

八上数学课内作业 10

一、选择题：(每题 3 分，共 18 分)

1. 下列说法中，不正确的是 ()

A. 0.027 的立方根是 0.3

B. -1 的立方根是 -1

C. 0 的立方根是 0

D. 125 的立方根是 ± 5

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了立方根的性质：一个正数的立方根是正数，一个负数的立方根是负数，0 的立方根是 0，掌握以上知识是解答本题的关键；

本题利用立方根的性质对选项逐一判断，即可求解.

【详解】解：A. 0.027 的立方根是 0.3，故选项正确；

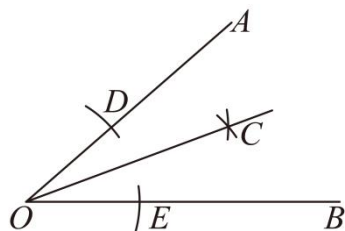
B. -1 的立方根是 -1，故选项正确；

C. 0 的立方根是 0，故选项正确；

D. $\because 5^3 = 125, (-5)^3 = -125, \therefore 125$ 的立方根等于 5，故选项错误.

故选：D

2. 下面是“作 $\angle AOB$ 的平分线”的尺规作图过程：该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是 ()



A. SSS

B. SAS

C. ASA

D. AAS

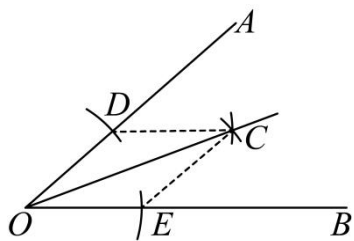
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了作图-基本作图，掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

根据 SSS 证明三角形全等.

【详解】解：连接 CD ， CE ，



由作图得: $OD = OE$, $CD = CE$, $OC = OC$,

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle OCE (SSS)$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$.

故选: A.

3. 某直角三角形的面积为 $5\sqrt{10}$, 其中一条直角边长为 $\sqrt{5}$, 则另一条直角边长为 ()

- A. $10\sqrt{2}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $5\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{10}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式的除法运算, 解题的关键是掌握二次根式的除法法则.

利用二次根式的除法法则进行计算即可.

【详解】解: 根据直角三角形面积公式, 另一条直角边长为 $5\sqrt{10} \div (\frac{1}{2} \times \sqrt{5}) = \frac{2 \times 5\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 10\sqrt{2}$,

故选: A.

4. 一个直角三角形的三边长分别为 3, 4, x , 则 x 的值是 ()

- A. 25 B. 5 C. 5 或 $\sqrt{7}$ D. 5 或 7

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边的平方和等于斜边长的平方. 解题的关键是要注意分类讨论, 有两种情况不要漏解. 由于直角三角形的斜边不能确定, 故应分为: x 为斜边与 4 为斜边两种情况, 再根据勾股定理求解.

【详解】解: 当 x 为斜边时, $3^2 + 4^2 = x^2$,

解得 $x_1 = 5$, $x_2 = -5$ (舍去),

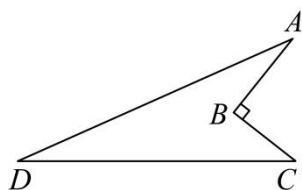
当 4 为斜边时, $3^2 + x^2 = 4^2$,

解得 $x_1 = \sqrt{7}$, $x_2 = -\sqrt{7}$ (舍去),

综上所述, x 的值是 5 或 $\sqrt{7}$.

故选: C.

5. 一块木板如图所示, 已知 $AB=8$, $BC=6$, $DC=24$, $AD=26$, $\angle B=90^\circ$, 则木板的面积为 ()



A. 60

B. 20

C. 96

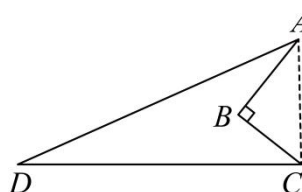
D. 48

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查正确运用勾股定理, 及勾股定理的逆定理, 熟练掌握勾股定理是解题的关键. 连接 AC , 利用勾股定理求出直角三角形 ABC 的斜边, 通过三角形 ACD 的三边关系可确定它为直角三角形, 木板面积为这两三角形面积之差.

【详解】 解: 如图所示, 连接 AC ,



$$\because \angle B = 90^\circ, \quad AB = 8, \quad BC = 6,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10,$$

$$\because DC = 24, \quad AD = 26,$$

$$\therefore DC^2 + AC^2 = 10^2 + 24^2 = 676 = 26^2 = AD^2,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是直角三角形,

$$\therefore S_{\text{木板}} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 - \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 96.$$

故选: C.

6. 到三角形三条边的距离都相等的点是这个三角形的 ()

A. 三条中线的交点

B. 三条高的交点

C. 三条边的垂直平分线的交点

D. 三条角平分线的交点

【答案】 D

【解析】

【分析】本题考查角平分线的性质：角平分线上的点到角的两边距离相等。根据角平分线的性质作答即可。

【详解】解：∵角平分线上的点到角的两边距离相等，

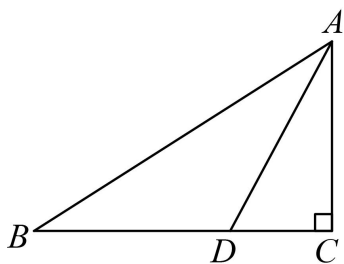
∴三条角平分线的交点到三边的距离都相等，

∴到三角形三条边的距离都相等的点是三条角平分线的交点。

故选：D。

二、填空题：（每题 2 分，共 24 分）

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，若 $DC = 2$ ，则点 D 到 AB 的距离_____。

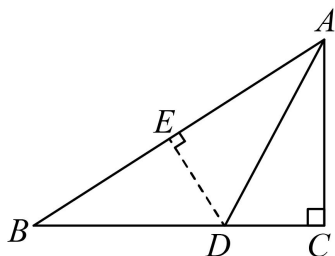


【答案】2

【解析】

【分析】根据角平分线的性质即可求解；

【详解】如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，



∵ AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，

$AC \perp BC, DE \perp AB$ ，

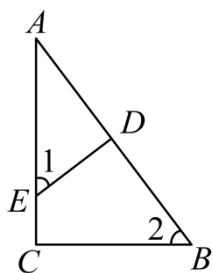
∴ $DE = CD = 2$ ，

即点 D 到 AB 的距离为 2；

故答案为：2

【点睛】本题考查了角平分线的性质，熟记角平分线的性质是解题的关键

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，连接 DE ，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $\triangle ADE$ 是_____三角形。



【答案】直角

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理和直角三角形的判定，掌握这些是解题的关键.

根据三角形内角和定理得到 $\angle 2 + \angle A = 90^\circ$ ，进而等量代换得到 $\angle 1 + \angle A = 90^\circ$ ，进一步推出 $\angle ADE = 90^\circ$ ，由此可得结论.

【详解】解： $\because$ 在 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 + \angle A = 180^\circ - \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 180^\circ - (\angle 1 + \angle A) = 90^\circ,$$

$\therefore ADE$ 是直角三角形.

故答案为：直角.

9. 不等式 $\sqrt{3}x - 1 \geq 2x$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -2 - \sqrt{3}$ ## $x \leq -\sqrt{3} - 2$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式，分母有理化，按照移项，合并同类项，系数化为1的步骤解不等式，再分母有理化即可得到答案.

【详解】解： $\sqrt{3}x - 1 \geq 2x$

$$\text{移项得： } \sqrt{3}x - 2x \geq 1,$$

$$\text{合并同类项得： } (\sqrt{3} - 2)x \geq 1,$$

$$\text{系数化为1得： } x \leq \frac{1}{\sqrt{3} - 2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(\sqrt{3} - 2)(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{3 - 4} = -2 - \sqrt{3},$$

故答案为： $x \leq -2 - \sqrt{3}$.

10. $\sqrt{64}$ 的立方根是_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了算术平方根，立方根，先计算 $\sqrt{64}$ 的值，再求其立方根即可，掌握相关定义是解题关键.

【详解】 解：因为 $\sqrt{64}$ 表示 64 的算术平方根，

所以 $\sqrt{64} = 8$ ，

所以 8 的立方根是 2，即 $\sqrt{64}$ 的立方根是 2，

故答案为：2.

11. 某班学生进行合影留念活动，每两个同学之间会留下一张合影，已知最终拍摄了 1225 张照片，这个班的学生人数是_____人.

【答案】 50

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是正确理解题意建立方程.

设学生人数为 n ，根据题意建立方程 $\frac{n(n-1)}{2} = 1225$ ，再解方程即可.

【详解】 解：设学生人数为 n ，

由题意得， $\frac{n(n-1)}{2} = 1225$ ，

整理得， $n^2 - n - 2450 = 0$ ，

解得 $n_1 = 50$ ， $n_2 = -49$ （舍），

$\therefore$ 这个班的学生人数是 50 人，

故答案为：50.

12. 对二次三项式因式分解： $3x^2 - 12x + 10 =$ _____.

【答案】 $(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

【解析】

【分析】 本题考查了在实数范围内因式分解.

通过配方法将二次三项式转化为完全平方式与常数的差，再利用平方差公式进行因式分解.

【详解】解： $3x^2 - 12x + 10$

$$= 3(x^2 - 4x) + 10$$

$$= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 10$$

$$= 3(x^2 - 4x + 4) - 12 + 10$$

$$= 3(x^2 - 4x + 4) - 2$$

$$= 3(x-2)^2 - 2$$

$$= [\sqrt{3}(x-2)]^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$= [\sqrt{3}(x-2) + \sqrt{2}][\sqrt{3}(x-2) - \sqrt{2}]$$

$$= (\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2}).$$

故答案为： $(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

13. 已知 α 和 β 是一元二次方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两个根，则 $\alpha^2 + 4\beta - 1$ 的值为_____.

【答案】 16

【解析】

【分析】根据题意，利用根与系数关系，变形计算解答即可.

本题考查了根与系数关系，求代数式的值，掌握解答的方法是解题的关键.

【详解】解： $\because \alpha$ 和 β 是一元二次方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两个根，

$$\therefore \alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -1, \alpha^2 - 4\alpha - 1 = 0,$$

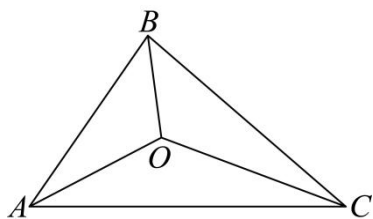
$$\therefore \alpha^2 - 1 = 4\alpha,$$

$$\therefore \alpha^2 + 4\beta - 1 = 4\alpha + 4\beta = 4(\alpha + \beta) = 16,$$

故答案为： 16.

14. 如图， $\triangle ABC$ 的三边 AB 、 BC 、 CA 的长分别为 40、50、60，其三条角平分线交于点 O ，则

$$S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

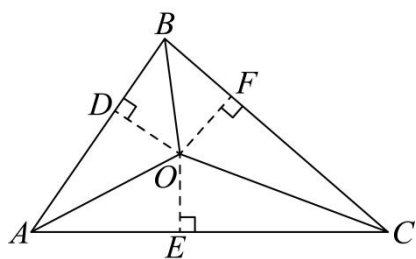


【答案】 4:5:6

【解析】

【分析】 本题考查角平分线的性质定理，过点 O 作 OD ， OF ， OE 分别垂直于 AB ， BC ， CA ，由角平分线上的点到角两边的距离相等得到 $OD = OE = OF$ ，进而可得到三个三角形面积的比值.

【详解】 如图，过点 O 作 OD ， OF ， OE 分别垂直于 AB ， BC ， CA ，垂足分别为 D ， F ， E .



$\because BO$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore OD = OF$.

同理 $OE = OD$,

$\therefore OD = OE = OF$.

$\because ABC$ 的三边 AB ， BC ， CA 的长分别为 40，50，60，

$$\therefore S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} = \left(\frac{1}{2} AB \cdot OD \right) : \left(\frac{1}{2} BC \cdot OF \right) : \left(\frac{1}{2} AC \cdot OE \right)$$

$$= AB : BC : AC = 40 : 50 : 60 = 4 : 5 : 6,$$

故答案为：4:5:6.

15. 在 ABC 中， $\angle B = 36^\circ$ ， $BC^2 - AC^2 = AB^2$ ，则 $\angle C$ 的大小为_____.

【答案】

54° ##54 度

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理的逆定理，直角三角形的两个锐角互余，掌握勾股定理的逆定理是解题的关键. 由条件 $BC^2 - AC^2 = AB^2$ ，根据勾股定理逆定理，得 $\angle A = 90^\circ$ ，再根据直角三角形两锐角互余，求出 $\angle C$.

【详解】解： $\because BC^2 - AC^2 = AB^2$,

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle A = 90^\circ$

$$\text{又} \because \angle B = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ.$$

故答案为 54° .

16. 如果一元二次方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 经配方后, 得 $(x-3)^2 = 4$, 那么 $k =$ _____.

【答案】5

【解析】

【分析】本题考查了配方法解一元二次方程: 将一元二次方程配成 $(x+m)^2 = n$ 的形式, 再利用直接开平方法求解, 这种解一元二次方程的方法叫配方法. 先移项得到 $x^2 - 6x = -k$, 再把方程两边加上 9 得到 $(x-3)^2 = 9-k$, 从而得到 $9-k = 4$, 然后解关于 k 的方程即可.

【详解】解: $x^2 - 6x + k = 0$,

$$x^2 - 6x = -k,$$

$$x^2 - 6x + 9 = 9 - k,$$

$$(x-3)^2 = 9 - k,$$

$$\text{所以 } 9 - k = 4,$$

$$\text{解得 } k = 5.$$

故答案为: 5.

17. 定义运算 “ $*$ ” 的运算法则为 $a * b = 2\sqrt{a} + \sqrt{b}$, 则 $18 * 32 =$ _____.

【答案】 $10\sqrt{2}$

【解析】

【分析】此题考查了二次根式的加法运算. 根据新定义运算, 利用二次根式的运算, 求解即可.

【详解】解: $\because a * b = 2\sqrt{a} + \sqrt{b}$,

$$\therefore 18 * 32 = 2\sqrt{18} + \sqrt{32} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2},$$

故答案为: $10\sqrt{2}$.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq \frac{2}{3}$ 且 $m \neq 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式, 一元二次方程的定义, 根据根的判别式可得 $\Delta = 2^2 - 4 \times (m-1) \times (-3) \geq 0$, 根据一元二次方程的定义可得 $m-1 \neq 0$, 据此求解即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta = 2^2 - 4 \times (m-1) \times (-3) \geq 0 \end{cases},$$

解得: $m \geq \frac{2}{3}$ 且 $m \neq 1$,

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq \frac{2}{3}$ 且 $m \neq 1$.

故答案为: $m \geq \frac{2}{3}$ 且 $m \neq 1$.

三、简答题: (每题 8 分, 共 32 分)

19. 计算: $\frac{3\sqrt{6}}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 解题的关键是正确化简二次根式.
分别化简二次根式和计算二次根式的乘法, 再进行加减计算.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{3\sqrt{6}}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= 0. \end{aligned}$$

20. 解方程: $\frac{x}{x-2} + \frac{6}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$.

【答案】 $x = -10$

【解析】

【分析】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

将分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：方程两边同时乘 $(x+2)(x-2)$ 得： $x(x+2)+6(x-2)=8$,

去括号得： $x^2+2x+6x-12=8$,

整理得： $x^2+8x-20=0$,

$(x-2)(x+10)=0$,

解得 $x_1=2$, $x_2=-10$.

检验：当 $x=2$ 时， $(x+2)(x-2)=0$ ，是分式方程的增根；

当 $x=-10$ 时， $(x+2)(x-2)\neq 0$ ，是分式方程的解.

$\therefore$ 方程的解为 $x=-10$.

21. 计算： $2\sqrt{3x^2y}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{6x}+\sqrt{\frac{y^2}{x}}(y\geq 0)$;

【答案】 $2x\sqrt{2xy}+\frac{y}{x}\sqrt{x}$

【解析】

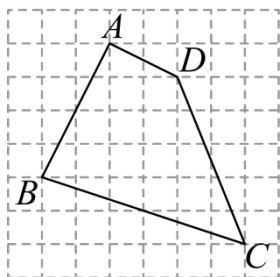
【分析】 本题考查了混合运算，利用二次根式的性质化简，解题的关键是熟练掌握二次根式的性质.

先计算二次根式的乘法并化简二次根式，再计算加法.

【详解】解： $2\sqrt{3x^2y}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{6x}+\sqrt{\frac{y^2}{x}}(y\geq 0)$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{3x^2y\cdot 6x}+\sqrt{\frac{y^2}{x}}(y\geq 0)$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{18x^2\cdot xy}+\sqrt{\frac{y^2x}{x^2}}(y\geq 0)$$
$$= \frac{2}{3}\times 3x\sqrt{2xy}+\frac{y}{x}\sqrt{x}$$
$$= 2x\sqrt{2xy}+\frac{y}{x}\sqrt{x}$$

22. 如图，在 8×8 的网格中，每个小正方形的边长都为 1，四边形 $ABCD$ 的顶点都在格点（网格线的交点）上.



- (1) 求线段 BC 和 CD 的长.
- (2) $\angle BAD$ 是直角吗? 请说明理由.

【答案】 (1) $BC = 2\sqrt{10}$, $CD = \sqrt{29}$

- (2) $\angle BAD$ 是直角, 理由见解析

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理, 勾股定理的逆定理, 熟练掌握勾股定理, 以及勾股定理的逆定理是解题的关键.

- (1) 根据勾股定理解答即可;
- (2) 根据勾股定理逆定理即可.

【小问 1 详解】

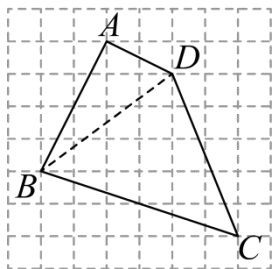
解: 根据题意得: $BC = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$,

$$CD = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29};$$

【小问 2 详解】

解: $\angle BAD$ 是直角, 理由如下:

如图, 连接 BD ,



根据题意得: $AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20$, $AD^2 = 2^2 + 1^2 = 5$, $BD^2 = 3^2 + 4^2 = 25$,

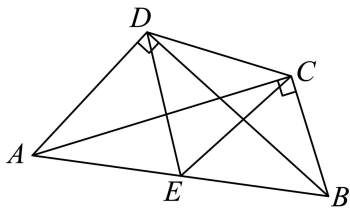
$$\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2,$$

$\therefore \triangle ABD$ 为直角三角形, 且 $\angle BAD = 90^\circ$,

即 $\angle BAD$ 是直角.

四、解答题：(8分*2+10分)

23. 如图， $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，连接 DE ， CE ， CD 。



(1) 求证： $DE = CE$ 。

(2) 若 $\angle CAB = 25^\circ$ ， $\angle DBA = 35^\circ$ ，则 $\angle DEC =$ _____ $^\circ$ 。

【答案】(1) 见解析 (2) 60°

【解析】

【分析】(1) 由直角三角形斜边上的中线性质的性质即可得出结论；

(2) 根据直角三角形的性质得到 $DE = AE = BE = CE$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle CAB = \angle ACE = 25^\circ$ ， $\angle DBA = \angle BDE = 35^\circ$ ，根据三角形的外角性质得到 $\angle BEC = \angle CAB + \angle ACE = 50^\circ$ ， $\angle AED = \angle DBA + \angle BDE = 70^\circ$ ，由平角性质即可得到结论。

【小问1详解】

证明： $\because \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB, CE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DE = CE.$$

【小问2详解】

解： $\because \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，

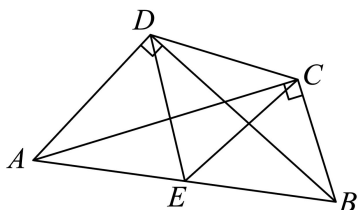
$$\therefore DE = AE = BE = CE,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACE = 25^\circ, \angle DBA = \angle BDE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle CAB + \angle ACE = 50^\circ, \angle AED = \angle DBA + \angle BDE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle AED - \angle BEC = 60^\circ.$$

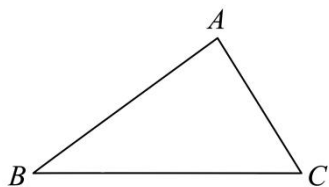
故答案为： 60° 。



【点睛】本题考查了直角三角形斜边上的中线性质的性质，等腰三角形的判定和性质，三角形的外角的性质，熟

练掌握各知识点是解题的关键.

24. 如图, 在 ABC 中,



(1) 当 $AB = 12$, $BC = 13$, $AC = 5$ 时, 求 ABC 的面积.

(2) 当 $AB = \sqrt{41}$, $BC = 8$, $AC = 5$ 时, 求 ABC 的面积.

【答案】(1) 30 (2) 16

【解析】

【分析】本题考查勾股定理逆定理, 用勾股定理理解三角形, 三角形面积的计算;

(1) 先根据题干中所给出的三角形的三边长, 利用勾股定理逆定理判断出直角三角形, 再根据直角三角形的两条直角边, 计算出三角形的面积;

(2) 首先根据边长关系判断 ABC 不是直角三角形, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 根据 $AC^2 - CD^2 = AB^2 - BD^2 = AD^2$ 列方程并求解, 即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: (1) $\because AB = 12$, $BC = 13$, $AC = 5$,

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2 = BC^2,$$

$\therefore ABC$ 是直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$,

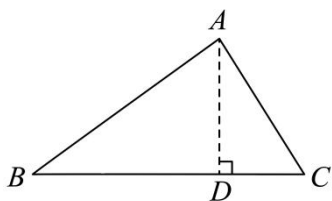
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30.$$

【小问 2 详解】

解: $\because AB = \sqrt{41}$, $BC = 8$, $AC = 5$,

$$\therefore AB^2 + AC^2 = (\sqrt{41})^2 + 5^2 = 66 \neq 64 = 8^2 = BC^2,$$

$\therefore ABC$ 不是直角三角形, 如图,



过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ,

$$\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ,$$

设 $BD = x$ ，则 $CD = 8 - x$ ，

$$\because AC^2 - CD^2 = AB^2 - BD^2 = AD^2,$$

$$\therefore 5^2 - (8 - x)^2 = (\sqrt{41})^2 - x^2,$$

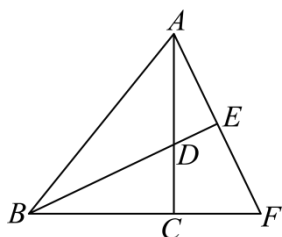
$$\therefore x = 5,$$

$$\therefore BD = 5, CD = 3,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{25 - 9} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16.$$

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在边 AC 上， $AE \perp BD$ 交 BD 的延长线于 E 。



(1) 若 AD 是 $\triangle BAE$ 的角平分线，说明 $\angle ABD$ 与 $\angle CBD$ 的数量关系；

(2) 若点 D 同时在 AB 的垂直平分线上，求证 $CD = DE$ ；

(3) 若 $AC = BC$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，直接写出 AE 与 BD 的数量关系。

【答案】 (1) $\angle ABD + 2\angle CBD = 90^\circ$

(2) 见解析 (3) $BD = 2AE$

【解析】

【分析】 本题考查了直角三角形的性质、垂直平分线的性质、全等三角形的性质与判定，结合图形正确找出全等三角形是解题的关键。

(1) 根据角平分线的定义得到 $\angle BAD = \angle DAE$ ，利用三角形内角和定理和等量代换得到 $\angle CBD = \angle DAE$ ，再利用直角三角形的性质得到 $\angle ABD + \angle BAD + \angle CBD = 90^\circ$ ，即可得出结论；

(2) 利用 AAS 证明 $\triangle BDC \cong \triangle ADE$ ，再利用全等三角形的性质即可证明；

(3) 通过证明 $\triangle BCD \cong \triangle ADF$ (ASA) 得到 $BD = AF$ ，再通过证明 $\triangle ABE \cong \triangle FBE$ (ASA) 得到 $AF = 2AE$ ，等量代换即可得出结论。

【小问 1 详解】

解： $\because AD$ 是 $\triangle BAE$ 的角平分线，

$$\therefore \angle BAD = \angle DAE,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AE \perp BD, \angle BDC = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD + \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + 2\angle CBD = 90^\circ;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because$ 点 D 同时在 AB 的垂直平分线上,

$$\therefore DB = DA,$$

在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BCD = \angle AED \\ \angle BDC = \angle ADE \\ DA = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle ADE (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = DE;$$

【小问 3 详解】

解: 在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACF$ 中,

$$\begin{cases} \angle DBC = \angle FAC \\ BC = AC \\ \angle BCD = \angle ACF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACF (\text{ASA}),$$

$$\therefore BD = AF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle FBE \\ BE = BE \\ \angle AEB = \angle FEB \end{cases}$$

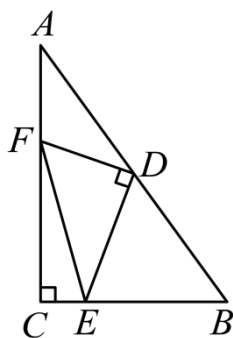
$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE (\text{ASA}),$$

$$\therefore AE = FE,$$

$$\therefore AF = 2AE,$$

$$\therefore BD = 2AE.$$

26. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 中点, 点 E 在 BC 边上 (点 E 不与点 B , C 重合), 连接 DE , 过点 D 作 $DE \perp DF$ 交 AC 于点 F , 连接 EF .



(1) 求证: $AF^2 + BE^2 = EF^2$.

(2) 若 $AC = 7$, $BC = 5$, $EC = 1$, 直接写出线段 AF 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $AF = \frac{17}{7}$

【解析】

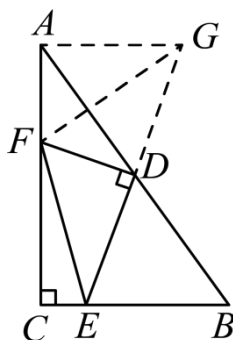
【分析】本题考查了全等三角形的判定和勾股定理, 中垂线的性质;

(1) 延长 ED 至 G 使 $DG = DE$, 连接 AG , 证明 $\triangle BDE \cong \triangle ADG$, 从而得 $DE = AG$, $AG \perp AC$, 由 $DF \perp DE$ 得 DF 为 GE 中垂线, 故 $GF = EF$, 在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中根据勾股定理即可的结论;

(2) 结合 (1) 中的结论可得 $AG = BE = 4$, $EF = GF$, 在 $\text{Rt}\triangle GAF$ 中利用勾股定理即可解决.

【小问 1 详解】

证明: 作 $AG \perp AC$, AG 交 ED 延长线于 G , 连接 FG



$\because AG \perp AC$,

$\therefore \angle CAG = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAG + \angle ACB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$,

$\therefore AG \parallel BE$,

$\therefore \angle AGD = \angle DEB$,

$$\text{在 } \triangle AGD \text{ 和 } \triangle BED \text{ 中, } \begin{cases} \angle AGD = \angle DEB \\ \angle ADG = \angle BDE, \\ AD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGD \cong \triangle BED (\text{AAS}),$$

$$\therefore AG = BE, \quad DG = DE,$$

$$\because DF \perp EG,$$

$$\therefore FG = EF,$$

$$\because \angle FAG = 90^\circ,$$

$$\therefore AF^2 + AG^2 = FG^2,$$

$$\therefore AF^2 + BE^2 = EF^2,$$

【小问 2 详解】

解: 设 $AF = x$,

$$\because AC = 7, \quad BC = 5, \quad CE = 1,$$

$$\text{则 } CF = AC - AF = 7 - x,$$

$$BE = BC - CE = 4,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore CF^2 + CE^2 = EF^2,$$

$$\text{即: } EF^2 = (7 - x)^2 + 1,$$

$$\text{由 (1) 知: } GF = EF, \quad \angle BAF = 90^\circ, \quad AG = BE,$$

$$\therefore GF^2 = (7 - x)^2 + 1, \quad AG = 4,$$

$$\because \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF^2 + AG^2 = GF^2,$$

$$\text{即: } x^2 + 4^2 = (7 - x)^2 + 1,$$

$$\text{解得: } x = \frac{17}{7},$$

$$\text{即: } AF = \frac{17}{7}.$$