

## 2025 学年第一学期 12 月自适应练习

### 八年级数学学科

(完卷时间 100 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. 下列计算正确的是 ( )

A.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$

B.  $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[3]{5}$

C.  $\sqrt{36} = \pm 6$

D.  $-\sqrt{0.36} = -0.6$

【答案】D

【解析】

【分析】直接利用二次根式的性质以及立方根的性质分析得出答案.

【详解】解: A.  $\sqrt{(-3)^2} = 3$ , 故此选项错误;

B.  $\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$ , 故此选项错误;

C.  $\sqrt{36} = 6$ , 故此选项错误;

D.  $-\sqrt{0.36} = -0.6$ , 正确.

故选: D.

【点睛】此题主要考查了平方根和算术平方根的性质以及立方根的性质, 正确掌握相关性质是解题关键.

2. 下列方程是一元二次方程的是 ( ).

A.  $2x - 3y + 1 = 0$

B.  $3x + 3y = z$

C.  $3x^2 - 5x = 1$

D.  $x^2 - \frac{1}{x} = 1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的定义, 解决本题的关键是熟练掌握一元二次方程的定义.

根据一元二次方程的定义, 只含有一个未知数且未知数的最高次数为 2 的整式方程是一元二次方程, 由此判断选项即可.

【详解】A 项含有两个未知数, 不是一元二次方程;

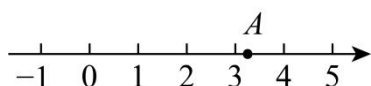
B 项含有三个未知数, 不是一元二次方程;

C 项只含一个未知数且最高次数为 2, 是整式方程, 是一元二次方程;

D 项含有分式, 不是整式方程, 不是一元二次方程.

故选：C.

3. 如图，若数轴上的点  $A$  表示下列四个无理数中的一个，则这个无理数可能是 ( ).



- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $2\sqrt{2}$                       D.  $\pi$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了实数与数轴、无理数的估算，根据无理数的估算、实数与数轴的关系即可解答，掌握无理数的估算方法是解题的关键.

【详解】解： A、因为  $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以该选项不符合题意；

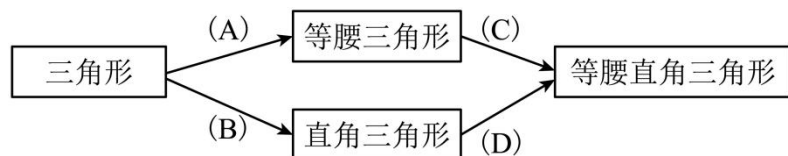
B、因为  $2 < \sqrt{5} < 3$ ，所以该选项不符合题意；

C、因为  $1 < \sqrt{2} < 1.5$ ， $\therefore 2 < 2\sqrt{2} < 3$ ，所以该选项不符合题意；

D、因为  $\pi \approx 3.14$ ，所以该选项符合题意；

故选：D.

4. 小明同学在学习了“三角形”、“特殊三角形”两堂课后，发现学习内容是逐步特殊化的过程，于是便整理了如图，那么下列选项不适合填入的是 ( )



- A. 两条边相等                      B. 一个角为直角  
C. 有一个角  $45^\circ$                       D. 两条直角边相等

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的分类以及性质，根据等腰三角形，直角三角形，等腰直角三角形的定义一一判断即可.

【详解】解： A．两边相等，是等腰三角形，适合填入，故该选项不符合题意；

B．有一个角是直角的三角形是直角三角形，适合填入，故该选项不符合题意；

C．有一个角  $45^\circ$ ，可以是顶角  $45^\circ$  的锐角三角形，也可是底角  $45^\circ$  的等腰直角三角形，故不一定是等腰直角三角形，故该选项符合题意；

D. 两条直角边相等的直角三角形是等腰直角三角形，适合填入，故该选项不符合题意；

故选：C.

5. 综合实践课上，老师发给每人一张印有  $\text{Rt}\triangle ABC$  的卡片，如图 1，然后要求同学们画一个与  $\text{Rt}\triangle ABC$  全等的三角形. 小张同学先画出了  $\angle MB'N = 90^\circ$  后，后续的作图步骤如图 2 所示，则能判定

$\text{Rt}\triangle A'B'C' \cong \text{Rt}\triangle ABC$  的依据是 ( ).

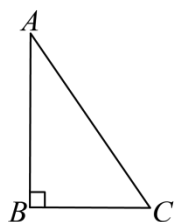


图1

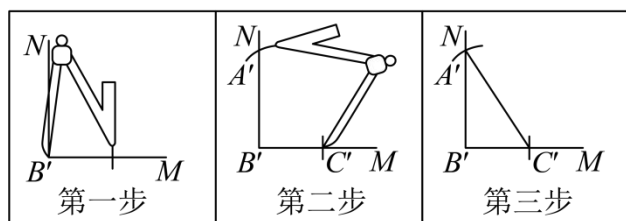


图2

A. SAS

B. AAS

C. SSS

D. 直角三角形全等的判定

定理

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定，熟练掌握利用 HL 证明两个直角三角形全等，是解题的关键. 由作图可知， $B'C' = BC$ ,  $A'C' = AC$ ，利用 HL 证明两个直角三角形全等，即可.

【详解】解：由作图可知： $B'C' = BC$ ,  $A'C' = AC$ ，

在  $\text{Rt}\triangle A'B'C'$  和  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，

$$\therefore B'C' = BC, A'C' = AC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle A'B'C' \cong \text{Rt}\triangle ABC \quad (\text{HL});$$

故选 D.

6. 已知一元二次方程  $a(x+m)^2 + n = 0 (a \neq 0)$  的两根分别为  $-3$ 、 $1$ ，则方程  $a(x+m-2)^2 + n = 0 (a \neq 0)$  的两根分别为 ( ).

A.  $-3$ 、 $1$

B.  $-1$ 、 $3$

C.  $-5$ 、 $-1$

D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元二次方程，设在方程  $a(x+m-2)^2 + n = 0 (a \neq 0)$  中， $t = x-2$ ，根据题

意可得关于  $t$  的一元二次方程  $a(t+m)^2+n=0(a \neq 0)$  的两根分别为  $-3$ 、 $1$ ，则  $t=x-2=-3$  或  $t=x-2=1$ ，据此求解即可.

【详解】解：设在方程  $a(x+m-2)^2+n=0(a \neq 0)$  中， $t=x-2$ ，

$\therefore$  方程  $a(x+m-2)^2+n=0(a \neq 0)$  可整理为  $a((x-2)+m)^2+n=0$ ，即变形为关于  $t$  的方程  $a(t+m)^2+n=0(a \neq 0)$ ，

$\therefore$  关于  $x$  的一元二次方程  $a(x+m)^2+n=0(a \neq 0)$  的两根分别为  $-3$ 、 $1$ ，

$\therefore$  关于  $t$  的一元二次方程  $a(t+m)^2+n=0(a \neq 0)$  的两根分别为  $-3$ 、 $1$ ，

$\therefore t=x-2=-3$  或  $t=x-2=1$ ，

解得  $x=-1$  或  $x=3$ ，

$\therefore$  方程  $a(x+m-2)^2+n=0(a \neq 0)$  的两根分别为  $-1$ 、 $3$ ，

故选：B.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分) 请将结果直接填入答题纸的相应位置上.

7.  $\sqrt{\frac{9}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】

$$\frac{3}{2}$$

【解析】

【分析】本题考查了算术平方根，利用算术平方根的性质求解即可.

【详解】解： $\because \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ ，

$$\therefore \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$$

故答案为： $\frac{3}{2}$ .

8. 方程  $x^2 = 2x$  的根为  $\underline{\hspace{2cm}}$

【答案】  $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程，熟练掌握直接开平方法，因式分解法，配方法和公式法是解题的关

键.

利用因式分解法求解即可.

【详解】解:  $x^2 = 2x$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x - 2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, \quad x_2 = 2,$$

故答案为:  $x_1 = 0, \quad x_2 = 2$ .

9. 若  $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$ , 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \leq 3$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质可得:  $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$ , 再结合绝对值的性质, 即可求解.

【详解】解:  $\because \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$ , 根据题意得:

$$|x-3| = 3-x,$$

$$\therefore x-3 \leq 0,$$

解得:  $x \leq 3$ .

故答案为:  $x \leq 3$ .

【点睛】本题主要考查了二次根式的性质和绝对值的性质, 理解并掌握  $\sqrt{a^2} = |a|$  是解题的关键.

10. 不等式  $2x-1 < \sqrt{5}x$  的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x > -2 - \sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式, 分母有理化.

先求解不等式, 再分母有理化即可.

【详解】解:  $2x-1 < \sqrt{5}x$ ,

$$-1 < \sqrt{5}x - 2x,$$

$$(\sqrt{5}-2)x > -1,$$

$$x > \frac{1}{2-\sqrt{5}},$$

$$\therefore \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} = \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = \frac{2+\sqrt{5}}{-1} = -2-\sqrt{5}$$

$$\therefore x > -2-\sqrt{5}.$$

故答案为:  $x > -2-\sqrt{5}$ .

11. 石墨烯目前是世界上最新最薄也是最坚硬的纳米材料, 同时还是导电性最好的材料, 其理论厚度仅 0.00000000034 米, 将这个数用科学记数法表示为\_\_\_\_\_米.

【答案】  $3.4 \times 10^{-10}$

【解析】

【分析】 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为  $a \times 10^{-n}$ , 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定. 根据绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为  $a \times 10^{-n}$ , 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定, 进行求解即可.

【详解】 解: 0.00000000034 用科学记数法表示为  $3.4 \times 10^{-10}$ .

故答案为:  $3.4 \times 10^{-10}$ .

12. 在实数范围内因式分解:  $2x^2 - 3x - 1 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $2\left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$

【解析】

【分析】 结合题意, 当  $x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$  时, 通过求解一元二次方程, 得

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right) = 0, \text{ 结合 } 2x^2 - 3x - 1 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\right), \text{ 即可得到答案.}$$

【详解】  $2x^2 - 3x - 1 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\right)$

$$\text{当 } x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \text{ 时, 得 } x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right) = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$$

$$\therefore 2x^2 - 3x - 1 = 2\left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$$

$$\text{故答案为: } 2\left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right).$$

【点睛】 本题考查了因式分解和一元二次方程的知识；解题的关键是熟练掌握一元二次方程的性质，从而完成求解.

13. 有一人患了流感，经过两轮传染后共有169人患了流感，每轮传染中平均一个人传染了\_\_\_\_\_人.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用. 设每轮传染中平均一个人传染  $x$  人，根据题意可得第一轮被传染了之后有  $x$  人，即有  $(x+1)$  人患了流感，则第二轮能传染  $x(x+1)$  人，故可列方程  $1+x+x(x+1)=169$ ，解方程即可解答.

【详解】 解：设每轮传染中平均一个人传染  $x$  人，

根据题意可得方程  $1+x+x(x+1)=169$ ，

解得  $x_1=12$ ，  $x_2=-14$ （舍去），

故每轮传染中平均一个人传染 12 人，

故答案为：12.

14. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-2)x^2-4x-1=0$  有实数根，则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

【答案】  $a \geq -2$  且  $a \neq 2$

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义以及一元二次方程的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，即可求解.

【详解】 解：  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $(a-2)x^2-4x-1=0$  有实数根，

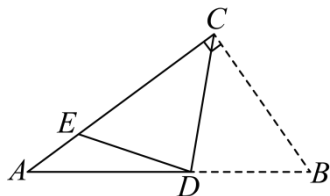
$$\therefore a-2 \neq 0, \Delta = b^2 - 4ac = 4^2 + 4(a-2) > 0,$$

解得：  $a \geq -2$  且  $a \neq 2$ ，

故答案为:  $a \geq -2$  且  $a \neq 2$ .

【点睛】 本题考查了一元二次方程的定义, 一元二次方程根的判别式, 熟练掌握一元二次方程根的判别式的意义是解题的关键.

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 36^\circ$ ,  $D$  是  $AB$  边上一点, 将  $\triangle ABC$  沿  $CD$  折叠, 使点  $B$  落在  $AC$  边上的点  $E$  处, 则  $\angle CED =$  \_\_\_\_\_ 度.



【答案】 54

【解析】

【分析】 本题考查了直角三角形的性质, 折叠的性质, 由直角三角形的性质得  $\angle B = 90^\circ - \angle A = 54^\circ$ , 进而由折叠的性质即可求解, 掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】 解:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 36^\circ$ ,

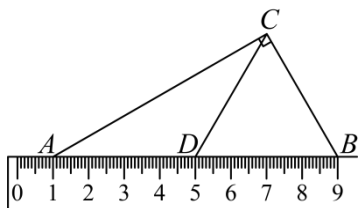
$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ,$$

$\because$  将  $\triangle ABC$  沿  $CD$  折叠, 使点  $B$  落在  $AC$  边上的点  $E$  处,

$$\therefore \angle CED = \angle B = 54^\circ,$$

故答案为: 54.

16. 小红将一个直角三角板  $ABC$  放在一个直尺上, 如图所示, 点  $A$ 、 $B$  所对应的数字分别为 1 和 9,  $D$  为  $AB$  上一点, 它对应的数字为 5, 则  $CD$  的长为 \_\_\_\_\_.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查斜边上的中线, 根据点在数轴上的位置, 得到点  $D$  为  $AB$  的中点, 再根据斜边上的中线, 求出  $CD$  的长即可.

【详解】 解: 由题意,  $AD = 5 - 1 = 4$ ,  $BD = 9 - 5 = 4$ ,  $AB = 9 - 1 = 8$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,

$$\therefore AD = BD,$$

$\therefore$  点  $D$  为  $AB$  的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 4;$$

故答案为：4.

17. 已知实数  $x$  满足  $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$ ，则代数式  $x^2 - x + 1$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】7

【解析】

【分析】本题考查了换元法解一元二次方程.

通过换元法将原方程转化为关于新变量的一元二次方程，求解后验证实数解条件，排除无效解，最后代入求值.

【详解】解：设  $y = x^2 - x$ ，

则原方程化为  $y^2 - 4y - 12 = 0$ ，

因式分解得  $(y - 6)(y + 2) = 0$ ，

所以  $y = 6$  或  $y = -2$ ，

即  $x^2 - x = 6$  或  $x^2 - x = -2$ .

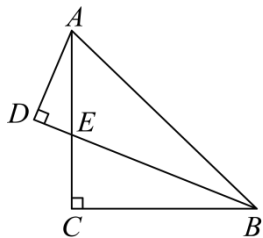
当  $x^2 - x = -2$  时，方程  $x^2 - x + 2 = 0$  的判别式  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$ ，无实数解，故舍去；

当  $x^2 - x = 6$  时，方程  $x^2 - x - 6 = 0$  的判别式  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25 > 0$ ；

$$\therefore x^2 - x + 1 = 6 + 1 = 7.$$

故答案为：7.

18. 如图， $\triangle ABC$  中， $AC = BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $BD$  为  $\angle ABC$  的平分线. 若点  $A$  到直线  $BD$  的距离  $AD$  为 5，则  $BE$  长为\_\_\_\_\_.



【答案】10

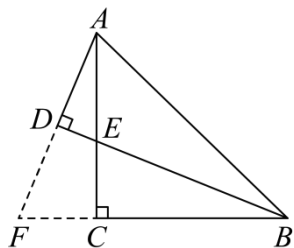
【解析】

【分析】本题考查了角平分线的定义，直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质.

延长  $AD$ 、 $BC$  交于点  $F$ ，利用角平分线的定义和全等三角形证明  $\triangle ABD \cong \triangle FBD$ ，得出  $AF$  的长度，再

通过角度关系证明  $\triangle ACF \cong \triangle BCE$ ，从而得到  $BE = AF$ 。

【详解】解：延长  $AD$ 、 $BC$  交于点  $F$ ，



$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ， $AD \perp BD$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle FBD$ ， $\angle ADB = \angle FDB = 90^\circ$ ，

$\because BD = BD$ ，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FBD$  (ASA)，

$\therefore AD = FD = 5$ ，则  $AF = AD + FD = 10$ 。

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BEC + \angle CBE = 90^\circ$ ，

又  $\because AD \perp BD$

$\therefore \angle F + \angle CBE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle F = \angle BEC$ ，

又  $\because \angle ACB = \angle ACF = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BCE$  (ASA)，

$\therefore BE = AF = 10$ 。

故答案为：10。

### 三、解答题 (本大题共 7 题，满分 64 分)

19. 计算

$$(1) \sqrt{18} - \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$(2) \frac{3}{5}\sqrt{ab^2} \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{a^3b}\right) \div \frac{15}{4}\sqrt{\frac{b^2}{a}}$$

【答案】(1)  $-5 + \sqrt{3}$

$$(2) -\frac{2a^2\sqrt{ab}}{15}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算.

(1) 先化简二次根式, 分母有理化, 再计算加减即可;

(2) 根据二次根式的乘除运算法则计算, 再化简二次根式即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \sqrt{18} - \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} \\ &= 3\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{4} - (2-\sqrt{3}) \\ &= 3\sqrt{2} - \frac{2+2\sqrt{2}+1}{2-1} - \sqrt{2} - 2 + \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 2 + \sqrt{3} \\ &= -5 + \sqrt{3};\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{3}{5}\sqrt{ab^2} \cdot \left(-\frac{5}{6}\sqrt{a^3b}\right) \div \frac{15}{4}\sqrt{\frac{b^2}{a}} \\ &= \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \div \frac{15}{4} \cdot \sqrt{ab^2 \cdot a^3b \div \frac{b^2}{a}} \\ &= -\frac{2}{15}\sqrt{a^5b} \\ &= -\frac{2a^2\sqrt{ab}}{15}.\end{aligned}$$

20. 解下列关于  $x$  的方程

$$(1) \quad x(x+4) = 21$$

$$(2) \quad 2x^2 + 4\sqrt{7}x + 5 = 0$$

【答案】 (1)  $x_1 = -7, x_2 = 3$

$$(2) \quad x_1 = \frac{-2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{-2\sqrt{7} - 3\sqrt{2}}{2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程.

(1) 先将方程化为一般式, 再根据因式分解法求解即可;

(2) 根据公式法求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x(x+4)=21$$

$$x^2+4x-21=0$$

$$(x+7)(x-3)=0$$

$$x+7=0 \text{ 或 } x-3=0$$

$$x_1=-7, x_2=3$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 2x^2+4\sqrt{7}x+5=0$$

$$a=2, b=4\sqrt{7}, c=5$$

$$\Delta = (4\sqrt{7})^2 - 4 \times 2 \times 5 = 112 - 40 = 72 > 0$$

$$x = \frac{-4\sqrt{7} \pm \sqrt{72}}{2 \times 2} = \frac{-4\sqrt{7} \pm 6\sqrt{2}}{4} = \frac{-2\sqrt{7} \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{-2\sqrt{7} - 3\sqrt{2}}{2}$$

$$21. \text{ 先化简再求值: } \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-4}, \text{ 其中 } x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}.$$

$$\text{【答案】 } -\frac{1}{x+2}, -\frac{4+\sqrt{3}}{13}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质化简, 分母有理化, 已知字母的值求代数式的值. 正确掌握相关性质

内容是解题的关键. 先整理  $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$  得  $x = 2 - \sqrt{3}$ , 则  $x - 2 = -\sqrt{3} < 0$ , 化简  $\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-4} = -\frac{1}{x+2}$ ,

再把  $x = 2 - \sqrt{3}$  代入  $-\frac{1}{x+2}$  进行计算, 即可作答.

【详解】解：依题意， $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1 \times (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \times (2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}$ ，

则  $x-2 = 2-\sqrt{3}-2 = -\sqrt{3} < 0$ ，

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-4} \\ &= \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{|x-2|}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{2-x}{(x+2)(x-2)} \\ &= -\frac{1}{x+2}; \end{aligned}$$

把  $x = 2-\sqrt{3}$  代入  $-\frac{1}{x+2}$ ，

得  $-\frac{1}{x+2} = -\frac{1}{2-\sqrt{3}+2} = -\frac{1}{4-\sqrt{3}} = -\frac{4+\sqrt{3}}{(4-\sqrt{3}) \times (4+\sqrt{3})} = -\frac{4+\sqrt{3}}{13}$ 。

22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2m+1)x + m-2 = 0$ 。

(1) 求证：不论  $m$  取何值，方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若方程的两个实数根分别为  $x_1, x_2$ ，且  $x_1 + x_2 + 3x_1x_2 = 1$ ，求  $m$  的值。

【答案】(1) 见详解 (2)  $m = \frac{6}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式，根与系数的关系等知识。

(1) 计算出  $\Delta = 4m^2 + 9 > 0$ ，据此即可证明一元二次方程总有两个不相等的实数根；

(2) 根据一元二次方程根与系数关系得到  $x_1 + x_2 = 2m+1, x_1x_2 = m-2$ ，代入  $x_1 + x_2 + 3x_1x_2 = 1$ ，得到

$2m+1+3(m-2)=1$ ，即可求出  $m = \frac{6}{5}$ 。

【小问 1 详解】

证明：  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$= [-(2m+1)]^2 - 4 \times 1 \times (m-2)$$

$$= 4m^2 + 4m + 1 - 4m + 8$$

$$= 4m^2 + 9,$$

$$\because 4m^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta = 4m^2 + 9 > 0,$$

$\therefore$  不论  $m$  取何值, 方程总有两个不相等的实数根;

【小问 2 详解】

解:  $\because$  一元二次方程  $x^2 - (2m+1)x + m-2 = 0$  两个实数根分别为  $x_1, x_2$ ,

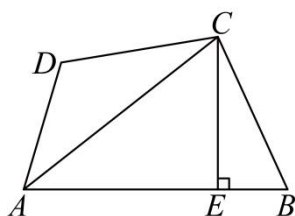
$$\therefore x_1 + x_2 = 2m+1, x_1 x_2 = m-2,$$

$$\because x_1 + x_2 + 3x_1 x_2 = 1,$$

$$\therefore 2m+1 + 3(m-2) = 1,$$

$$\therefore m = \frac{6}{5}.$$

23. 如图, 在  $ABC$  中,  $D$  为  $ABC$  外一点, 连接  $CD$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $CE \perp AB$  于点  $E$ ,  $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ .



(1) 求证:  $BC = CD$ ;

(2) 若  $AB = 8, BE = 2$ , 求  $AD$  的长.

【答案】(1) 见解析 (2)  $AD = 4$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 角平分线的性质, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

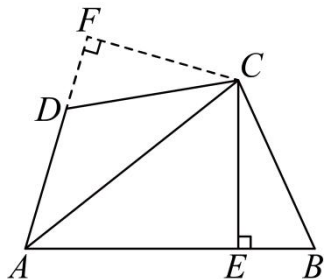
(1) 先过点  $C$  作  $CF \perp AD$ , 交  $AD$  延长线于点  $F$ , 结合  $AC$  平分  $\angle BAD, CE \perp AB, CF \perp AD$ , 得  $CE = CF, \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ$ , 又因为  $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ , 证明  $\triangle CDF \cong \triangle CBE$  (AAS), 即可作答.

(2) 由 (1) 可得  $\triangle CDF \cong \triangle CBE$ , 则  $DF = BE$ . 再证明  $\text{Rt}\triangle ACF \cong \text{Rt}\triangle ACE$  (HL), 得  $AF = AE$ . 即

$AB = AD + 2BE$ , 把  $AB = 8, BE = 2$  代入  $AD = AB - 2BE$  进行计算, 即可作答.

【小问 1 详解】

证明: 过点  $C$  作  $CF \perp AD$ , 交  $AD$  延长线于点  $F$ ,



$\because AC$  平分  $\angle BAD, CE \perp AB, CF \perp AD$ ,

$\therefore CE = CF, \angle BEC = \angle AFC = 90^\circ$ .

$\because \angle B + \angle ADC = 180^\circ, \angle CDF + \angle ADC = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle CBE = \angle CDF$ ,

在  $\triangle CDF$  与  $\triangle CBE$  中,

$$\begin{cases} \angle CEB = \angle CFD \\ \angle CBE = \angle CDF, \\ CF = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CBE$  (AAS),

$\therefore BC = CD$ ;

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 可得  $\triangle CDF \cong \triangle CBE$ ,

$\therefore DF = BE$ .

在  $\text{Rt}\triangle ACF$  与  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AC = AC \\ CF = CE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACF \cong \text{Rt}\triangle ACE$  (HL),

$\therefore AF = AE$ .

$\because AB = AE + BE$ ,

$$\therefore AB = AF + BE = (AD + DF) + BE.$$

$$\text{即 } AB = AD + 2BE,$$

$$\therefore AB = 8, BE = 2,$$

$$\therefore AD = AB - 2BE = 8 - 4 = 4.$$

24. 上海市公安交警部门提醒市民，骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定. 某头盔经销商统计了某品牌头盔9月份到11月份的销量，该品牌头盔9月份销售500个，11月份销售720个，9月份到11月份销量的月增长率相同.

(1) 求该品牌头盔销售量的月增长率；

(2) 若此种头盔的进价为40元/个，商家经过调查统计，当售价为50元/个时，月销售量为500个，若在此基础上售价每上涨2元/个，则月销售量将减少10个，为使月销售利润达到9000元，且尽可能让顾客得到实惠，则该品牌头盔每个售价应定为多少钱？

**【答案】** (1) 该品牌头盔销售量的月增长率为20%

(2) 该品牌头盔每个售价应定为60元

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了一元二次方程的实际应用，解题的关键是根据等量关系列出方程.

(1) 设该品牌头盔销售量的月增长率为 $x$ ，根据该品牌头盔10月份销售500个，12月份销售720个列出方程求解即可；

(2) 设该品牌头盔每个售价为 $y$ 元，根据利润 = (售价 - 进价) × 销售量列出方程求解即可.

**【小问1详解】**

解：设该品牌头盔销售量的月增长率为 $x$ ，

$$\text{依题意，得：} 500(1+x)^2 = 720$$

$$\text{解得 } x_1 = 0.2 = 20\%, x_2 = -2.2 \text{ (不合题意，舍去)}$$

答：设该品牌头盔销售量的月增长率为20%.

**【小问2详解】**

解：设该品牌头盔每个售价为 $y$ 元，依题意，得：

$$(y-40)\left(500-10\times\frac{y-50}{2}\right)=9000,$$

$$\text{整理，得 } y^2 - 120y + 3500 = 0$$

解得  $y_1 = 60, y_2 = 130$

因为尽可能让顾客得到实惠，所以  $y = 130$  不合题意，舍去。

所以  $y = 60$ 。

答：该品牌头盔每个售价应定为 60 元。

25. 在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $AC$  边上，连接  $DE$ 、 $CD$ ， $EF \perp CD$  于  $F$ ，且  $DF = CF$ 。

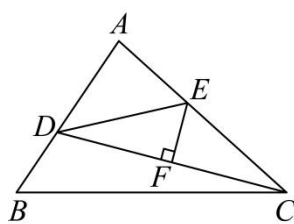


图1

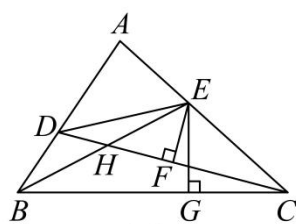


图2

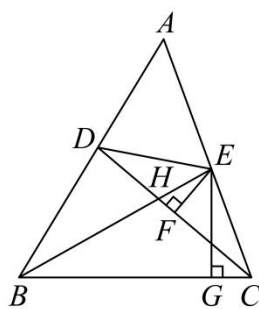


图3

(1) 如图 1，求证：  $DE = CE$ ；

(2) 如图 2，若  $\angle AED = \angle ABC$ ， $EG \perp BC$  于  $G$ ，连接  $BE$  交  $CD$  于  $H$ ，求证：  $\angle ABE = \angle CBE$ ；

(3) 如图 3，在 (2) 的条件下，若  $BC = 6CG$ ， $DH = 4$ ，求  $HF$  的长。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3)  $HF = 1$

【解析】

【分析】(1) 根据线段垂直平分线的性质进行证明即可；

(2) 证明  $\triangle EMD \cong \triangle EGC$  (AAS)，推出  $EM = EG$ ，再利用角平分线的性质定理解决问题即可。

(3) 如图 3 中，过点  $B$  作  $BN \perp CD$  于  $N$ ，过点  $E$  作  $EM \perp AB$  于  $M$ ，过点  $H$  作  $HQ \perp BC$  于  $Q$ ， $HP \perp AB$  于  $P$ 。利用面积法证明  $DH:CH = 2:3$ ，求出  $CH$ ， $CF$ ，可得结论。

【小问 1 详解】

证明：  $\because EF \perp CD$ ， $DF = CF$ ，

$\therefore EF$  垂直平分  $CD$ ，

$\therefore DE = CE$ ；

【小问 2 详解】

证明：如图，过点  $E$  作  $EM \perp AB$  于  $M$ ，



$$\therefore DM = GC, \quad EM = EG,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BEM \text{ 和 Rt}\triangle BEG \text{ 中} \begin{cases} BE = BE \\ EM = EG \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BEM \cong \text{Rt}\triangle BEG (\text{HL}),$$

$$\therefore BM = BG,$$

$$\because BC = 6CG,$$

$$\therefore BD = BM - DM = BG - CG = BC - 2CG = 4CG,$$

$$\because BH \text{ 平分 } \angle ABC, \quad HP \perp AB, \quad HQ \perp BC,$$

$$\therefore HP = HQ,$$

$$\therefore S_{\triangle DBH} : S_{\triangle CBH} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot HP : \frac{1}{2} \cdot BC \cdot HQ = 4 : 6 = 2 : 3,$$

$$\because S_{\triangle DBH} : S_{\triangle CBH} = \frac{1}{2} \cdot DH \cdot BN : \frac{1}{2} \cdot CH \cdot BN,$$

$$\therefore DH : CH = 2 : 3,$$

$$\because DH = 4,$$

$$\therefore CH = 6,$$

$$\therefore CD = DH + CH = 4 + 6 = 10,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = 5,$$

$$\therefore HF = CH - CF = 6 - 5 = 1.$$

【点睛】 本题属于三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，角平分线的判定定理和性质定理，三角形的面积等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.