

2025 学年上海外国语大学附属浦东外国语学校第一学期

初二年级数学第二十一章阶段练习

一、选择题：(共 6 题，每题 3 分)

1. 已知关于 x 的方程 $(k-2)x^{|k|} + x + 1 = 0$ 是一元二次方程，则 k 的值应为 ()

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. 不能确定

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义. 根据一元二次方程的定义，方程的最高次数为 2，且二次项系数不为 0，列方程求解.

【详解】 解：∵ 关于 x 的方程是一元二次方程，

$$\therefore |k| = 2 \text{ 且 } k - 2 \neq 0,$$

$$\text{由 } |k| = 2 \text{ 得 } k = 2 \text{ 或 } k = -2,$$

当 $k = 2$ 时， $k - 2 = 0$ ，不符合条件，

当 $k = -2$ 时， $k - 2 = -4 \neq 0$ ，符合条件，

$$\therefore k = -2.$$

故选： B.

2. 若 $(x+1)^2 - 1 = 0$ ，则 x 的值等于()

- A. $x = \pm 1$ B. $x = \pm 2$ C. 0 或 2 D. 0 或 -2

【答案】 D

【解析】

【分析】 先移项，再用直接开平方法解方程即可.

$$\text{【详解】 解： } (x+1)^2 - 1 = 0$$

$$\therefore (x+1)^2 = 1$$

$$\therefore x+1 = \pm 1$$

$$\therefore x_1 = -2, x_2 = 0$$

故选 D.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程，解此题的关键是正确的开方.

3. 关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. $\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了方程的根和解一元二次方程, 理解方程的根代入方程能使方程左右两边相等以及利用直接开平方法解一元二次方程是解题关键.

本题直接将方程的根代入方程后解一元二次方程即可求解.

【详解】解: 将 $x=0$ 代入方程得: $a^2 - 1 = 0$,

$\therefore a = \pm 1$

故选: C.

4. 下列整式能在实数范围内因式分解的是()

A. $x^2 + 4$

B. $x^2 + 2x - 1$

C. $x^2 + x + 3$

D. $4x^2 - 2x + 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了在实数范围内因式分解, 一元二次方程根的判别式的意义. 通过计算每个二次多项式的判别式, 判断是否能在实数范围内因式分解.

【详解】解: 对于二次多项式 $ax^2 + bx + c$, 判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$.

若 $\Delta \geq 0$, 则能在实数范围内因式分解.

对于 A: $x^2 + 4$, $a=1$, $b=0$, $c=4$, $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 4 = -16 < 0$, 不能因式分解.

对于 B: $x^2 + 2x - 1$, $a=1$, $b=2$, $c=-1$, $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4 + 4 = 8 > 0$, 能因式分解.

对于 C: $x^2 + x + 3$, $a=1$, $b=1$, $c=3$, $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 3 = 1 - 12 = -11 < 0$, 不能因式分解.

对于 D: $4x^2 - 2x + 1$, $a=4$, $b=-2$, $c=1$, $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 4 - 16 = -12 < 0$, 不能因式分解.

$\therefore$ 能在实数范围内因式分解的是 B.

故选: B.

5. 某超市一月份的营业额为 200 万元, 已知第一季度的总营业额共 1000 万元, 如果每个月比上一个月的增长率都相同, 均为 x , 则由题意列方程应为 ()

A. $200(1+x)^2=1000$

B. $200+200\cdot 2x=1000$

C. $200+200\cdot 3x=1000$

D. $200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用. 第一季度包括一月、二月和三月, 每月增长率相同为 x , 分别表示各月营业额后求和得到总营业额方程.

【详解】解: $\because$ 一月份营业额为 200 万元, 每月增长率为 x ,

$\therefore$ 二月份营业额为 $200(1+x)$ 万元,

三月份营业额为 $200(1+x)^2$ 万元,

第一季度总营业额为 $200+200(1+x)+200(1+x)^2=200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$,

$\therefore$ 方程为 $200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$.

故选: D.

6. 已知 $x_1=-1$ 是关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 的一个解, 该方程的另一个解为 x_2 , 则下列说法正确的是

()

A. $b-c=-1$

B. $b^2\leq 4c$

C. $b=1-x_2$

D. $c=x_2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的解, 一元二次方程解的判别式, 一元二次方程的解与系数的关系. 分别根据一元二次方程的解, 一元二次方程解的判别式, 一元二次方程的解与系数的关系逐项判断即可.

【详解】解: $\because x_1=-1$ 是方程 $x^2+bx+c=0$ 的解,

$$\therefore 1-b+c=0,$$

$$\therefore b-c=1, \text{ 故 A 错误;}$$

由题意得, 该方程有两个实数根,

$$\therefore \Delta=b^2-4c\geq 0,$$

$$\therefore b^2\geq 4c, \text{ 故 B 错误;}$$

$\because x^2 + bx + c = 0$ 的两个解为 $x_1 = -1$, x_2 ,

$$\therefore -1 + x_2 = -b, -x_2 = c,$$

$\therefore b = 1 - x_2, c = -x_2$, 故 C 正确, D 错误.

故选: C.

二、填空题: (共 11 题, 每题 3 分)

7. 关于 x 的方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 8m + 15 = 0$ 的常数项是 0, 则 m 的值为_____.

【答案】 3 或 5

【解析】

【分析】 本题考查了方程的定义, 解一元二次方程, 掌握因式分解法解一元二次方程是解题的关键.
根据方程常数项为 0 的条件, 列出关于 m 的方程, 再解方程即可.

【详解】 解: 方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 8m + 15 = 0$ 的常数项是 $m^2 - 8m + 15$,

$$\therefore m^2 - 8m + 15 = 0, \text{ 即 } (m-3)(m-5) = 0,$$

解得 $m = 3$ 或 $m = 5$.

当 $m = 3$ 时, 原方程为 $x = 0$ 符合题意,

当 $m = 5$ 时, 原方程为 $3x^2 + x = 0$ 符合题意,

故答案为: 3 或 5.

8. 方程 $\sqrt{3}(x-\sqrt{3})^2 = 0$ 的根是_____.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查直接开平方法解方程, 由 $\sqrt{3} \neq 0$, 方程等价于 $(x-\sqrt{3})^2 = 0$, 从而直接求解.

【详解】 解: $\because \sqrt{3}(x-\sqrt{3})^2 = 0, \sqrt{3} \neq 0$,

$$\therefore (x-\sqrt{3})^2 = 0,$$

$$\therefore x - \sqrt{3} = 0,$$

解得 $x = \sqrt{3}$,

故答案为: $\sqrt{3}$.

9. 以 $\sqrt{5}+1$ 和 $\sqrt{5}-1$ 为根, 且二次项系数为 1 的一元二次方程的一般式为_____.

【答案】 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根与系数的关系, 熟记两根之和与两根之积是解题的关键.

根据根与系数的关系, 设方程为 $x^2 + bx + c = 0$, 则两根之和为 $-b$, 两根之积为 c , 通过计算两根的和与积, 确定 b 和 c 的值.

【详解】 设一元二次方程为 $x^2 + bx + c = 0$, 两根分别为 $x_1 = \sqrt{5}+1$, $x_2 = \sqrt{5}-1$,

根据根与系数的关系,

$$x_1 + x_2 = -b = (\sqrt{5}+1) + (\sqrt{5}-1) = 2\sqrt{5}, \text{ 即 } b = -2\sqrt{5},$$

$$x_1 \cdot x_2 = c = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4, \text{ 即 } c = 4,$$

因此, 所求方程为 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$.

故答案为: $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$.

10. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx - a = 0$ (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$), 这个方程的根的情况是_____.

【答案】 方程有两个不相等的实数根

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式, 熟知 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 一元二次方程有两个不相等的实数根是解题的关键.

通过计算判别式判断根的情况即可.

【详解】 解: 判别式 $\Delta = b^2 - 4a \cdot (-a) = b^2 + 4a^2$,

$$\because a \neq 0,$$

$$\therefore 4a^2 > 0,$$

$$\because b^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故答案为: 方程有两个不相等的实数根.

11. 有若干支球队参加篮球比赛, 共比赛了 45 场, 每两队之间都比赛一场, 则有_____支球队.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，设共有 x 支球队，则每两队之间比赛一场，共比赛场数为 $\frac{x(x-1)}{2}$ ，

根据总场数 45 列出方程求解，理解题意，找准等量关系是解此题的关键.

【详解】 解： 设共有 x 支球队，则每两队之间比赛一场，共比赛场数为 $\frac{x(x-1)}{2}$ ，

根据题意，有 $\frac{x(x-1)}{2} = 45$ ，

方程两边同时乘以 2，得 $x(x-1) = 90$ ，

整理得 $x^2 - x - 90 = 0$ ，

因式分解得 $(x-10)(x+9) = 0$ ，

解得 $x = 10$ 或 $x = -9$ ，

由于球队数量为正整数，

故 $x = 10$ ，

故答案为： 10.

12. 已知等腰三角形的底和腰是方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的两个根，则该三角形的周长是_____.

【答案】 11或13

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的解法、等腰三角形的定义，三角形的三边关系和求三角形的周长，掌握一元二次方程的解法、利用三角形的三边关系进行判断是否构成三角形是解题的关键. 先解一元二次方程，再利用三角形的三边关系确定等腰三角形的腰长，最后求出三角形的周长即可.

【详解】 解： 解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ ，

$\therefore (x-3)(x-5) = 0$ ，

得 $x_1 = 3$ ， $x_2 = 5$ ，

当底边为 3，腰为 5 时，此时能组成三角形，

$\therefore$ 该三角形的周长是 $3 + 5 + 5 = 13$ ；

当底边为 5，腰为 3 时，此时能组成三角形，

$\therefore$ 该三角形的周长是 $3+3+5=11$;

综上, 该三角形的周长是 11 或 13.

故答案为: 11 或 13.

13. 若 x 、 y 为实数, 且 $(x^2+y^2)(x^2-1+y^2)=6$, 则 $x^2+y^2=$ _____.

【答案】

3

【解析】

【分析】本题考查了换元法解一元二次方程, 利用 $t=x^2+y^2$ 得出关于 t 的一元二次方程是解题关键, 注意平方都是非负数.

通过换元法, 设 $t=x^2+y^2$, 将原方程转化为关于 t 的二次方程, 求解并考虑非负性.

【详解】解: 设 $t=x^2+y^2$, 则 $t \geq 0$.

原方程化为 $t(t-1)=6$,

即 $t^2-t-6=0$.

解得 $t=3$ 或 $t=-2$.

由于 $t \geq 0$,

故 $t=3$.

因此 $x^2+y^2=3$.

故答案为: 3

14. 若关于 x 的方程 $2x^2-2x+3a-4=0$ 有实数根, 化简 $\sqrt{a^2-8a+16}-|2-a|=$ _____.

【答案】

2

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式, 绝对值的化简, 利用二次根式的性质化简, 完全平方公式, 解题关键是利用判别式确定 a 的范围, 然后根据范围化简绝对值. 根据方程有实数根的条件, 利用判别式求出 a 的取值范围, 再根据 a 的范围结合绝对值的性质化简即可.

【详解】解: $\because$ 关于 x 的方程 $2x^2-2x+3a-4=0$ 有实数根,

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (3a-4)$

$$= 4 - 8(3a - 4)$$

$$= 4 - 24a + 32$$

$$= 36 - 24a \geq 0,$$

$$\therefore a \leq \frac{3}{2},$$

$$\sqrt{a^2 - 8a + 16} - |2 - a|$$

$$= \sqrt{(a - 4)^2} - |2 - a|$$

$$= |a - 4| - |2 - a|$$

$$\therefore a \leq \frac{3}{2},$$

$$\therefore a - 4 < 0, \quad 2 - a > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = (4 - a) - (2 - a) = 4 - a - 2 + a = 2.$$

故答案为: 2.

15. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$ 无解, 则 $a =$ _____.

【答案】 -2 或 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程无解问题, 分两种情况分别计算, ①当 $a + 2 = 0$ 时, 该整式方程无解, ②当 $a + 2 \neq 0$ 时, 由分式方程无解得到增根 $x = 0$ 或 $x = 1$, 代入整式方程即可求解.

【详解】 解: $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$

两边同乘以 $x(x-1)$ 得, $x(x-a) - 3(x-1) = x(x-1)$,

整理得 $(a+2)x = 3$,

①当 $a + 2 = 0$ 时, 该整式方程无解,

此时 $a = -2$;

②当 $a + 2 \neq 0$ 时, 要使原方程无解,

则 $x(x-1) = 0$, 即 $x = 0$ 或 $x = 1$,

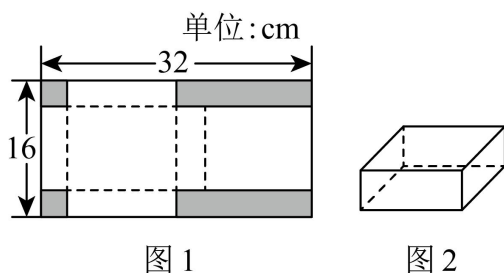
把 $x = 0$ 代入整式方程, a 的值不存在,

把 $x = 1$ 代入整式方程, 得 $a + 2 = 3$, 解得 $a = 1$.

综合①②得 $a = -2$ 或 $a = 1$.

故答案为：-2 或 1.

16. 如图 1，有一张长 32cm，宽 16cm 的长方形硬纸片，裁去角上 2 个小正方形和 2 个小长方形（图中阴影部分）之后，恰好折成如图 2 所示的有盖纸盒．若纸盒的底面积是 130cm^2 ，则纸盒的高为_____.



【答案】 3cm

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．设当纸盒的高为 $x\text{cm}$ 时，纸盒的底面积是 130cm^2 ，根据长方形的面积公式结合纸盒的底面积是 130cm^2 ，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其较小值即可得出结论．

【详解】 解：设当纸盒的高为 $x\text{cm}$ 时，纸盒的底面积是 130cm^2 ，

依题意，得： $\frac{32-2x}{2} \times (16-2x) = 130$ ，

化简，得： $x^2 - 24x + 63 = 0$ ，

解得： $x_1 = 3$ ， $x_2 = 21$ ．

当 $x = 3$ 时， $16 - 2x = 10 > 0$ ，符合题意；

当 $x = 21$ 时， $16 - 2x = -26 < 0$ ，不符合题意，舍去，

答：纸盒的底面积是 130cm^2 时，纸盒的高为 3cm．

故答案为： 3cm．

17. a ， b 是关于 x 的方程 $x^2 + x + m^2 + 2m - 1 = 0$ 的两个实数根，且 $a^2 - b + 2m = 1$ ，则 $m =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根与系数的关系、一元二次方程根的判别式、解一元二次方程．

由题意可得 $a^2 + a + m^2 + 2m - 1 = 0$ ①， $a + b = -1$ ②，由 ① - ② 可得 $a^2 - b + m^2 + 2m - 2 = 0$ ，结合

$a^2 - b + 2m = 1$ 求出 $m = 1$ 或 $m = -1$ ，再检验即可得解．

【详解】解：∵ a, b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + m^2 + 2m - 1 = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore a^2 + a + m^2 + 2m - 1 = 0 \text{ ①}, \quad a + b = -1 \text{ ②},$$

$$\therefore \text{由 ①} - \text{② 可得: } a^2 - b + m^2 + 2m - 2 = 0, \text{ 即 } a^2 - b = -m^2 - 2m + 2,$$

$$\therefore a^2 - b + 2m = 1,$$

$$\therefore a^2 - b = 1 - 2m,$$

$$\therefore -m^2 - 2m + 2 = 1 - 2m, \text{ 整理得 } m^2 - 1 = 0,$$

解得: $m = 1$ 或 $m = -1$,

$m = 1$ 时, 方程 $x^2 + x + 2 = 0$, $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$, 方程无解, 不符合题意,

$m = -1$ 时, 方程 $x^2 + x - 2 = 0$, $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9 > 0$, 方程有两个不同的实数根, 符合题意,

$$\therefore m = -1.$$

故答案为: -1 .

三、解答题: (共 6 题, 第 18 题 18 分, 第 19~22 题各 6 分, 第 23 题 7 分)

18. 解下列方程

(1) $2x^2 - 1 = 4x$ (配方法)

(2) $(3x-1)^2 - 3(3x-1) - 10 = 0$

(3) $\frac{x}{x-3} + \frac{9}{3-x} = 2x+1$

【答案】(1) $x_1 = \frac{2+\sqrt{6}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{6}}{2}$

(2) $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$

(3) 无解

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程, 解分式方程.

(1) 通过配方法求解即可;

(2) 通过换元法求解即可;

(3) 将分式方程化为整式方程求解, 根据根的判别式可知该分式方程无解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because 2x^2 - 1 = 4x$$

$$\therefore 2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1$$

$$\therefore (x-1)^2 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x-1 = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{2+\sqrt{6}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{6}}{2}$$

【小问2 详解】

$$\text{解: 设 } y = 3x - 1, \text{ 则原方程为 } y^2 - 3y - 10 = 0$$

$$\therefore (y-5)(y+2) = 0$$

$$\therefore y = 5 \text{ 或 } y = -2$$

$$\text{当 } y = 5 \text{ 时, } 3x - 1 = 5$$

$$\therefore 3x = 6$$

$$\therefore x = 2$$

$$\text{当 } y = -2 \text{ 时, } 3x - 1 = -2$$

$$\therefore 3x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{即 } x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$$

【小问3 详解】

$$\text{解: } \because \frac{x}{x-3} + \frac{9}{3-x} = 2x + 1$$

$$\therefore \frac{x}{x-3} - \frac{9}{x-3} = 2x + 1$$

$$\therefore \frac{x-9}{x-3} = 2x+1$$

两边同乘 $x-3$ 得 $x-9 = (2x+1)(x-3)$

$$\therefore x-9 = 2x^2-5x-3$$

$$\therefore 0 = 2x^2-6x+6$$

$$\therefore x^2-3x+3 = 0$$

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 9 - 12 = -3 < 0$$

$\therefore$ 方程无实数根

故原方程无解

19. 在实数范围内分解因式 $x^4 - 2x^2y^2 - 3y^4$.

【答案】 $(x-\sqrt{3}y)(x+\sqrt{3}y)(x^2+y^2)$

【解析】

【分析】 此题考查了实数范围内分解因式. 先利用十字相乘法分解, 再用平方差公式分解因式即可.

【详解】 解: $x^4 - 2x^2y^2 - 3y^4$

$$= (x^2 - 3y^2)(x^2 + y^2)$$

$$= (x - \sqrt{3}y)(x + \sqrt{3}y)(x^2 + y^2)$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x(kx-4) - x^2 + 4 = 0$, 如果方程有两个不相等的实数根, 求 k 的取值范围.

【答案】 $k < 2$ 且 $k \neq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义和根的判别式, 能得出关于 k 的不等式是解此题的关键.

根据一元二次方程的定义和根的判别式得出 $k-1 \neq 0$, $\Delta = (-4)^2 - 4(k-1) \times 4 > 0$, 据此求出不等式的公共部分即可.

【详解】 解: $x(kx-4) - x^2 + 4 = 0$,

$$\text{整理得 } (k-1)x^2 - 4x + 4 = 0,$$

$\therefore$ 该方程是关于 x 的一元二次方程,

$$\therefore k-1 \neq 0, \text{ 解得 } k \neq 1,$$

又 $\because$ 方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4(k-1) \times 4 > 0, \text{ 即 } -16k + 32 > 0, \text{ 解得 } k < 2,$$

综上, $k < 2$ 且 $k \neq 1$.

故答案为: $k < 2$ 且 $k \neq 1$.

21. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0$ 的两根之和与两根之积互为相反数, 那么 $m =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根和系数的关系, 一元二次方程根的判别式, 相反数的定义, 设方程的两个根为 x_1 、 x_2 , 由根和系数的关系得 $x_1 + x_2 = 2(m+1)$, $x_1 x_2 = m^2 - 2$, 进而得到 $2(m+1) + m^2 - 2 = 0$, 解方程求出 m 的值, 再根据根的判别式求出 m 的取值范围即可求解, 掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】 解: 设方程的两个根为 x_1 、 x_2 ,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 x_2 = m^2 - 2,$$

$\because$ 两根之和与两根之积互为相反数,

$$\therefore 2(m+1) + m^2 - 2 = 0,$$

$$\text{整理得, } m^2 + 2m = 0,$$

$$\text{解得 } m = 0 \text{ 或 } m = -2,$$

$$\text{又 } \because \Delta = [-2(m+1)]^2 - 4 \times 1 \times (m^2 - 2) \geq 0,$$

$$\therefore m \geq -\frac{3}{2},$$

$$\therefore m = 0,$$

故答案为: 0.

22. 运城临猗苹果是山西省名优特产, 其果色鲜艳, 果肉脆甜, 汁水丰富, 富含人体所必需的各类营养成分, 2013年获国家农产品地理标志登记保护, 2020年入选国家特色农产品优势区, 深受老百姓的喜爱. 2022年临猗某果园苹果年产8000吨, 2024年实现了年产15680吨的目标.

(1) 求该果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率.

(2) 某果库以 640000 元的成本采购了苹果 80 吨, 目前可以以 12000 元/吨的价格售出. 如果储藏起来, 每星期会损失 2 吨, 且每星期需要支付各种费用 16000 元, 但同时每星期每吨的价格会上涨 2000 元, 那么储藏多少个星期后, 出售这批苹果可获利 1220000 元?

【答案】(1) 40%

(2) 15

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的实际应用，解决本题的关键是根据题意找出等量关系，列出方程求解.

(1) 设果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 x ，可列方程 $8000(1+x)^2 = 15680$ ，解方程即可求出平均增长率；

(2) 设储藏 y 个星期后，出售这批苹果可获利 1220000 元，根据利润 = 总售价 - 总成本，列出方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：设果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 x ，

根据题意可得： $8000(1+x)^2 = 15680$ ，

解得： $x_1 = 0.4$ ， $x_2 = -2.4$ (不符合题意，舍去)，

$\therefore 0.4 = 40\%$ ，

答：果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 40%；

【小问 2 详解】

解：设储藏 y 星期后出售这批苹果可获利 1220000 元，

根据题意可得： $(80-2y)(12000+2000y)-16000y-640000=1220000$ ，

整理得： $y^2-30y+225=0$ ，

解得： $y_1 = 15$ ， $y_2 = 15$ ，

答：储藏 15 个星期后出售这批苹果可获利 1220000 元.

23. 阅读：已知 $\sqrt{7}b = 7a + c$ ，求证： $b^2 \geq 4ac$.

证明： $\because \sqrt{7}b = 7a + c$ ，

$\therefore 7a - \sqrt{7}b + c = 0$ ，

$\because (-\sqrt{7})^2 a - \sqrt{7}b + c = 0$ ，

$\therefore -\sqrt{7}$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，即 $b^2 \geq 4ac$.

利用以上方法，求证： $(n-m)^2 \geq (2m-mn)(mn-2n)$ (m 、 n 为非零实数)

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的解，一元二次方程根的判别式. 当 $mn-2n=0$ 即 $m=2$ 时，验证原不等式成立；当 $mn-2n \neq 0$ 时，通过构造一个一元二次方程，并证明 $x=1$ 是该方程的根，从而利用判别式非负的性质证明不等式成立.

【详解】证明：当 $mn-2n=0$ 即 $m=2$ 时，

$$(n-m)^2 = (n-2)^2, \quad (2m-mn)(mn-2n) = (2 \times 2 - 2n)(2n - 2n) = 0,$$

$$\text{此时 } (n-m)^2 \geq (2m-mn)(mn-2n);$$

当 $mn-2n \neq 0$ 时，

$$\therefore (mn-2n) + 2(n-m) + (2m-mn)$$

$$= mn - 2n + 2n - 2m + 2m - mn$$

$$= 0;$$

$$\therefore (mn-2n) \times 1^2 + 2(n-m) \times 1 + (2m-mn) = 0,$$

$$\therefore x=1 \text{ 是方程 } (mn-2n)x^2 + 2(n-m)x + (2m-mn) = 0 \text{ 的根,}$$

$$\therefore \Delta = [2(n-m)]^2 - 4(mn-2n)(2m-mn)$$

$$= 4(n-m)^2 - 4(2m-mn)(mn-2n) \geq 0,$$

$$\text{即 } (n-m)^2 - (2m-mn)(mn-2n) \geq 0,$$

$$\therefore (n-m)^2 \geq (2m-mn)(mn-2n).$$

24. 已知三个不同的实数 a, b, c 满足 $a-b+c=3$ ，关于 x 的方程 $x^2+ax+1=0$ 和 $x^2+bx+c=0$ 有一个相同的实数根，关于 x 的方程 $x^2+x+a=0$ 和 $x^2+cx+b=0$ 也有一个相同的实数根，则 $a+b+c$ 的值为

_____.

【答案】-3

【解析】

【分析】此题考查了一元二次方程的解，以及根与系数的关系；根据根相同列出方程组，用 a, b, c 表示相同的根，从而得出方程根的关系进而求解. 设方程 $x^2+ax+1=0$ 和 $x^2+bx+c=0$ 的一个相同实数根 x_1 ，

设方程 $x^2+x+a=0$ 和 $x^2+cx+b=0$ 有一个相同的实数根 x_2 ，将 x_1 代入方程 $x^2+ax+1=0$ 和

$x^2 + bx + c = 0$ 组成方程组, 把 x_2 代入方程 $x^2 + x + a = 0$ 和 $x^2 + cx + b = 0$ 组成方程组, 解出 $x_1 = \frac{c-1}{a-b} (a \neq b)$, 解出 $x_2 = \frac{a-b}{c-1}$, 得 $x_1 \cdot x_2 = 1$, 方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 的两根之积等于 1, 所以 x_2 是方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 和 $x^2 + x + a = 0$ 的解, 进而解得 $x_2 = \frac{a-1}{a-1} = 1$, 再代入方程 $x^2 + x + a = 0$ 和 $x^2 + cx + b = 0$, 可得 $a = -2$, $b + c = -1$, 结合 $a - b + c = 3$ 即可, 即可解决问题.

【详解】解: 设方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 和 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个相同实数根 x_1 , 设方程 $x^2 + x + a = 0$ 和 $x^2 + cx + b = 0$ 有一个相同的实数根 x_2 ,

$$\text{则} \begin{cases} x_1^2 + ax_1 + 1 = 0 \\ x_1^2 + bx_1 + c = 0 \end{cases}, \text{ 则} \begin{cases} x_2^2 + x_2 + a = 0 \\ x_2^2 + cx_2 + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} x_1 = \frac{c-1}{a-b} (a \neq b), \quad x_2 = \frac{a-b}{c-1},$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = 1,$$

$\therefore$ 方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 的两根之积等于 1,

$\therefore x_2$ 也是方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 的根;

$\therefore x_2$ 是方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 和 $x^2 + x + a = 0$ 的解,

$$\text{则} \begin{cases} x_2^2 + ax_2 + 1 = 0 \\ x_2^2 + x_2 + a = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} x_2 = \frac{a-1}{a-1} = 1 \text{ (其中 } a \neq 1 \text{),}$$

把 $x_2 = 1$ 代入方程 $x^2 + x + a = 0$ 和 $x^2 + cx + b = 0$,

$$\text{得} a = -2, \quad b + c = -1,$$

$$\therefore a - b + c = 3,$$

$$\therefore c = 2, b = -3,$$

$$\therefore a = -2, \quad b = -3, \quad c = 2,$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-3) + 2 = -3.$$

故答案为: -3 .