m = \sqrt{9+3+4} = 4,$$

$\therefore m$ 的平方根是 ± 2 ;

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + z = 8.5 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + 2z = 13.5 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 12, \text{ 得: } 4x + 6y + 12z = 102 \text{ ③},$$

$$\text{②} \times 6, \text{ 得: } 3x + 2y + 12z = 81 \text{ ④},$$

$$\text{③} + \text{④}, \text{ 得: } 7x + 8y + 24z = 183.$$

【点睛】本题主要考查算术平方根、平方根，解题的关键是掌握等式的基本性质与二次根式的双重非负性、解方程组的能力.

20. 某数码专营店销售甲、乙两种品牌智能手机，这两种手机的进价和售价如下表所示：

	甲	乙
--	---	---

进价 (元/部)	4300	3600
售价 (元/部)	4800	4200

(1) 该店销售记录显示，三月份销售甲、乙两种手机共 17 部，且销售甲种手机的利润恰好是销售乙种手机利润的 2 倍，求该店三月份售出甲种手机和乙种手机各多少部？

(2) 根据市场调研，该店四月份计划购进这两种手机共 20 部，要求购进乙种手机数不超过甲种手机数的 $\frac{2}{3}$ ，而用于购买这两种手机的资金低于 81500 元，请通过计算设计所有可能的进货方案。

(3) 在 (2) 的条件下，该店打算将四月份按计划购进的 20 部手机全部售出后，所获得利润的 30% 用于购买 A, B 两款教学仪器捐赠给某希望小学。已知购买 A 仪器每台 300 元，购买 B 仪器每台 570 元，且所捐的钱恰好用完，试问该店捐赠 A, B 两款仪器一共多少台？（直接写出所有可能的结果即可）

【答案】 (1) 售出甲手机 12 部，乙手机 5 部；可能的方案为：①购进甲手机 12 部，乙手机 8 部；②购进甲手机 13 部，乙手机 7 部；(3) 该店捐赠 A, B 两款仪器一共 9 台或 8 台。

【解析】

【分析】 (1) 设售出甲手机 x 部，乙手机 y 部，根据销售甲、乙两种手机共 17 部，且销售甲种手机的利润恰好是销售乙种手机利润的 2 倍，可得出方程组，解出即可；

(2) 设购进甲手机 x 部，则购进乙手机 $(20-x)$ 部，根据购进乙种手机数不超过甲种手机数的 $\frac{2}{3}$ ，而用于购买这两种手机的资金低于 81500 元，可得出不等式组，解出即可得出可能的购进方案。

(3) 先求出捐款数额，设捐赠甲仪器 x 台，乙仪器 y 台，列出二元一次方程，求出整数解即可。

【详解】 解：(1) 设售出甲手机 x 部，乙手机 y 部，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} x+y=17 \\ 500x=2 \times 600y \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}.$$

答：售出甲手机 12 部，乙手机 5 部；

(2) 设购进甲手机 x 部，则购进乙手机 $(20-x)$ 部，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} 20-x \leq \frac{2}{3}x \\ 4300x+3600(20-x) < 81500 \end{cases},$$

$$\text{解得：} 12 \leq x < 13\frac{4}{7},$$

$\therefore x$ 取整数，

$\therefore x$ 可取 12, 13,

则可能的方案为:

①购进甲手机 12 部, 乙手机 8 部;

②购进甲手机 13 部, 乙手机 7 部.

(3) ①若购进甲手机 12 部, 乙手机 8 部, 此时的利润为: $12 \times 500 + 8 \times 600 = 10800$,

设捐赠甲仪器 x 台, 乙仪器 y 台,

由题意得, $300x + 570y = 10800 \times 30\%$,

$\therefore x, y$ 为整数,

$\therefore x = 7, y = 2$,

则此时共捐赠两种仪器 9 台;

②若购进甲手机 13 部, 乙手机 7 部, 此时的利润为: $13 \times 500 + 7 \times 600 = 10700$,

设捐赠甲仪器 x 台, 乙仪器 y 台,

由题意得, $300x + 570y = 10700 \times 30\%$,

$\therefore x, y$ 为整数,

$\therefore x = 5, y = 3$,

则此时共捐赠两种仪器 8 台;

综上可得该店捐赠 A, B 两款仪器一共 9 台或 8 台.

【点睛】 本题考查一元一次不等式组的应用、二元一次方程的应用及二元一次方程组的应用, 解题关键是仔细审题, 将实际问题转化为数学方程或不等式求解, 难度较大.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 54 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

21. 计算:

$$(1) \sqrt{81} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt{4} - |\sqrt{3} - 2|;$$

$$(2) \sqrt{4^2} + \sqrt[3]{-8} - |2 - \sqrt{2}|.$$

【答案】 (1) $6 + \sqrt{3}$;

$$(2) \sqrt{2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了实数的混合运算等知识, 利用算术平方根及立方根的定义, 绝对值的性质化简后再算加减即可.

(1) 根据算术平方根、立方根、绝对值的意义进行化简, 再计算即可求解;

(2) 根据算术平方根、立方根、绝对值的意义进行化简，再计算即可求解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = 9 - 3 + 2 - (2 - \sqrt{3})$$

$$= 9 - 3 + 2 - 2 + \sqrt{3}$$

$$= 6 + \sqrt{3};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 原式} = 4 - 2 - (2 - \sqrt{2})$$

$$= 4 - 2 - 2 + \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}.$$

22. 求下列二次根式的值:

$$(1) \sqrt{a^2 - 2a + 1}, \text{ 其中 } a = -\sqrt{3}.$$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{(m+2)^2}}, \text{ 其中 } m = -5.$$

【答案】(1) $\sqrt{3} + 1$;

$$(2) \frac{1}{3}$$

【解析】

【分析】本题考查二次根式的性质与化简，熟练掌握相关的运算法则是解答本题的关键.

(1) 先将所求式子变形，再将 a 的值代入计算即可；

(2) 将 m 的值代入计算即可.

【小问 1 详解】

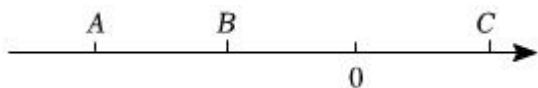
$$\text{解: 当 } a = -\sqrt{3}, \sqrt{a^2 - 2a + 1} = \sqrt{(a-1)^2} = \sqrt{(-\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3} + 1;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 当 } m = -5 \text{ 时, } \sqrt{\frac{1}{(m+2)^2}} = \sqrt{\frac{1}{(-5+2)^2}} = \sqrt{\frac{1}{(-3)^2}} = \frac{1}{3}.$$

23. 如图，数轴上有 A, B, C 三个点， A, B, C 对应的数分别是 $a, b, 10$ ，且满足 $|a+24| + |b+10| = 0$ ，

动点 P 从 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 运动，设运动时间为 t 秒.



(1) 求 a, b 的值;

(2) 若点 P 到点 A 的距离是点 P 到点 B 的距离的 2 倍, 求点 P 对应的数.

【答案】 (1) a 的值是 -24 , b 的值是 -10 ;

(2) $-\frac{44}{3}$ 或 4

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用、数轴以及绝对值的非负性, 解题的关键是: (1) 利用绝对值的非负性, 求出 a, b 的值; (2) 找准等量关系, 正确列出一元一次方程.

(1) 利用绝对值的非负性, 可得出 $a + 24 = 0$, $b + 10 = 0$, 解之即可得出 a, b 的值;

(2) 当运动时间为 t ($0 \leq t \leq 34$) 秒时, 点 P 对应的数为 $-24 + t$, 根据 $PA = 2PB$, 可列出关于 t 的含绝对值符号的一元一次方程, 解之可得出 t 的值, 再将其代入 $(-24 + t)$ 中, 即可求出结论.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because |a + 24| + |b + 10| = 0$$

$$\therefore a + 24 = 0, \quad b + 10 = 0,$$

$$\text{解得: } a = -24, \quad b = -10,$$

答: a 的值是 -24 , b 的值是 -10 ;

【小问 2 详解】

$$|10 - (-24)| \div 1 = 34 \quad (\text{秒})$$

当运动时间为 t ($0 \leq t \leq 34$) 秒时, 点 P 对应的数为 $-24 + t$,

$$\text{根据题意得 } |-24 + t - (-24)| = 2|-24 + t - (-10)|,$$

$$\text{即 } t = 2(14 - t) \text{ 或 } t = 2(t - 14),$$

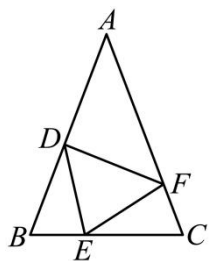
$$\text{解得: } t = \frac{28}{3} \text{ 或 } t = 28,$$

$$\text{当 } t = \frac{28}{3} \text{ 时, } -24 + t = -24 + \frac{28}{3} = -\frac{44}{3};$$

$$\text{当 } t = 28 \text{ 时, } -24 + t = -24 + 28 = 4.$$

答: 点 P 对应的数为 $-\frac{44}{3}$ 或 4 .

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 、 E 、 F 分别在 AB 、 BC 、 AC 边上, 且 $BE = CF$, $BD = CE$.



(1) 求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形;

(2) 当 $\angle A = 40^\circ$ 时, 求 $\angle DEF$ 的度数.

【答案】(1) 详见解析

(2) 70°

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的判定, 三角形内角和定理.

(1) 由 $AB = AC$, $\angle ABC = \angle ACB$, $BE = CF$, $BD = CE$. 利用边角边定理证明 $\triangle DBE \cong \triangle ECF$, 然后即可求证 $\triangle DEF$ 是等腰三角形;

(2) 根据 $\angle A = 40^\circ$ 可求出 $\angle B = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$, 根据 $\triangle DBE \cong \triangle ECF$, 利用三角形内角和定理即可求出 $\angle DEF$ 的度数.

【小问 1 详解】

证明: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

在 $\triangle DBE$ 和 $\triangle ECF$ 中

$$\begin{cases} BE = CF \\ \angle ABC = \angle ACB, \\ BD = CE \end{cases}$$

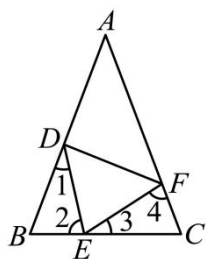
$\therefore \triangle DBE \cong \triangle ECF$ (SAS),

$\therefore DE = EF$,

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰三角形;

【小问 2 详解】

如图,



$$\because \triangle DBE \cong \triangle ECF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, \angle A = 40^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = 70^\circ.$$

25. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在边 AC 上 (点 D 不与点 A, C 重合), 点 E 是射线 BC 上的一个动点 (点 E 不与点 B, C 重合), 连接 DE , 以 DE 为边作等边 $\triangle DEF$, 连接 CF .

(1) 如图 1, 当 DE 的延长线与 AB 的延长线相交, 且点 C, F 在直线 DE 的同侧时, 过点 D 作 $DG \parallel AB$, DG 交 BC 于点 G , 求证: $CF = EG$;

(2) 如图 2, 当 DE 的反向延长线与 AB 的反向延长线相交, 且点 C, F 在直线 DE 的同侧时, 求证: $CD = CE + CF$;

(3) 如图 3, 当 DE 的反向延长线与线段 AB 相交, 且点 C, F 在直线 DE 的异侧时, 猜想 CD, CE, CF 之间的等量关系, 并说明理由.

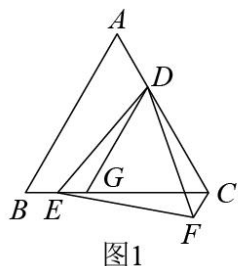


图1

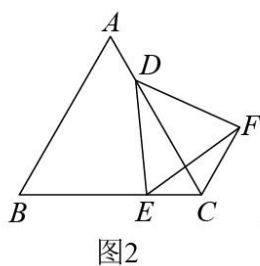


图2

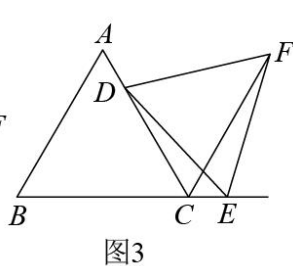


图3

【答案】 (1) 证明见解析; (2) 证明见解析; (3) $FC = DC + EC$, 证明见解析.

【解析】

【分析】 (1) 根据等边三角形的性质和平行线的性质证出 $\triangle DCG$ 是等边三角形, 得出 $DC = DG$, 由 $\triangle DEF$ 是等边三角形得出 $DF = DE$, 然后根据角的关系得出 $\angle EDG = \angle FDC$, 进而得出 $\triangle EDG \cong \triangle FDC$, 根据全等三角形的性质即可得出结论;

(2) 过点 D 作 $DG \parallel AB$, DG 交 BC 于点 G . 同 (1) 的证明思路可得 $\triangle EDG \cong \triangle FDC$. 根据全等三角形的对应边相等量代换即可得出结论;

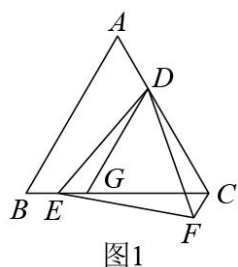
(3) 过点 D 作 $DG \parallel AB$, DG 交 BC 于点 G . 类似于 (1) (2) 的证明思路可得 $\triangle EDG \cong \triangle FDC$. 根据全等三角形的对应边相等量代换即可得出结论.

【详解】解: (1) 证明: 如图 1, $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ.$$

$$\because DG \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DGC = \angle B.$$



$$\therefore \angle DGC = \angle DCG = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle DGC$ 是等边三角形.

$$\therefore DC = DG, \angle CDG = 60^\circ,$$

$\because \triangle DEF$ 是等边三角形,

$$\therefore DE = DF, \angle EDF = 60^\circ$$

$$\therefore \angle EDG = 60^\circ - \angle GDF, \angle FDC = 60^\circ - \angle GDF,$$

$$\therefore \angle EDG = \angle FDC,$$

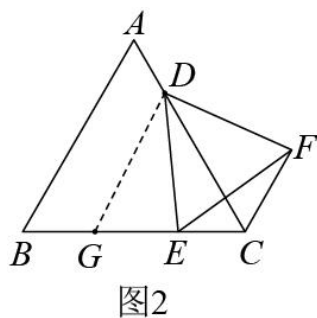
$$\therefore \triangle EDG \cong \triangle FDC.$$

$$\therefore FC = EG.$$

(2) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ.$$

如图 2, 过点 D 作 $DG \parallel AB$, DG 交 BC 于点 G .



$$\therefore \angle DGC = \angle B = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle DGC = \angle DCG = 60^\circ$$

$\therefore \triangle DGC$ 是等边三角形.

$\therefore CD = DG = CG, \angle CDG = 60^\circ,$

$\therefore \triangle DEF$ 是等边三角形,

$\therefore DE = DF, \angle EDF = 60^\circ,$

$\therefore \angle EDG = 60^\circ - \angle CDE, \angle FDC = 60^\circ - \angle CDE,$

$\therefore \angle EDG = \angle FDC.$

$\therefore \triangle EDG \cong \triangle FDC.$

$\therefore EG = FC.$

$\therefore CG = CE + EG,$

$\therefore CG = CE + FC.$

$\therefore CD = CE + FC.$

(3) 解: 如图 3, 猜想 DC 、 EC 、 FC 之间的等量关系是 $FC = DC + EC$.

证明如下:

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ.$

过点 D 作 $DG \parallel AB$, DG 交 BC 于点 G .

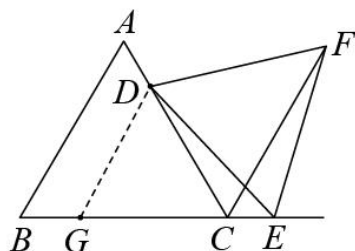


图3

$\therefore \angle DGC = \angle B.$

$\therefore \angle DGC = \angle DCG = 60^\circ$

$\therefore \triangle DGC$ 是等边三角形.

$\therefore CD = DG = CG, \angle CDG = 60^\circ.$

$\therefore \triangle DEF$ 是等边三角形,

$\therefore DE = DF, \angle EDF = 60^\circ,$

$\therefore \angle EDG = 60^\circ + \angle CDE, \angle FDC = 60^\circ + \angle CDE,$

$\therefore \angle EDG = \angle FDC.$

$\therefore \triangle EDG \cong \triangle FDC.$

$$\therefore EG = FC.$$

$$\because EG = EC + CG,$$

$$\therefore FC = EC + DC.$$

【点睛】 本题主要考查了等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，添加辅助线构造出全等三角形是解决此题的关键.