

# 八年级数学

考试时间： 100 分钟

## 一、选择题：（每题 4 分， 共 24 分）

1. 下列实数中是无理数的是（ ）

A. 3.14

B.  $\sqrt{9}$

C.  $\sqrt{3}$

D.  $\frac{1}{7}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据算术平方根、无理数的定义即可得.

【详解】 A、3.14 是有限小数，属于有理数，此项不符题意；

B、 $\sqrt{9} = 3$ ，是有理数，此项不符题意；

C、 $\sqrt{3}$  是无理数，此项符合题意；

D、 $\frac{1}{7}$  是分数，属于有理数，此项不符题意；

故选： C.

【点睛】 本题考查了算术平方根、无理数，熟记定义是解题关键.

2. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

A.  $y - 2x = 0$

B.  $x + 1 = 0$

C.  $x^2 - 5x = 0$

D.  $2x^3 - 2 = 0$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的定义. 熟练掌握定义是解决问题的关键. 一元二次方程的定义：等号两边都是整式，只含有一个未知数，未知数的最高次数是 2，这样的方程叫做一元二次方程.

根据一元二次方程的定义逐一判断，即得.

【详解】 A、 $y - 2x = 0$ ,

$\therefore$  方程中有两个未知数,

$\therefore$  此方程不是一元二次方程;

B、 $x + 1 = 0$ ,

$\therefore$  方程中未知数的最高次数是 1,

$\therefore$  此方程不是一元二次方程;

C、 $x^2 - 5x = 0$ ,

∵等号两边都是整式，方程中有一个未知数，且未知数的最高次数是 2，

∴此方程是一元二次方程；

D、 $2x^3 - 2 = 0$ ,

∴方程中未知数的最高次数是 3，

∴此方程不是一元二次方程.

故选：C.

3. 下列根式是最简二次根式的是 ( )

A.  $\sqrt{\frac{1}{3}}$

B.  $\sqrt{0.3}$

C.  $\sqrt{3}$

D.  $\sqrt{20}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义即可求解，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

【详解】解：A.  $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，不是最简二次根式，不符合题意，

B.  $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ，不是最简二次根式，不符合题意，

C.  $\sqrt{3}$ ，是最简二次根式，符合题意，

D.  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ，不是最简二次根式，不符合题意，

故选 C

【点睛】本题考查最简二次根式的定义，掌握最简二次根式的定义是解题的关键.

4. 如果二次根式  $\sqrt{2x-4}$  有意义，那么实数  $x$  满足条件的范围是 ( )

A.  $x \neq 2$

B.  $x \geq 2$

C.  $x \leq 2$

D.  $x \neq -2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，形如  $\sqrt{a} (a \geq 0)$  的式子称为二次根式，二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

根据二次根式有意义的条件求解即可.

【详解】解：∵二次根式  $\sqrt{2x-4}$  有意义，

$$\therefore 2x-4 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 2.$$

故选：B.

5. 中国信息通信研究院测算，2020~2025年，中国5G商用带动的信息消费规模将超过8万亿元，直接带动经济总产出达10.6万亿元. 其中数据10.6万亿用科学记数法表示为（ ）

A.  $10.6 \times 10^4$

B.  $1.06 \times 10^{13}$

C.  $10.6 \times 10^{13}$

D.  $1.06 \times 10^8$

【答案】B

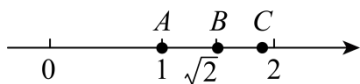
【解析】

【分析】此题考查了科学记数法，关键是理解运用科学记数法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同，据此求解即可.

【详解】数据10.6万亿用科学记数法表示为  $1.06 \times 10^{13}$ .

故选：B.

6. 如图，数轴上  $A$ 、 $B$  两点表示的数分别是 1 和  $\sqrt{2}$ ，点  $A$  关于点  $B$  的对称点是  $C$ ，则点  $C$  所表示的数是（ ）



A. -1

B.  $1+\sqrt{2}$

C.  $2\sqrt{2}-2$

D.  $2\sqrt{2}-1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了实数与数轴的关系，数轴上两点之间的距离计算，准确计算是解题的关键. 先求出  $AB = \sqrt{2} - 1$ ，根据对称可得  $BC = AB = \sqrt{2} - 1$ ，然后求出点  $C$  到原点的距离，即可得到点  $C$  表示的数；

【详解】∵数轴上  $A$ ， $B$  两点表示的数分别为 1 和  $\sqrt{2}$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2} - 1,$$

∵点  $A$  关于点  $B$  的对称点是  $C$ ，

$$\therefore BC = AB = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore OC = 2(\sqrt{2} - 1) + 1 = 2\sqrt{2} - 1,$$

$\therefore$  点  $C$  表示的数为  $2\sqrt{2} - 1$ ;

故选 D.

## 二、填空题: (每题 4 分, 共 48 分)

7. 81 的算术平方根是 \_\_\_\_\_.

【答案】 9

【解析】

【分析】 直接利用算术平方根的定义得出答案.

【详解】 解: 81 的算术平方根是:  $\sqrt{81} = 9$ .

故答案为: 9.

【点睛】 此题主要考查了算术平方根的定义, 正确把握算术平方根的定义是解题关键.

8. 比较大小:  $2\sqrt{3}$  \_\_\_\_\_ 4 (填 “>” “<” 或 “=” ).

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查了实数的大小比较, 无理数的估算, 由  $3 < 4$  可得  $\sqrt{3} < 2$ , 进而可得  $2\sqrt{3} < 4$ , 即可求解, 掌握无理数的估算方法是解题的关键.

【详解】 解:  $\because 3 < 4$ ,

$$\therefore \sqrt{3} < \sqrt{4},$$

$$\text{即 } \sqrt{3} < 2,$$

$$\therefore 2\sqrt{3} < 4,$$

故答案为: <.

9. 计算:  $3\sqrt{9} - (5 + \pi)^0 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 8

【解析】

【分析】 根据算术平方根的定义和零指数幂的法则进行计算即可.

【详解】 解: 原式  $= 3 \times 3 - 1$

$$=9-1$$

$$=8.$$

故答案为：8.

【点睛】本题考查了实数的运算，熟知算术平方根的定义及任何非零数的零次幂等于1是解决此题的关键.

10. 方程  $x^2 - 4 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x_1 = -2$  ,  $x_2 = 2$

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程，把  $-4$  移到右边，再利用直接开平方法解答即可，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

【详解】解：  $\because x^2 - 4 = 0$ ,

$$\therefore x^2 = 4,$$

$$\therefore x = \pm 2,$$

$$\text{即 } x_1 = -2, x_2 = 2,$$

故答案为：  $x_1 = -2$  ,  $x_2 = 2$  .

11. 若最简二次根式  $\frac{3}{2}\sqrt{4a^2+1}$  与  $\sqrt{6a^2-1}$  是同类二次根式，则  $a =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $\pm 1$

【解析】

【分析】本题考查了同类二次根式与最简二次根式的定义，掌握定义是解题的关键.

根据两个二次根式是同类二次根式，被开方数就应该相等，由此可得出关于  $a$  的方程，进而可求出  $a$  的值，再判断是否是最简二次根式即可得出答案.

【详解】解：由题意可得：  $4a^2 + 1 = 6a^2 - 1$ ,

$$\therefore a^2 = 1,$$

$$\therefore a = \pm 1,$$

当  $a = \pm 1$  时，  $\frac{3}{2}\sqrt{4a^2+1} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$  ,  $\sqrt{6a^2-1} = \sqrt{5}$  , 它们是最简二次根式.

因此  $a = \pm 1$  , 最简二次根式  $\frac{3}{2}\sqrt{4a^2+1}$  与  $\sqrt{6a^2-1}$  是同类二次根式.

故答案为：  $\pm 1$  .

12. 若  $\sqrt{m-3} + (n+1)^2 = 0$ , 则  $m-n$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 4

【解析】

【分析】 根据二次根式与平方的非负性即可求解.

【详解】 依题意得  $m-3=0$ ,  $n+1=0$ ,

解得  $m=3$ ,  $n=-1$ ,

$\therefore m-n=4$

故答案为: 4

【点睛】 此题主要考查二次根式与平方的非负性, 解题的关键是熟知二次根式与平方的非负性.

13. 不等式:  $(\sqrt{3}-2)x < 1$  的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x > -\sqrt{3}-2$

【解析】

【详解】  $\because \sqrt{3}-2 < 0$ ,

$\therefore (\sqrt{3}-2)x < 1$  的解集是:  $x > \frac{1}{\sqrt{3}-2}$ ,

$$\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = -\sqrt{3}-2.$$

故不等式的解集为:  $x > -\sqrt{3}-2$ .

故答案为  $x > -\sqrt{3}-2$ .

点睛: 解不等式的时候要判断不等式的符号是否需要改变, 掌握根式的估算及分母有理化.

14. 关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + 5x + m^2 - 4m + 3 = 0$  的常数项是 0, 那么  $m$  的值是\_\_\_\_\_

【答案】 3

【解析】

【分析】 此题考查一元二次方程的一般形式, 解一元二次方程-因式分解法. 关于  $x$  的一元二次方程

$(m-1)x^2 + 5x + m^2 - 4m + 3 = 0$  的常数项是为 0, 则  $m^2 - 4m + 3 = 0$ , 解出关于  $m$  的一元二次方程, 并且注意二次项系数  $m-1 \neq 0$ , 两者结合求得  $m$  的值.

【详解】 解:  $\because$  关于  $x$  一元二次方程常数项为 0,

$$\therefore m^2 - 4m + 3 = 0,$$

解得  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 3$ ;

又  $\because m - 1 \neq 0$ ,

$$\therefore m \neq 1,$$

$$\therefore m = 3.$$

故答案为: 3.

15. 已知等腰三角形的底和腰是方程  $x^2 - 8x + 15 = 0$  的两个根, 则该三角形的周长是\_\_\_\_\_.

【答案】 11或13

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的解法、等腰三角形的定义, 三角形的三边关系和求三角形的周长, 掌握一元二次方程的解法、利用三角形的三边关系进行判断是否构成三角形是解题的关键. 先解一元二次方程, 再利用三角形的三边关系确定等腰三角形的腰长, 最后求出三角形的周长即可.

【详解】 解: 解方程  $x^2 - 8x + 15 = 0$ ,

$$\therefore (x-3)(x-5) = 0,$$

得  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 5$ ,

当底边为 3, 腰为 5 时, 此时能组成三角形,

$$\therefore \text{该三角形的周长是 } 3 + 5 + 5 = 13;$$

当底边为 5, 腰为 3 时, 此时能组成三角形,

$$\therefore \text{该三角形的周长是 } 3 + 3 + 5 = 11;$$

综上, 该三角形的周长是 11 或 13.

故答案为: 11 或 13.

16. 若  $x = 3$  是关于  $x$  的方程  $ax^2 - bx = 6$  的解, 则  $2025 - 6a + 2b$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 2021

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值、一元二次方程的解等知识, 理解并掌握一元二次方程的解得定义是解题关键. 将  $x = 3$  代入关于  $x$  的方程  $ax^2 - bx = 6$  并整理, 可得  $3a - b = 2$ , 然后整体代入并求解即可.

【详解】 解:  $\because x = 3$  是关于  $x$  的方程  $ax^2 - bx = 6$  的解,

$$\therefore 9a - 3b = 6,$$

$$\therefore 3a - b = 2,$$

$$\therefore 2025 - 6a + 2b = 2025 - 2(3a - b) = 2025 - 2 \times 2 = 2021.$$

故答案为：2021.

17. 已知  $n$  是正整数，且  $\sqrt{756n}$  是整数，那么  $n$  可取得的最小值是\_\_\_\_\_

【答案】 21

【解析】

【分析】 本题考查了算术平方根的应用，解题的关键是掌握完全平方数的特征.

首先把被开方数分解质因数，然后再确定  $n$  的值.

【详解】 解：  $\sqrt{756n} = \sqrt{6^2 \times 21n} = 6\sqrt{21n}$ ,

$\because \sqrt{756n}$  是整数,

$\therefore$  正整数  $n$  的最小值是 21.

故答案为： 21.

18. 如果  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，并且  $f(\sqrt{1})$  表示当  $x = \sqrt{1}$  时的值，即  $f(\sqrt{1}) = \frac{(\sqrt{1})^2}{1+(\sqrt{1})^2} = \frac{1}{2}$ ,

$f(\sqrt{\frac{1}{2}}) = \frac{(\sqrt{\frac{1}{2}})^2}{1+(\sqrt{\frac{1}{2}})^2} = \frac{1}{3}$ ，那么  $f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{\frac{1}{2}}) + f(\sqrt{3}) + f(\sqrt{\frac{1}{3}}) + \cdots + f(\sqrt{n}) + f(\sqrt{\frac{1}{n}})$  的值是 \_\_\_\_\_.

【答案】  $n - \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据已知表达式，求出  $f(\frac{1}{x})$ ，进而求得  $f(x) + f(\frac{1}{x}) = 1$ ，再进一步求解原式值.

【详解】 解：  $\because f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ,  $f(\frac{1}{x}) = \frac{(\frac{1}{x})^2}{1+(\frac{1}{x})^2} = \frac{1}{1+x^2}$

$$\therefore f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^2} = 1$$

$$\text{又 } f(\sqrt{1}) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
& \therefore f(\sqrt{1}) + f(\sqrt{2}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) + f(\sqrt{3}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) + \cdots + f(\sqrt{n}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{n}}\right) \\
&= f(\sqrt{1}) + \left[ f(\sqrt{2}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) \right] + \left[ f(\sqrt{3}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) \right] + \cdots + \left[ f(\sqrt{n}) + f\left(\sqrt{\frac{1}{n}}\right) \right] \\
&= \frac{1}{2} + 1 + 1 + \cdots + 1 \\
&= \frac{1}{2} + (n-1) \\
&= n - \frac{1}{2} \\
&\text{故答案为: } n - \frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查根据已知条件求代数式值、分式运算及规律探索；解题的关键在于分式运算法则的熟练运用及规律探索.

### 三、解答题:

19. 计算:

$$(1) \sqrt{36} - \sqrt[3]{27} + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-64}$$

$$(2) 3\sqrt{2} \times \left( \frac{7}{2}\sqrt{2} - 3 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

【答案】 (1) 9

$$(2) \frac{45}{2} - 9\sqrt{2}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了算术平方根，立方根，二次根式的混合运算；

(1) 根据算术平方根和立方根的求解方法求解即可；

(2) 根据二次根式的混合运算进行计算即可求解.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}
&\text{解: } \sqrt{36} - \sqrt[3]{27} + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-64} \\
&= 6 - 3 + 2 - (-4) \\
&= 9;
\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 3\sqrt{2} \times \left( \frac{7}{2}\sqrt{2} - 3 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$= 3\sqrt{2} \times \left( \frac{15}{4}\sqrt{2} - 3 \right)$$

$$= \frac{45}{2} - 9\sqrt{2}.$$

20. 计算:

$$(1) \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}$$

$$(2) \frac{3}{b}\sqrt{ab^5} \cdot (-\sqrt{a^3b}) \div 3\sqrt{\frac{b}{a}} (a > 0, b > 0)$$

**【答案】** (1)  $-5 - 2\sqrt{6}$

(2)  $-a^2b\sqrt{ab}$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了二次根式混合运算，二次根式性质，熟练掌握二次根式性质，是解题的关键.

(1) 先分母有理化，然后根据二次根式加减混合运算法则，进行计算即可；

(2) 先根据二次根式性质进行化简，然后根据二次根式乘除混合运算法则，进行计算即可.

**【小问 1 详解】**

$$\text{解: } \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{12 + 12\sqrt{6} + 18}{12 - 18}$$

$$= -5 - 2\sqrt{6};$$

**【小问 2 详解】**

$$\text{解: } \frac{3}{b}\sqrt{ab^5} \cdot (-\sqrt{a^3b}) \div 3\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$= \frac{3}{b} \cdot b^2 \sqrt{ab} \cdot (-a \sqrt{ab}) \div \frac{3\sqrt{ab}}{a}$$

$$= -3ab \sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab} \cdot \frac{a}{3\sqrt{ab}}$$

$$= -a^2 b \sqrt{ab}.$$

21. 先化简，再求值：已知  $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ，求  $\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$  的值.

**【答案】**  $\frac{x+2}{x-3}, -\frac{5}{4}\sqrt{2}+1$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了分式的化简求值，分母有理化，完全平方公式的应用，先利用分母有理化得出  $x = 3 - 2\sqrt{2}$ ，再将分式化简，代入求解即可.

**【详解】** 解：  $\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)},$$

$$= \frac{x+2}{x-3}$$

$$x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = 3-2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{将 } x = 3-2\sqrt{2} \text{ 代入，原式} = \frac{3-2\sqrt{2}+2}{3-2\sqrt{2}-3}$$

$$= \frac{5-2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{5}{4}\sqrt{2}+1.$$

22. 解关于  $x$  或  $y$  的方程：

(1)  $x^2 - x - 12 = 0$

(2)  $2y(2+y) = -(y+2)$

**【答案】** (1)  $x_1 = 4, x_2 = -3$

$$(2) \quad y_1 = -\frac{1}{2}, \quad y_2 = -2$$

【解析】

【分析】(1) 利用因式分解法求解即可.

(2) 利用因式分解法求解即可.

本题考查了因式分解法, 选择适当解方程的方法是解题的关键.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x^2 - x - 12 = 0,$$

$$\therefore (x-4)(x+3) = 0,$$

$$\therefore x-4=0 \text{ 或 } x+3=0,$$

$$\therefore x_1 = 4, \quad x_2 = -3.$$

【小问 2 详解】

$$2y(2+y) = -(y+2),$$

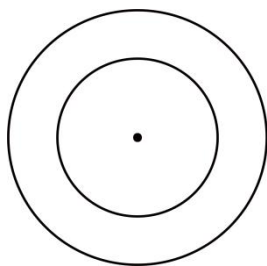
$$\therefore 2y(2+y) + (y+2) = 0,$$

$$\therefore (2y+1)(2+y) = 0,$$

$$\therefore 2y+1=0 \text{ 或 } 2+y=0,$$

$$\text{解得 } y_1 = -\frac{1}{2}, \quad y_2 = -2.$$

23. 如图, 两个圆的圆心相同, 圆环部分的面积是小圆面积的 2 倍. 已知大圆的半径是  $\sqrt{15} \text{ cm}$ , 求小圆的半径.



【答案】  $\sqrt{5} \text{ cm}$

【解析】

【分析】 本题考查了圆的面积, 一元二次方程的应用; 设小圆的半径为  $r$ , 根据圆环部分的面积是小圆面积的 2 倍. 列出一元二次方程, 解方程, 即可求解.

【详解】解：设小圆的半径为  $r$ ，

根据题意得  $\pi \times (\sqrt{15})^2 - \pi r^2 = 2\pi r^2$ ，

解得：  $r = \sqrt{5}$ （负值舍去）

答：小圆的半径为  $\sqrt{5}\text{cm}$ 。

24. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(k+1)x^2 + x + k - 3 = 0$  与方程  $x^2 - 4x = 0$  有一个相同的根，求  $k$  的值。

【答案】3

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程的定义及解法和方程的解，熟练掌握基础概念并进行正确计算是解决问题的关键。

解  $x^2 - 4x = 0$  求出两个根，分别将根代入，再根据一元二次方程定义，可知  $k+1 \neq 0$ ，解，进而求出  $k$  值。

【详解】  $x^2 - 4x = 0$ ，

$x(x-4) = 0$ ，解得  $x_1 = 0, x_2 = 4$ ，

当关于  $x$  的一元二次方程  $(k+1)x^2 + x + k - 3 = 0$  与方程  $x^2 - 4x = 0$  有一个相同的根为 0 时，

代入  $(k+1)x^2 + x + k - 3 = 0$ ，

即  $k - 3 = 0$ ，解得  $k = 3$ ，

此时  $k+1 = 4 \neq 0$ ，符合题意；

当关于  $x$  的一元二次方程  $(k+1)x^2 + x + k - 3 = 0$  与方程  $x^2 - 4x = 0$  有一个相同的根为 4 时，

代入  $16(k+1) + 4 + k - 3 = 0$ ，

即  $17k + 17 = 0$ ，解得  $k = -1$ ，

此时  $k+1 = 0$ ，不符合题意；

所以  $k$  的值为 3。

25. 为了将一张宽为  $b$  的长方形纸片拼接成一个新的图形，我们进行如下的操作：

①先将纸片沿虚线剪开（图 1）；

②然后将三角形部分沿所剪的方向向下平移一段距离，并将三角形沿虚线剪开（图 2）；

③再将剪得的四边形部分沿第一次所剪的方向向上平移（图 3）；

④得到新的图形  $ABCDEF$ （图 4）。

在图 4 中延长  $CD$ ，交  $AF$  于点  $G$ ，延长  $FE$ ，交  $BC$  的延长线于点  $H$ ，如果四边形  $ABHF$  是一个面积为  $a$  的

正方形，四边形  $DEFG$  是一个面积为  $m$  的正方形.

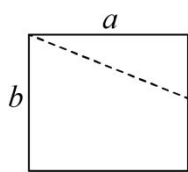


图 1

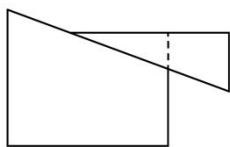


图 2

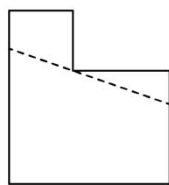


图 3

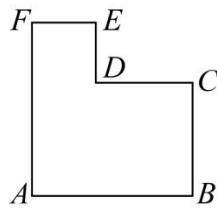


图 4

(1) 请用两种不同的代数式来表示线段  $BC$  的长;

(2) 如果  $m = \frac{1}{4}a$ , 求  $a$  与  $b$  之间的数量关系.

【答案】 (1)  $BC = a - m$  或  $BC = \frac{ab - m^2}{a}$

(2)  $b = \frac{13}{16}a$

【解析】

【分析】 本题考查列代数式、分式的化简:

(1) ①  $BC = AF - FG$ ; ②根据图 1 变到图 4 时的面积相等列式化简即可;

(2) 根据 (1) 中  $BC$  的两种表示方式列出等式, 将  $m = \frac{1}{4}a$  代入后化简即可.

【小问 1 详解】

解: 如图:

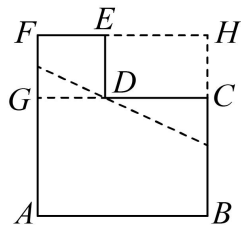


图 4

解: ①  $BC = AF - FG = a - m$ ;

②根据图 1 矩形面积和图 4 中对比可得  $ab = m^2 + a \cdot BC$ , 则  $BC = \frac{ab - m^2}{a}$ ;

$\therefore BC = a - m$  或  $BC = \frac{ab - m^2}{a}$ ;

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 得  $a - m = \frac{ab - m^2}{a}$ ,

$$\text{当 } m = \frac{1}{4}a \text{ 时, } a - \frac{1}{4}a = \frac{ab - \frac{1}{16}a^2}{a}, \text{ 即 } \frac{3}{4}a = b - \frac{1}{16}a,$$

$$\therefore b = \frac{13}{16}a.$$