

2025 闵行区八年级上册数学 12 月月考试卷

12 月阶段练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 若关于 x 的方程 $(a^2 + 1)x^2 - ax + 7 = 0$ 是一元二次方程, 则 a 的取值范围是 ()
- A. a 取任意实数 B. $a \neq -1$ C. $a \neq \pm 1$ D. $a \neq 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的定义, 含有一个未知数, 并且未知数的次数为 2 的整式方程为一元二次方程, 解题的关键是掌握一元二次方程的定义.

根据一元二次方程的定义可得, $a^2 + 1 \neq 0$, 由于 $a^2 \geq 0$, 可得 $a^2 + 1 \geq 1 > 0$, 恒不为零, 即可求解.

【详解】解: 由题意可得, 二次项系数 $a^2 + 1 \neq 0$,

又 $\because a^2 \geq 0$,

$\therefore a^2 + 1 \geq 1 > 0$, 恒成立,

$\therefore a$ 取任意实数,

故选 A.

2. 一个正数的两个不相等的平方根是 $3a + 2$ 和 $-7a + 10$, 那么这个数是 ()

A. 121 B. 100 C. 3 D. 9

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平方根的性质, 利用正数的平方根互为相反数求出 a 的值, 进而求出一个平方根即可求解, 熟练掌握知识点是解题的关键.

【详解】解: $\because$ 一个正数的两个不相等的平方根是 $3a + 2$ 和 $-7a + 10$,

$\therefore (3a + 2) + (-7a + 10) = 0$,

解得 $a = 3$,

$\therefore$ 一个平方根为 $3 \times 3 + 2 = 11$,

$\therefore$ 这个正数为 $11^2 = 121$,

故选: A.

3. 下列说法错误的是 ()

A. 在角平分线上的点到角两边所在直线的距离相等

B. 到角两边所在直线距离相等的点在这个角的平分线上

C. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点, 则有 $CD = \frac{1}{2}AB$

D. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 若 $\angle C = 90^\circ$, 则 $\angle A + \angle B = 90^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查角平分线的性质、直角三角形的性质等, 根据知识点逐一判断即可.

【详解】解: A、角平分线上的点到角两边所在直线的距离相等, 故 A 正确;

B、到角两边所在直线距离相等的点可能不在角的内部, 不一定在角平分线上, 故 B 错误;

C、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 AB 中点, 则 CD 是斜边中线, 有 $CD = \frac{1}{2}AB$, 故 C 正确;

D、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\angle A + \angle B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 故 D 正确.

故选: B.

4. 某型号的笔记本电脑发售时每台售价 13999 元, 经过两年的更新换代, 这台笔记本电脑的售价下降了两次, 且每次降价的百分率相同, 现在每台售价为 9999 元, 设每次降价的百分率为 x , 则可以列出相关的方程 ()

A. $13999(x-1)^2 = 9999$

B. $13999(2-x) = 9999$

C. $13999(1-x)^2 = 9999$

D. $13999(x-2) = 9999$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的实际应用; 熟记增长 (下降) 模型是解题的关键.

依据两次增长 (下降) 模型 $a(1 \pm x)^2$ 进行列方程即可.

【详解】解: 设平均每次降价的百分率为 x ,

根据题意得,

$$13999(1-x)^2 = 9999,$$

故选: C.

5. 在直角三角形中, 斜边及其中线之和等于 12cm, 那么斜边长是 () cm.

A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了直角三角形的性质，设斜边的长为 $x\text{cm}$ ，则斜边上的中线长度为 $\frac{1}{2}x\text{cm}$ ，根据题意列出一元一次方程，解方程即可得解，熟练掌握直角三角形斜边上的中线为斜边的一半是解此题的关键。

【详解】解：设斜边的长为 $x\text{cm}$ ，则斜边上的中线长度为 $\frac{1}{2}x\text{cm}$ ，

$\therefore$ 斜边及其中线之和等于 12cm ，

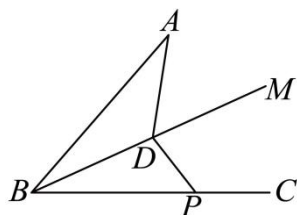
$$\therefore x + \frac{1}{2}x = 12,$$

$$\therefore x = 8,$$

即斜边长是 8cm 。

故选：D。

6. 如图， BM 是 $\angle ABC$ 的平分线，点 D 是 BM 上一点，点 P 为直线 BC 上的一个动点。若 $\triangle ABD$ 的面积为 9， $AB = 6$ ，则线段 DP 的长不可能是（ ）



A. 2

B. 4

C. 5

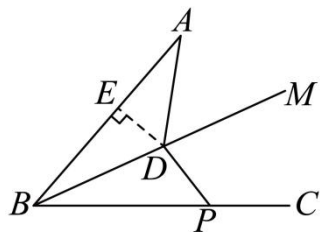
D. 5.5

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查角平分线的性质定理，垂线段最短，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，利用三角形的面积公式求出 DE 的长，根据垂线段最短得到 $DP \perp BC$ 时， DP 最短，此时 $DP = DE$ ，进行判断即可。

【详解】解：过点 D 作 $DE \perp AB$ ，



$$\text{则: } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 6DE = 9,$$

$$\therefore DE = 3,$$

$\therefore$ 点 P 为直线 BC 上的一个动点，

∴当 $DP \perp BC$ 时, DP 最短,

∵ BM 是 $\angle ABC$ 的平分线,

∴当 $DP \perp BC$ 时, $DP = DE = 3$,

∴线段 DP 的长不可能是 2.

故选: A.

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. $\sqrt{64}$ 的算术平方根是_____.

【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查算术平方根, 根据算术平方根的定义进行求解即可.

【详解】 解: $\sqrt{64} = 8$,

∴ $\sqrt{64}$ 的算术平方根是 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$,

故答案为: $2\sqrt{2}$.

8. 比较大小: $6\sqrt{5}$ _____ $5\sqrt{6}$.

【答案】 $>$

【解析】

【分析】 先把根号外面的数移到根号里面, 再比较被开方数的大小.

【详解】 解: ∵ $6\sqrt{5} = \sqrt{180}$, $5\sqrt{6} = \sqrt{150}$, $180 < 150$,

∴ $6\sqrt{5} > 5\sqrt{6}$.

故答案为: $>$.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质, 实数的大小比较的应用, 主要考查学生能否选择适当的方法比较两个数的大小.

9. 在日常生活中, 人们每天都要喝水, 而在化学的视角里, 水是一种由大量水分子通过相互作用聚集在一起形成的物质. 化学老师在讲水分子时曾提到: 一个水分子由两个氢原子和一个氧原子构成. 已知氢原子 (H) 的原子半径 (pm) 约为 53 pm, 氧原子 (O) 的原子半径约为 60 pm, 已知 $1\text{pm} = 1 \times 10^{-12}\text{m}$, 请你用科学记数法表示一个水分子中的氧原子的原子半径_____m

【答案】 6×10^{-11}

【解析】

【分析】此题考查了科学记数法的应用，将氧原子半径 60pm 转换为米，利用单位换算关系 $1\text{pm} = 1 \times 10^{-12}\text{m}$ ，然后写成科学记数法形式即可。

【详解】解：氧原子的原子半径为 60pm ，已知 $1\text{pm} = 1 \times 10^{-12}\text{m}$ ，因此 $60\text{pm} = 60 \times 10^{-12}\text{m}$ ，将 60 写成科学记数法形式为 6.0×10^1 ，

$$\text{所以 } 60 \times 10^{-12} = 6 \times 10^1 \times 10^{-12} = 6 \times 10^{1+(-12)} = 6 \times 10^{-11}$$

故答案为： 6×10^{-11} 。

10. 某班学生进行合影留念活动，每两个同学之间会留下一张合影，已知最终拍摄了 1225 张照片，这个班的学生人数是_____人。

【答案】 50

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是正确理解题意建立方程。

设学生人数为 n ，根据题意建立方程 $\frac{n(n-1)}{2} = 1225$ ，再解方程即可。

【详解】解：设学生人数为 n ，

$$\text{由题意得， } \frac{n(n-1)}{2} = 1225,$$

$$\text{整理得， } n^2 - n - 2450 = 0,$$

$$\text{解得 } n_1 = 50, \quad n_2 = -49 \text{ (舍),}$$

$\therefore$ 这个班的学生人数是 50 人，

故答案为： 50。

11. 已知 $x \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2}} = -1$ ，请你化简下列代数式 $\sqrt{12x^2} - \sqrt{3}x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $-3\sqrt{3}x$

【解析】

【分析】 此题考查了二次根式的化简和加法，正确化简二次根式是关键。

由已知条件 $x \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2}} = -1$ 可知 $x < 0$ ，从而在化简 $\sqrt{12x^2}$ 时需考虑 $x < 0$ ，即 $\sqrt{12x^2} = 2\sqrt{3}|x|$ ，由于

$x < 0$, 有 $|x| = -x$, 代入代数式 $\sqrt{12x^2} - \sqrt{3}x$ 并合并同类二次根式即可.

【详解】解: 由 $x \cdot \sqrt{\frac{1}{x^2}} = -1$,

$$\therefore \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{|x|},$$

$$\therefore x \cdot \frac{1}{|x|} = -1,$$

故 $x < 0$, 且 $|x| = -x$.

$$\therefore \sqrt{12x^2} - \sqrt{3}x = \sqrt{12} \cdot \sqrt{x^2} - \sqrt{3}x = 2\sqrt{3} \cdot |x| - \sqrt{3}x,$$

代入 $|x| = -x$,

$$\text{得 } 2\sqrt{3} \cdot (-x) - \sqrt{3}x = -2\sqrt{3}x - \sqrt{3}x = -3\sqrt{3}x.$$

故答案为: $-3\sqrt{3}x$.

12. 对二次三项式 $3x^2 - 12x + 10$ 因式分解: _____.

【答案】 $(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解; 先把前两项变为完全平方公式的形式, 再利用平方差公式进行因式分解即可.

【详解】解: $3x^2 - 12x + 10$

$$= 3(x^2 - 4x) + 10$$

$$= 3(x^2 - 4x + 4) - 2$$

$$= 3(x - 2)^2 - 2$$

$$= (\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

故答案为: $(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3} - \sqrt{2})$.

13. 若关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 能够取到的最小整数是

_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查的是一元二次方程根的判别式，熟知一元二次方程根的判别与方程解的关系是解题的关键.

先根据关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根则 $m \neq 0$ ， $\Delta > 0$ 得到关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围，然后找到最小的整数值即可.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

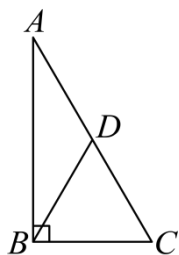
$$\therefore \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 4 + 4m > 0 \end{cases},$$

解得 $m > -1$ 且 $m \neq 0$,

$\therefore$ 最小的整数值为 1,

故答案为： 1.

14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， D 是斜边 AC 的中点，连接 BD ， $AC = 6$ ，则 BD 的长为_____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查直角三角形斜边的中线的性质：直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，由此即可计算.

【详解】 解： $\because$ $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， D 是斜边 AC 的中点，

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

故答案为： 3.

15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是三角形的一条中线，若 $\angle DCB = 39^\circ$ ， $\angle CDB$ 的度数是_____.

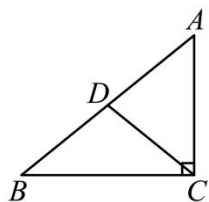
【答案】 102° ## 102 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了直角三角形斜边中线的性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理，熟练掌握直角三角形斜边中线的性质是解题的关键.

由直角三角形斜边中线的性质得到 $CD = DB = \frac{1}{2}AB$ ，再由等边对等角以及三角形内角和定理即可求解。

【详解】解：如图，



$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是三角形的一条中线，

$$\therefore CD = DB = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle DBC = 39^\circ.$$

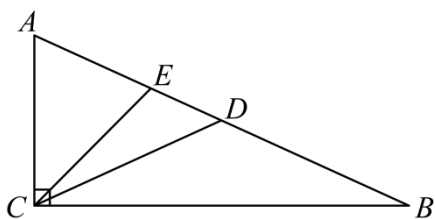
在 $\triangle CDB$ 中， $\angle CDB + \angle DCB + \angle DBC = 180^\circ$ ，

$$\text{即 } \angle CDB + 39^\circ + 39^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ.$$

故答案为： 102° 。

16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是三角形的中线， CE 是三角形的一条内角平分线，若 $\angle A = 65^\circ$ ，那么 $\angle CED$ 的度数是_____。



【答案】 110° ## 110度

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的定义及三角形外角的性质，根据题意得 CE 是 $\angle ACB$ 的角平分线，得到 $\angle ACE = 45^\circ$ ，利用三角形外角的性质结合 $\angle A = 65^\circ$ 即可解答。

【详解】解：根据题意得 CE 是 $\angle ACB$ 的角平分线，

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 45^\circ,$$

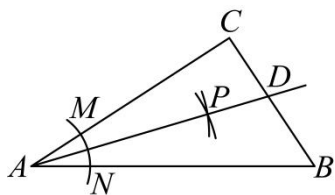
$$\because \angle A = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle ACE + \angle A = 110^\circ.$$

故答案为： 110° 。

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以顶点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AC ， AB 于点 M ，

N ，再分别以点 M ， N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 AP 交 BC 于点 D ，若 ABC 的面积是 32， $AB + AC = 16$ ，则 CD 的长为_____.

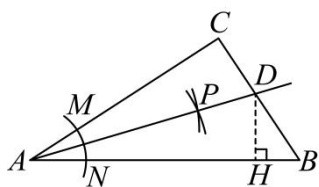


【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的作法和性质，三角形的面积，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，由角平分线的性质可得 $DH = DC$ ，进而由三角形的面积可得 $\frac{1}{2}AB \cdot DH + \frac{1}{2}AC \cdot DC = \frac{1}{2}DC \cdot (AB + AC) = 32$ ，进而即可求解，掌握角平分线的作法和性质是解题的关键.

【详解】 解：如图，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，



$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore DC \perp AC,$$

又由作图可知 AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，

$$\therefore DH = DC,$$

$$\therefore ABC \text{ 的面积是 } 32,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot DH + \frac{1}{2}AC \cdot DC = \frac{1}{2}AB \cdot DC + \frac{1}{2}AC \cdot DC = \frac{1}{2}DC \cdot (AB + AC) = 32,$$

$$\therefore AB + AC = 16,$$

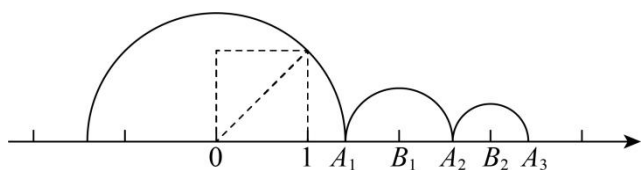
$$\therefore \frac{1}{2}DC \times 16 = 32,$$

$$\therefore DC = 4,$$

故答案为：4.

18. 如图，在数轴上，我们可以用画半圆的方式，依次得到一些新的点. 从原点 O 开始，作一个边长为 1 的正方形，连接正方形对角两个顶点得到的线段的长度为 $\sqrt{2}$ ，以数轴原点为圆心， $\sqrt{2}$ 长度为半径画半圆，交数轴右边于点 A_1 ，如此就能把 $\sqrt{2}$ 表示在数轴上点 A_1 处，记 A_1 右侧最近的整数点为 B_1 ，以点 B_1 为圆心，

A_1B_1 为半径画半圆，交数轴于点 A_2 ，记 A_2 右侧最近的整数点为 B_2 ，以点 B_2 为圆心， A_2B_2 为半径画半圆，交数轴于点 A_3 ，如此继续，则 $A_{2026}B_{2026}$ 的长为_____.



【答案】 $\sqrt{2}-1$

【解析】

【分析】 本题考查了实数与数轴、估算无理数的大小以及探索规律，通过估算无理数的大小，找到图形变化规律是解题的关键．利用表示的数，根据实数与数轴的关系，逐一计算各点所对应的数，再计算 A_1B_1 、 A_2B_2 、……，得出规律即可解决．

【详解】 解：由题意得，点 A_1 表示的数为 $\sqrt{2}$ ，

$$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4},$$

$$\therefore 1 < \sqrt{2} < 2,$$

$$\therefore B_1 \text{ 表示的数为 } 2,$$

$$\therefore A_1B_1 = 2 - \sqrt{2},$$

$$\text{则 } A_2 \text{ 表示的数为 } 4 - \sqrt{2},$$

$$\therefore 1 < \sqrt{2} < 2,$$

$$\therefore -2 < -\sqrt{2} < -1,$$

$$\therefore 2 < 4 - \sqrt{2} < 3,$$

$$\therefore B_2 \text{ 表示的数为 } 3,$$

$$\therefore A_2B_2 = 3 - (4 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1,$$

$$\text{同理可得 } A_3B_3 = 2 - \sqrt{2};$$

$$A_4B_4 = \sqrt{2} - 1;$$

$$A_5B_5 = 2 - \sqrt{2};$$

$$A_6B_6 = \sqrt{2} - 1;$$

,

以此类推可得, 当 n 为奇数时 $A_nB_n = 2 - \sqrt{2}$,

当 n 为偶数时 $A_nB_n = \sqrt{2} - 1$;

$$\therefore A_{2026}B_{2026} = \sqrt{2} - 1;$$

故答案为: $\sqrt{2} - 1$.

三、简答题 (本题共 5 小题, 19、20、21 题每小题 6 分, 22、23 题每小题 8 分, 共 34 分)

19. 计算: $\frac{3\sqrt{6}}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 解题的关键是正确化简二次根式.

分别化简二次根式和计算二次根式的乘法, 再进行加减计算.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{3\sqrt{6}}{2} - \sqrt{24} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= 0. \end{aligned}$$

20. 解方程: $\frac{x}{x-2} + \frac{6}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$.

【答案】 $x = -10$

【解析】

【分析】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

将分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

$$\text{【详解】 解: 方程两边同时乘 } (x+2)(x-2) \text{ 得: } x(x+2) + 6(x-2) = 8,$$

$$\text{去括号得: } x^2 + 2x + 6x - 12 = 8,$$

$$\text{整理得: } x^2 + 8x - 20 = 0,$$

$$(x-2)(x+10)=0,$$

解得 $x_1=2$, $x_2=-10$.

检验: 当 $x=2$ 时, $(x+2)(x-2)=0$, 是分式方程的增根;

当 $x=-10$ 时, $(x+2)(x-2) \neq 0$, 是分式方程的解.

$\therefore$ 方程的解为 $x=-10$.

21. 关于 x 的方程 $x^2 - (k+3)x + (2k+1) = 0$ 是一个一元二次方程, 方程有两个实根 x_1 、 x_2 , 这两个实根满足条件 $x_1^2 + x_2^2 = 20$, 求 k 的值

【答案】 $k = -1 \pm \sqrt{14}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 和根与系数的关系, 关键知识点: $\Delta > 0$ 等价于方程有两个不相等的实数根; $\Delta = 0$ 等价于方程有两个相等的实数根; $\Delta < 0$ 等价于方程没有实根; 韦达定理: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 根据方程的系数结合根的判别式可得出 $\Delta > 0$, 由此

可证出方程总有两个不同的实数根, 根据一元二次方程的根与系数的关系, 可以得到 $x_1 + x_2 = k + 3$,

$x_1 x_2 = 2k + 1$, 再将它们代入 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$, 即可求出 k 的值.

【详解】 解: 由方程 $x^2 - (k+3)x + (2k+1) = 0$,

$$\Delta = [-(k+3)]^2 - 4(2k+1)$$

$$= k^2 - 2k + 5$$

$$= (k-1)^2 + 4 > 0$$

即 $\Delta > 0$,

$\therefore$ 无论 k 取何值时, 方程总有两个不相等的实数根;

$$\therefore x_1 + x_2 = k + 3, \quad x_1 \cdot x_2 = 2k + 1,$$

$$\text{又 } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2,$$

$$\text{把 } x_1 + x_2 = k + 3, \quad x_1 \cdot x_2 = 2k + 1 \text{ 代入上式: } x_1^2 + x_2^2 = (k + 3)^2 - 2(2k + 1),$$

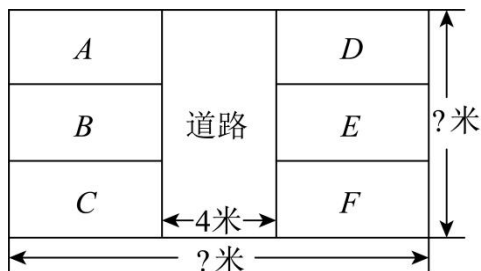
$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 20,$$

$$\therefore (k+3)^2 - 2(2k+1) = 20,$$

$$\text{整理得: } k^2 + 2k - 13 = 0,$$

$$\text{解得: } k = -1 \pm \sqrt{14}.$$

22. 学校体育组准备在操场上划出一块长方形区域开展跳绳比赛, 比赛区域包括六块相同的跳绳场地及预留道路, 如图是比赛区域的规划图, 现知道每块跳绳场地的长是宽的两倍 (场地间空隙忽略不计), 预留道路的宽度为 4 米, 比赛区域的总面积为 144 平方米. 请你根据以上信息, 求比赛区域的长和宽分别是多少米?



【答案】比赛区域的长为 16 米, 宽为 9 米

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 设每块跳绳场地的宽为 x 米, 则其长为 $2x$ 米, 根据比赛场地的面积为 144 平方米列出一元二次方程, 求解即可, 准确理解题意, 找出等量关系是解题的关键.

【详解】解: 设每块跳绳场地的宽为 x 米, 则其长为 $2x$ 米, 由题意得

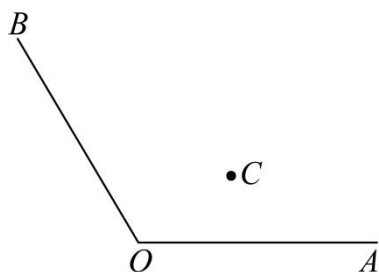
$$3x(2 \times 2x + 4) = 144,$$

$$\text{解得 } x_1 = 3, x_2 = -4 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore 3x = 9 \text{ 米, } 2 \times 2x + 4 = 16 \text{ 米,}$$

所以, 比赛区域的长为 16 米, 宽为 9 米.

23. 如图, 已知有一个 $\angle AOB$, 角的内部有一点 C , 现在想要在图中找到一个点 P , 满足条件 $PC = PO$, 并且点 P 到射线 OB 的距离和点 P 到射线 OA 的距离相等, 请你在下图中作出点 P (尺规作图)



【答案】见解析

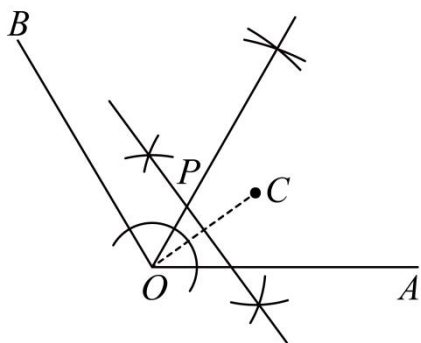
【解析】

【分析】本题考查了尺规作图---作角平分线和线段的垂直平分线, 以及角平分线和线段的垂直平分线的性

质，解题的关键是熟练掌握尺规作平分线和线段的垂直平分线的步骤.

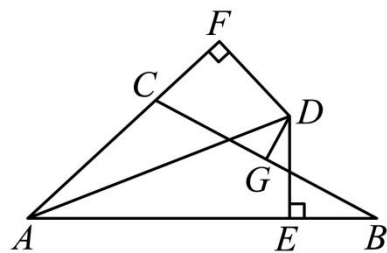
根据 $PC = PO$ 得到点 P 在线段 OC 的垂直平分线上，由点 P 到射线 OB 的距离和点 P 到射线 OA 的距离相等，得到点 P 也在 $\angle AOB$ 的平分线上，则交点即为点 P ，再根据尺规作线段 OC 的垂直平分线和 $\angle AOB$ 的平分线的步骤作图即可.

【详解】解：如图，点 P 即为所求；



四、解答题（本题共 3 小题，第 24 题 8 分，第 25 题 8 分，第 26 题 8 分，共 24 分）

24. 已知： $\angle BAC$ 的平分线与 BC 的垂直平分线相交于点 D . $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E 、 F .



(1) 求证： $BE = CF$ ；

(2) 若 $AB = 6$, $AC = 3$, 求 BE 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{3}{2}$

【解析】

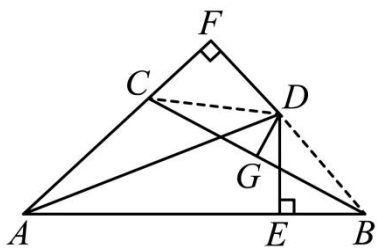
【分析】本题主要考查了利用角平分线的性质和垂直平分线的性质证明三角形全等进行求解，准确计算是解题的关键.

(1) 连接 DC , DB , 根据角平分线的性质和垂直平分线的性质证明 $\triangle CDF \cong \triangle BDE$, 即可得证;

(2) 根据已知条件证明 $\triangle ADF \cong \triangle ADE$, 得到 $AE = AF$, 设 $BE = CF = x$, 则 $AE = 6 - x$, 根据 $AF = AC + CF$ 代入计算即可得解.

【小问 1 详解】

证明：连接 DC , DB ,



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$,

$$\therefore DE = DF,$$

又 $\because DG$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore CD = BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 和 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\begin{cases} CD = BD \\ DF = DE \end{cases}$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle BDE (\text{HL}),$$

$$\therefore BE = CF.$$

【小问 2 详解】

解: 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ DF = DE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ADE (\text{HL}),$$

$$\therefore AE = AF,$$

设 $BE = CF = x$, 则 $AE = 6 - x$,

$$\because AF = AC + CF = 3 + x,$$

$$\therefore 3 + x = 6 - x,$$

$$\therefore x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore BE = \frac{3}{2}.$$

25. 定义: 我们将 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ 与 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ 称为一对“对偶式”. 因为

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$, 可以有效的去掉根号, 所以有一些问题可以通过构造“对偶式”来解决.

例如: 已知 $\sqrt{18-x} - \sqrt{11-x} = 1$, 求 $\sqrt{18-x} + \sqrt{11-x}$ 的值, 可以这样解答:

因为 $(\sqrt{18-x}-\sqrt{11-x}) \times (\sqrt{18-x}+\sqrt{11-x}) = (\sqrt{18-x})^2 - (\sqrt{11-x})^2 = 18-x-11+x=7$, 所以 $\sqrt{18-x}+\sqrt{11-x}=7$.

(1) 已知: $\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}=8$, 求 $\sqrt{20-x}-\sqrt{4-x}$ 的值;

(2) 结合已知条件和第 (1) 问的结果, 解方程: $\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}=8$;

【答案】 (1) 2 (2) $x=-5$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算, 二次根式有意义的条件、二次根式的性质、平方差公式的应用等知识点, 掌握二次根式的运算法则为解题的关键.

(1) 运用平方差公式进行变形, 然后整体代入计算即可;

(2) 根据 (1) 构成方程组求解, 然后再检验即可.

【小问 1 详解】

解: $\because (\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x})(\sqrt{20-x}-\sqrt{4-x})=20-x-4+x=16$,

$$\therefore \sqrt{20-x}-\sqrt{4-x}=\frac{16}{\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}}=\frac{16}{8}=2 .$$

【小问 2 详解】

解: 由题意可得: $\begin{cases} \sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}=8 \\ \sqrt{20-x}-\sqrt{4-x}=2 \end{cases}$, 则 $2\sqrt{20-x}=10$,

$$\therefore \sqrt{20-x}=5 ,$$

$$\therefore 20-x=25 ,$$

解得: $x=-5$,

经检验, $x=-5$ 是方程 $\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}=8$ 的根.

$\therefore$ 方程 $\sqrt{20-x}+\sqrt{4-x}=8$ 的解为 $x=-5$.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $DE \perp DF$, 连接 EF .

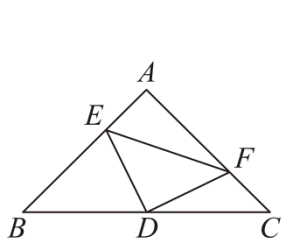


图1

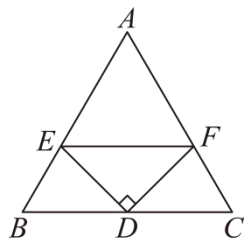


图2

(1) 如图 1, ABC 是等腰直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, 求证: $\angle DEF = 45^\circ$;

(2) 如图 2, $\angle DEF = 45^\circ$, ABC 是等边三角形, $DE = DF$, 求证: $AE = AF$;

【答案】(1) 证明见详解

(2) 证明见详解

【解析】

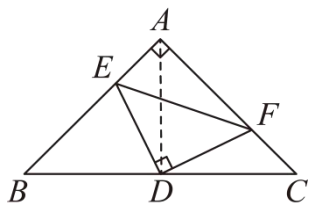
【分析】 本题考查了等腰直角三角形和等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质、角平分线的性质; 解题的关键是通过构造辅助线实现线段或角的转化, 从而构造全等三角形; 易错点在于辅助线的合理添加以及图形变换后对应关系的准确识别.

(1) 在等腰直角三角形中, 利用中点 D 构造全等三角形, 将分散的线段或角集中到同一个三角形中, 结合垂直条件推导角度关系;

(2) 在等边三角形中, 利用三线合一以及角平分线上的点到两边距离相等, 构造全等三角形, 通过证明三角形全等得到对应边相等.

【小问 1 详解】

证明: 连接 AD ,



$\because \angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 是边 BC 的中点

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC = DC, \quad \angle C = \angle BAD = 45^\circ$$

又 $\because$ 在四边形 $AEDF$ 中,

$$\angle BAC = 90^\circ, \quad \angle EDF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AED + \angle AFD = 180^\circ$$

又 $\because \angle CFD + \angle AFD = 180^\circ$

$$\therefore \angle AED = \angle CFD$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle BAD \\ AD = DC \\ \angle AED = \angle CFD \end{cases}$$

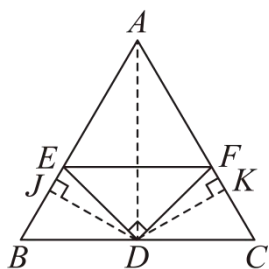
$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (AAS)$$

$$\therefore ED = FD$$

$\therefore \triangle EDF$ 为等腰直角三角形

$\therefore \angle DEF = 45^\circ$

【小问 2 详解】



连接 AD ，过点 D 作 $DJ \perp AB$ 于 J ，过点 D 作 $DK \perp AC$ 于 K

$\because$ 点 D 是边 BC 的中点， $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore DJ = KD$

又 $\because$ 在等腰 $\text{Rt}\triangle EDF$ 中，

$ED = FD$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle EDJ$ 和 $\text{Rt}\triangle FDK$ 中

$$\begin{cases} DJ = KD \\ ED = FD \end{cases}$$

$\text{Rt}\triangle EDJ \cong \text{Rt}\triangle FDK (HL)$

$\therefore EJ = FK$

同理可证 $\text{Rt}\triangle ADJ \cong \text{Rt}\triangle ADK (HL)$

$\therefore AJ = AK$

$\therefore AJ - EJ = AK - FK$

$\therefore AE = AF$