

## 青浦平和 2025 学年第一学期八年级阶段检测 (九)

### 一. 选择题 (每题 2 分)

1.  $\sqrt{16}$  的平方根是 ( )

- A. 4                      B.  $\pm 4$                       C.  $\pm 2$                       D.  $-2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平方根和算术平方根的定义，先计算  $\sqrt{16}$ ，再求该结果的平方根.

【详解】解： $\because \sqrt{16} = 4$ ，4 的平方根是  $\pm 2$ ，

$\therefore \sqrt{16}$  的平方根是  $\pm 2$ ，

故选：C.

2. 下列二次根式中，能与  $\sqrt{5}$  合并的是 ( )

- A.  $\sqrt{18}$                       B.  $\sqrt{\frac{5}{2}}$                       C.  $\sqrt{80}$                       D.  $\sqrt{0.5}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二次根式性质及同类二次根式定义，熟记同类二次根式的定义是解决问题的关键. 先利用二次根式性质对各选项中的二次根式进行化简，再根据同类二次根式定义判断即可得到答案.

【详解】解：依题意， $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ ， $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

$\therefore \sqrt{80}$  与  $\sqrt{5}$  是同类二次根式，可以合并.

故选：C.

3. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 + 2x + 1 = 0$  有实数根，则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a \leq 2$                       B.  $a < 2$                       C.  $a \leq 2$  且  $a \neq 1$                       D.  $a < 2$  且  $a \neq 1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  为常数) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ ，根据一元二次方程根的判别式进行判断即可求解. 当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$  时，

方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程没有实数根．根据一元二次方程的定义和根的判别式求解．首先确保二次项系数不为零，再计算判别式并使其非负．

【详解】解： $\because$ 关于 $x$ 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + 2x + 1 = 0$ 有实数根，

$\therefore$ 二次项系数 $a-1 \neq 0$ ，即 $a \neq 1$ ．

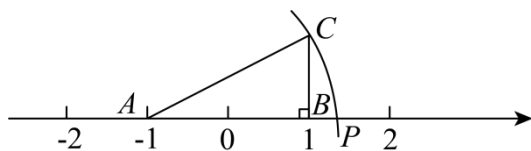
$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (a-1) \cdot 1 = 4 - 4(a-1) = 8 - 4a$ ．令 $\Delta \geq 0$ ，即 $8 - 4a \geq 0$ ，

解得 $a \leq 2$ ．

$\therefore a \leq 2$ 且 $a \neq 1$

故选：C．

4. 如图，数轴上点 $A$ 表示的数是-1，点 $B$ 表示的数是1， $BC=1$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，以点 $A$ 为圆心， $AC$ 长为半径画弧，与数轴交于原点右侧的点 $P$ ，则点 $P$ 表示的数是（ ）



A.  $\sqrt{5} - 1$

B.  $\sqrt{5} - 2$

C.  $\sqrt{3} - 1$

D.  $2 - \sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】首先根据勾股定理求出 $AC$ 长，再根据圆的半径相等可知 $AP=AC$ ，即可得出答案．

【详解】解： $\because BC \perp AB$ ，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 以 $A$ 为圆心， $AC$ 为半径作弧交数轴于点 $P$ ，

$\therefore AP = AC = \sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 点 $P$ 表示的数是 $-1 + \sqrt{5}$ ，

故选：A．

【点睛】此题主要考查了勾股定理，以及数轴与实数，关键是求出 $AC$ 的长．

5. 石家庄市某小区为了改善环境，计划在花坛种植200株花，由于大学生志愿者的加入，每小时比原计划多种20株，结果提前1小时完成任务．设原计划每小时种 $x$ 株，根据题意可列方程为（ ）

A.  $\frac{200}{x+20} - \frac{200}{x} = 1$

B.  $\frac{200}{x} - \frac{200}{x-20} = 1$

$$C. \frac{200}{x-20} - \frac{200}{x} = 1$$

$$D. \frac{200}{x} - \frac{200}{x+20} = 1$$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用，设原计划每小时种  $x$  株，实际每小时比原计划多种 20 株，根据前 1 小时完成任务，列出分式方程，即可求解。

【详解】解：设原计划每小时种  $x$  株，则实际每小时种  $(x+20)$  株，

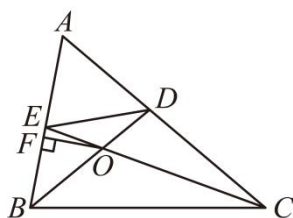
$$\text{根据题意得，} \frac{200}{x} - \frac{200}{x+20} = 1$$

故选：D.

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$  ( $\angle ABC > \angle A$ )，角平分线  $BD$ ， $CE$  交于点  $O$ ， $OF \perp AB$  于点  $F$ ，有下列结论：

①  $\angle BOC = 120^\circ$ ；②  $2\angle EOF = \angle ABC - 60^\circ$ ；③  $\triangle OED$  是等腰三角形；④  $S_{\triangle BOC} = S_{\triangle OBE} + S_{\triangle OCD}$ 。

其中正确的个数有 ( )



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形角平分线的性质，直角三角形的性质，三角形内角和定理，全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握以上性质。

①利用角平分线的性质及三角形内角和定理进行求解即可；

②根据垂直得出直角，利用直角三角形的性质以及角的和差即可求解；

③过点  $O$  作  $OH \perp AC$  于点  $H$ ，过点  $O$  作  $OG \perp BC$  于点  $G$ ，利用角平分线的性质得出相等线段，证明  $\triangle EOF \cong \triangle DOH$  即可得出结论；

④结合③的结论，证明  $Rt\triangle BOF \cong Rt\triangle BOG$ ， $Rt\triangle COG \cong Rt\triangle COH$ ，然后再利用面积的和差即可得出结论。

【详解】解：①  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ， $CE$  平分  $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 120^\circ,$$

故①正确，符合题意；

$$\textcircled{2} \because OF \perp AB,$$

$$\therefore \angle OFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = 90^\circ - \angle OBF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\because \angle BOC = 120^\circ,$$

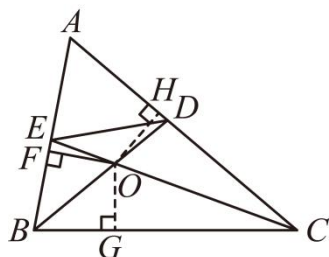
$$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOE - \angle BOF = 60^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ABC - 30^\circ,$$

$$\text{整理得, } 2\angle EOF = \angle ABC - 60^\circ,$$

故②正确，符合题意；

③如图所示，过点  $O$  作  $OH \perp AC$  于点  $H$ ，过点  $O$  作  $OG \perp BC$  于点  $G$ ，



$$\therefore \angle AFO = \angle AHO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FOH = 360^\circ - \angle A - \angle AFO - \angle AHO = 120^\circ,$$

$$\because \angle DOE = \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FOH = \angle DOE,$$

$$\therefore \angle FOH - \angle EOH = \angle DOE - \angle EOH,$$

$$\text{即 } \angle EOF = \angle DOH,$$

$$\because OF \perp AB, BD \text{ 平分 } \angle ABC, CE \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore OF = OG, OG = OH,$$

$$\therefore OF = OH,$$

$$\therefore \triangle EOF \cong \triangle DOH (\text{ASA}),$$

$$\therefore OE = OD,$$

$\therefore \triangle OED$  是等腰三角形,

故③正确, 符合题意;

④由③得,  $OF = OG, OG = OH$ , 且  $\angle BFO = \angle BGO = 90^\circ, \angle CGO = \angle CHO = 90^\circ$ ,

$$\text{又} \because OB = OB, OC = OC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BOF \cong \text{Rt}\triangle BGO (\text{HL}), \text{Rt}\triangle COG \cong \text{Rt}\triangle COH (\text{HL}),$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = S_{\triangle OBF} + S_{\triangle OCH},$$

$$\text{又} \because \triangle EOF \cong \triangle DOH,$$

$$\therefore S_{\triangle EOF} = S_{\triangle DOH},$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = S_{\triangle OBF} + S_{\triangle EOF} + S_{\triangle OCH} - S_{\triangle DOH} = S_{\triangle OBE} + S_{\triangle OCD},$$

故④正确, 符合题意;

综上, 正确选项为: ①②③④, 共 4 个,

故选: D.

## 二. 填空题 (每题 3 分)

7.  $\sqrt{a-b}$  的一个有理化因式是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\sqrt{a-b}$  (合理即可)

**【解析】**

**【分析】** 根据有理化因式的定义, 直接写出即可.

**【详解】** 解:  $\because \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b} = a-b$

$\therefore \sqrt{a-b}$  的一个有理化因式是  $\sqrt{a-b}$  (合理即可) .

**【点睛】** 本题考查了有理化因式的定义. 一般来说  $\sqrt{a}$  的有理化因式为:  $\sqrt{a}$  或  $b\sqrt{a}$ .

8. 化简:  $\sqrt{\frac{4a}{b^2}} =$ \_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{2\sqrt{a}}{|b|}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的化简，根据二次根式的性质进行化简即可.

【详解】 解：由题意可知： $a > 0$ ,  $b \neq 0$ ,

$$\sqrt{\frac{4a}{b^2}} = \frac{\sqrt{4a}}{\sqrt{b^2}} = \frac{2\sqrt{a}}{|b|}.$$

故答案为： $\frac{2\sqrt{a}}{|b|}$ .

9. 蜜蜂建造的蜂巢既坚固又省料，其厚度约为0.00000703m，用科学记数法表示为\_\_\_\_\_m.

【答案】  $7.03 \times 10^{-6}$

【解析】

【分析】 本题考查的是科学记数法的含义，正确的确定 $a, n$ 的值是解本题的关键. 绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【详解】 解：  $0.00000703\text{m} = 7.03 \times 10^{-6}\text{m}$ ,

故答案为： $7.03 \times 10^{-6}$ .

10. 在实数范围内分解因式： $x^4 - 9 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $(x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

【解析】

【分析】 本题考查因式分解，利用平方差公式将 $x^4 - 9$ 分解为 $(x^2 + 3)(x^2 - 3)$ ，然后对 $x^2 - 3$ 再次应用平方差公式在实数范围内分解.

【详解】 解： $x^4 - 9$

$$= (x^2 + 3)(x^2 - 3)$$

$$= (x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}).$$

故答案为： $(x^2 + 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ .

11. 不等式 $-\sqrt{5}x - 1 > 2x$ 的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x < 2 - \sqrt{5}$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式，分母有理化，严格遵循解不等式的基本步骤是解本题的关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数，不等号方向要改变. 通过移项、合并同类项、系数化为1，再根据二次根式分母有理化化简即可求出不等式的解集.

【详解】解：  $-\sqrt{5}x-1>2x$ ，

$$-\sqrt{5}x-2x>1,$$

$$-(\sqrt{5}+2)x>1,$$

由于  $\sqrt{5}+2>0$ ，所以  $-(\sqrt{5}+2)<0$ ，除以负数时不等号方向改变，得：

$$x<\frac{1}{-(\sqrt{5}+2)},$$

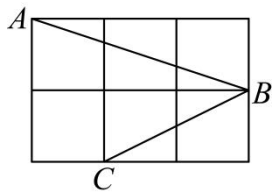
$$\text{即 } x<-\frac{1}{\sqrt{5}+2},$$

分子分母同乘  $\sqrt{5}-2$ ，得：

$$x<-\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=-\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}=-(\sqrt{5}-2)=2-\sqrt{5},$$

故答案为：  $x<2-\sqrt{5}$  .

12. 如图，每个小正方形的边长都相等， $A$ ， $B$ ， $C$  是小正方形的顶点，则  $\angle ABC$  的度数为\_\_\_\_\_.



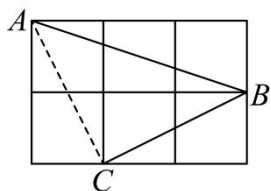
【答案】  $45^\circ$

【解析】

【分析】本题考查的是勾股定理与勾股定理的逆定理的应用，先计算  $AC^2=1^2+2^2=5$ ， $BC^2=1^2+2^2=5$ ，

$AB^2=1^2+3^2=10$ ，再进一步解答即可.

【详解】解：设小正方形边长为1，连接  $AC$ ，由勾股定理可得：



$$AB^2 = 1^2 + 3^2 = 10, \quad BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5, \quad AC^2 = 1^2 + 2^2 = 5,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2 \text{ 且 } AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形, } \angle ABC = 45^\circ.$$

故答案为:  $45^\circ$

13. 会议上每两个参加会议的人都互握一次手, 一共握手 66 次, 设有  $x$  人参加会议, 则可列方程\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{x(x-1)}{2} = 66$

【解析】

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程.

每个人与其他人都握手一次, 但每对握手只算一次, 因此总握手次数为  $x$  个人中选 2 个人的组合数, 即

$$\frac{x(x-1)}{2}, \text{ 设其等于 } 66 \text{ 即可;}$$

【详解】 设参加会议有  $x$  人, 每个人都与其他  $(x-1)$  人握手, 共握手次数为  $\frac{1}{2}x(x-1)$ , 因为每对握手被重复计算了一次, 所以实际握手次数为  $\frac{x(x-1)}{2}$ , 根据题意, 总握手次数为 66 次,

$$\therefore \text{列方程 } \frac{x(x-1)}{2} = 66.$$

故答案为:  $\frac{x(x-1)}{2} = 66.$

14. 若  $x^2 - 3x - 1 = 0$  的两根分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ , 则  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程根与系数的关系; 根据根与系数的关系求出两根之和与两根之积, 再代入所求表达式计算.

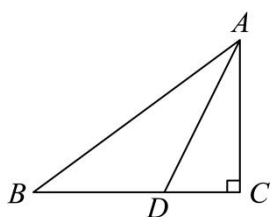
【详解】解： $\because$  方程  $x^2 - 3x - 1 = 0$  中， $a = 1$ ， $b = -3$ ， $c = -1$ ，

$$\therefore a + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3, \quad a\beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1,$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{a + \beta}{a\beta} = \frac{3}{-1} = -3.$$

故答案为：-3.

15. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle BAC$  的平分线  $AD$  交  $BC$  于点  $D$ ，若  $BD = 5$ ， $BD:CD = 5:3$ ， $AB = 10$ ，则  $\triangle ABD$  的面积是\_\_\_\_\_.



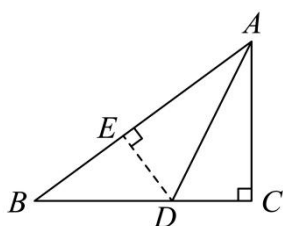
【答案】15

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的性质，能根据角平分线性质的性质得出  $DE = CD$  是解此题的关键；

过  $D$  作  $DE \perp AB$  于  $E$ ，由  $BD = 5$ ， $BD:CD = 5:3$ ，即可求得  $CD$  的长，然后由角平分线的性质，求得  $DE$  的长，继而求得答案.

【详解】解：过  $D$  作  $DE \perp AB$  于  $E$ ，



$\because AD$  平分  $\angle BAC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore DE = DC$ ，

$\because BD = 5$ ， $BD:CD = 5:3$ ，

$\therefore CD = 3$ ，

$\because$  在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle BAC$  的平分线  $AD$  交  $BC$  于  $D$ ，

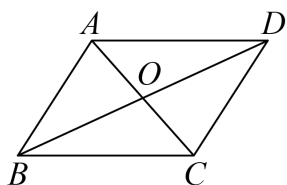
$\therefore DE = CD = 3$ ，

$\because AB = 10$ ，

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积是: } \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15.$$

故答案为: 15

16. 如图, 已知平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ , 其周长为 16, 且  $\triangle AOB$  的周长比  $\triangle BOC$  的周长小 2, 则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.



【答案】3

【解析】

【分析】根据平行四边形对边相等可得  $BC + AB = 8$ , 根据  $\triangle AOB$  的周长比  $\triangle BOC$  的周长小 2 可得  $BC - AB = 2$ , 再解即可.

【详解】解:  $\because \square ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 其周长为 16,

$$\therefore OA = OC, OB = OD, AB = CD, AD = CB,$$

$$\therefore BC + AB = 8 \text{ ①};$$

$\because \triangle AOB$  的周长比  $\triangle BOC$  的周长小 2,

$$\therefore OB + OC + BC - (OA + OB + AB) = 2,$$

$$\therefore BC - AB = 2 \text{ ②},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得: } 2BC = 10,$$

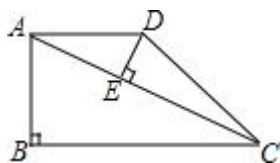
$$\therefore BC = 5,$$

$$\therefore AB = 3.$$

故答案为: 3.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质, 解决此题的关键是掌握平行四边形两组对边分别相等, 对角线互相平分.

17. 如图, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AD = 2$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ , 如果  $DE \perp AC$  于点  $E$ , 那么  $DE =$ \_\_\_\_\_.



【答案】  $\frac{6}{5}$  ##1.2

【解析】

【分析】 根据勾股定理易求  $AC$  的长,  $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot DE$ , 得方程求解.

【详解】 解:  $\because$  在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ ,

$$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\because AD \parallel BC$ ,

$\therefore AB$  是  $\triangle ACD$  的高,

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot DE,$$

$$\text{即 } 2 \times 3 = 5 \times DE,$$

$$\therefore DE = \frac{6}{5}.$$

【点睛】 此题考查了勾股定理和利用等积法求线段的长的解题技巧. 求三角形中与高有关的线段的长度时, 常用不同的表达式表示同一个图形的面积得方程求解, 这种方法简称等积法.

18. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $D$  为直线  $BC$  上的动点, 过点  $B$  作  $BE \perp$  射线  $AD$  于点  $E$ , 若  $\frac{AE}{AD} = \frac{1}{2}$ , 则  $BE$  的长为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\sqrt{14}$  或  $\sqrt{2}$

【解析】

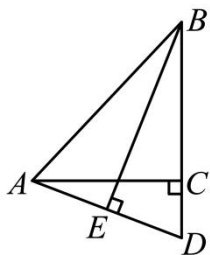
【分析】 本题考查线段垂直平分线的性质, 勾股定理, 注意分类讨论, 以免漏解.

先由勾股定理, 求得  $AC = \sqrt{7}$ , 再分三种情况: ①当点  $D$  在  $BC$  延长线上时, ②当点  $D$  在线段  $BC$  上时, ③当点  $D$  在  $CB$  延长线上时, 分别求解即可.

【详解】 解: 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

分三种情况: ①当点  $D$  在  $BC$  延长线上时, 如图,



$$\because \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because BE \perp AD,$$

$$\therefore BD = AB = 4,$$

$$\therefore CD = BD - BC = 4 - 3 = 1,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中, 由勾股定理, 得

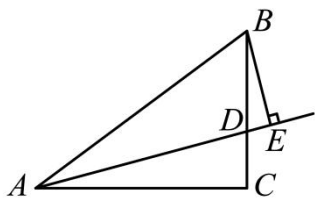
$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = \sqrt{2},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中, 由勾股定理, 得

$$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{14};$$

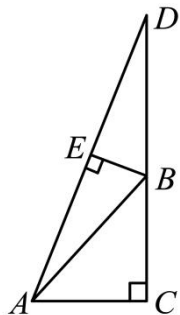
②当点  $D$  在线段  $BC$  上时, 如图,



$$\because \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$  此情况不存在;

③当点  $D$  在  $CB$  延长线上时, 如图,



$$\because \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because BE \perp AD,$$

$$\therefore BD = AB = 4,$$

$$\therefore CD = BD + BC = 4 + 3 = 7,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中, 由勾股定理, 得

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + 7^2} = 2\sqrt{14},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = \sqrt{14},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中, 由勾股定理, 得

$$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{14})^2} = \sqrt{2};$$

综上,  $BE$  的长为  $\sqrt{14}$  或  $\sqrt{2}$ .

故答案为:  $\sqrt{14}$  或  $\sqrt{2}$ .

三. 解答题 (19 题 4 分, 20 题 10 分, 21、22 题每题 6 分, 23、24 每题 8 分, 25 题 10 分)

19. 计算:  $\left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48}\right) \div 2\sqrt{3}$

【答案】  $\frac{14}{3}$

【解析】

【分析】 先把括号内的各二次根式化为最简二次根式, 然后合并后进行二次根式的除法运算;

【详解】 解: 原式  $= \left(6\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3}\right) \div 2\sqrt{3},$   
 $= \frac{28\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3},$   
 $= \frac{14}{3}.$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式.

20. 解方程:

(1)  $2x^2 - 4x - 1 = 0.$

(2)  $\frac{1}{x-1} - 1 = \frac{2x}{x^2-1}.$

【答案】 (1)  $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$

(2)  $x = -2$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程, 分式方程, 掌握解一元二次方程和分式方程的方法是解题的关键.

(1) 运用公式法求解即可;

(2) 将方程两边同乘  $(x+1)(x-1)$ ，去分母转化为整式方程，求解并检验即可.

【小问 1 详解】

解:  $2x^2 - 4x - 1 = 0$ ,

$\therefore a = 2, b = -4, c = -1$ ,

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 24 > 0$ ,

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根,

即  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{24}}{2 \times 2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ ,

$\therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

【小问 2 详解】

解:  $\frac{1}{x-1} - 1 = \frac{2x}{x^2 - 1}$ ,

方程两边同乘  $(x+1)(x-1)$ ，得  $x+1 - (x+1)(x-1) = 2x$ ,

整理，得  $x^2 + x - 2 = 0$ ,

即  $(x+2)(x-1) = 0$ ,

解得  $x_1 = -2, x_2 = 1$ .

检验: 当  $x = -2$  时,  $(x+1)(x-1) \neq 0$ , 所以  $x = -2$  是原分式方程的解;

当  $x = 1$  时,  $(x+1)(x-1) = 0$ , 所以  $x = 1$  不是原分式方程的解.

$\therefore$  原分式方程的解为  $x = -2$ .

21. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + x - m = 0$  有两个不相等的实数根.

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 若  $x = 1$  是一元二次方程  $x^2 + x - m = 0$  的解, 求方程的另一个解.

【答案】(1)  $m > -\frac{1}{4}$

(2)  $x_1 = -2$

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的根的判别式、根与系数关系和一元二次方程的解, 解题关键是熟练掌握

握一元二次方程的根的判别式，准确计算；

(1) 根据方程有两个不相等的实数根列出不等式即可求解；

(2) 利用根与系数关系求解即可.

【小问 1 详解】

解：关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + x - m = 0$  有两个不相等的实数根，

所以， $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-m) > 0$ ，

解得， $m > -\frac{1}{4}$ .

【小问 2 详解】

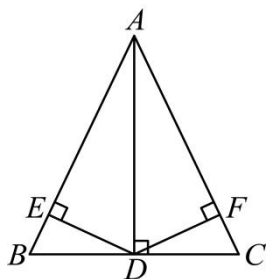
解：设方程的另一个解为  $x_1$ ，

因为若  $x = 1$  是一元二次方程  $x^2 + x - m = 0$  的解，

所以  $x_1 + 1 = -1$ ，

解得  $x_1 = -2$ .

22. 如图，已知：在  $\triangle ABC$  中， $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线， $AD \perp BC$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。求证： $BE = CF$ 。



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的性质与判定，角平分线的性质： $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线，可得  $DE = DF$ ，再证明  $\triangle ADC \cong \triangle ADB$  (ASA) 可得  $DC = DB$ ，最后证明  $\text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF$  (HL)，即可得证.

【详解】证明： $\because AD$  是  $\angle BAC$  的平分线， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，  
 $\therefore DE = DF$ ， $\angle DAC = \angle DAB$ ，  
 $\because AD \perp BC$ ，  
 $\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$ ，  
又  $\because AD = AD$ ，

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ADB (\text{ASA}),$$

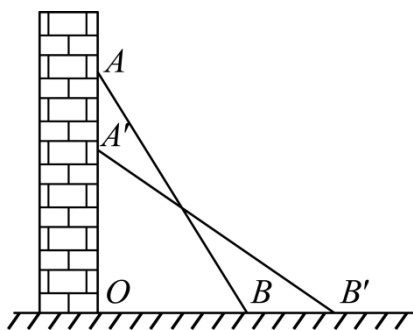
$$\therefore DC = DB,$$

$$\text{又} \because DE = DF,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF (\text{HL}),$$

$$\therefore BE = CF.$$

23. 如图一架云梯  $AB$  斜靠在一面墙上，梯子的底端  $B$  离墙根  $O$  的距离  $OB$  长为 7 米，梯子的顶端  $A$  到地面的距离  $OA$  为 24 米.



(1) 求这个梯子  $AB$  的长;

(2) 如果梯子的顶端  $A$  下滑 4 米到  $A'$  点，梯子的底端  $B$  向右滑动到  $B'$  点，试求  $BB'$  的长.

**【答案】** (1)  $AB = 25$  米

(2)  $BB' = 8$  米

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了勾股定理的实际应用，解题的关键是掌握直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

(1) 根据勾股定理即可求解;

(2) 先求出  $A'O$ ，再根据勾股定理求出  $OB' = 15$  米，即可求解.

**【小问 1 详解】**

解：在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中， $OA = 24$  米， $OB = 7$  米，

根据勾股定理得  $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 625$  米

$$\therefore AB = 25 \text{ 米};$$

**【小问 2 详解】**

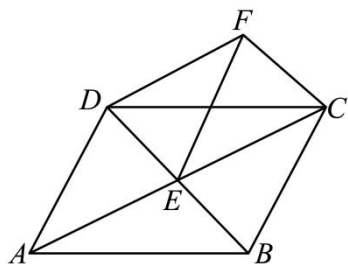
解：  $A'O = 24 - 4 = 20$  米，

在  $\text{Rt}\triangle A'OB'$  中，根据勾股定理得  $OB'^2 = A'B'^2 - OA'^2 = 225 = 15^2$ ,

所以  $OB' = 15$  米，

所以  $BB' = 15 - 7 = 8$  米.

24. 如图, 平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  交于  $E$  点,  $DF \parallel AC$ ,  $\angle DFC = \angle AEB$ , 连接  $EF$ .



(1) 求证:  $DF = AE$ ;

(2) 求证: 四边形  $BCFE$  是平行四边形.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 首先证明四边形  $DECF$  是平行四边形, 推出  $DF = CE$ , 再证明  $AE = CE$  即可;

(2) 只要证明  $EF \parallel BC$ ,  $EF = BC$  即可.

【小问 1 详解】

证明:  $\because DF \parallel AC$ ,

$$\therefore \angle DFC + \angle FCE = 180^\circ,$$

$$\because \angle DFC = \angle AEB, \angle DEC = \angle AEB$$

$$\therefore \angle DFC = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle DEC + \angle FCE = 180^\circ,$$

$$\therefore CF \parallel DE,$$

$\therefore$  四边形  $DECF$  是平行四边形,

$$\therefore DF = CE,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore DF = AE.$$

【小问 2 详解】

$$\because DF = AE, DF \parallel AE,$$

$\therefore$  四边形  $AEFD$  是平行四边形,

$$\therefore AD = EF, AD \parallel EF,$$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

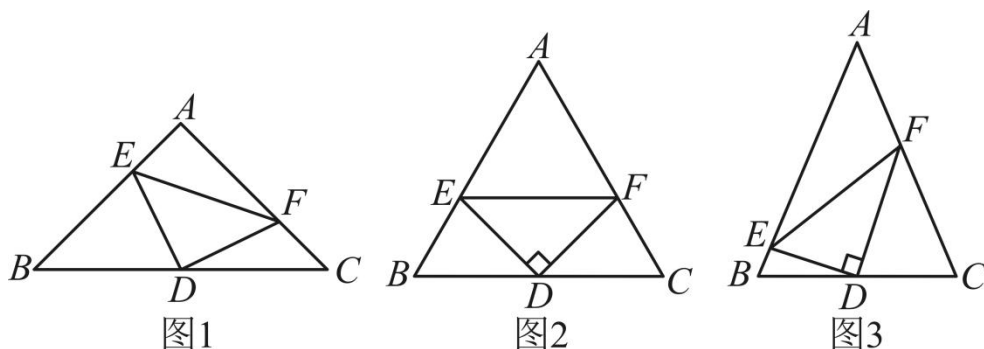
$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$

$\therefore EF \parallel BC, EF = BC,$

$\therefore$  四边形  $BCFE$  是平行四边形.

**【点睛】** 本题考查平行四边形的性质和判定、平行线的性质和判定等知识. 解题的关键是首先证明四边形  $DECF$  是平行四边形.

25. 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是边  $BC$  的中点, 点  $E, F$  分别在边  $AB, AC$  上, 且  $DE \perp DF$ , 连结  $EF$ .



(1) 如图 1,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $\angle A = 90^\circ, AB = AC$ , 求证:  $\angle DEF = 45^\circ$ ;

(2) 如图 2,  $\angle DEF = 45^\circ, \triangle ABC$  是等边三角形,  $DE = DF$ , 求证:  $AE = AF$ ;

(3) 如图 3,  $\angle A = 45^\circ, BE = 1, EF = 5$ , 请直接写出  $CF$  的长度: \_\_\_\_\_ (无需写出过程).

**【答案】** (1) 见解析 (2) 见解析

(3)  $3\sqrt{2}$

**【解析】**

**【分析】** (1) 先根据直角三角形斜边上的中线可知  $AD = CD$ , 根据三线合一可知  $\angle ADC = 90^\circ$ , 易得  $\triangle AED \cong \triangle CFD (ASA)$ , 即可得到  $\triangle DEF$  是等腰直角三角形, 求出答案即可;

(2) 过点  $D$  作  $DG \perp AB$  于  $G$ , 作  $DH \perp AC$  于  $H$ , 连接  $AD$ , 先根据三线合一得到  $\angle BAD = \angle CAD$ , 再根据角平分线的性质可得  $DG = DH$ , 易得  $Rt\triangle DGE \cong Rt\triangle DHF (HL)$ ,  $Rt\triangle DBG \cong Rt\triangle DCH (HL)$ , 进而可得到答案;

(3) 如图, 延长  $FD$  至  $G$ , 使  $DG = DF$ , 连接  $EG, BG$ , 过点  $G$  作  $GH \perp AB$  于  $H$ , 先判定  $ED$  是  $FG$  的垂直平分线, 再运用勾股定理解决即可;

**【小问 1 详解】**

证明: 如图 1, 连接  $AD$ ,

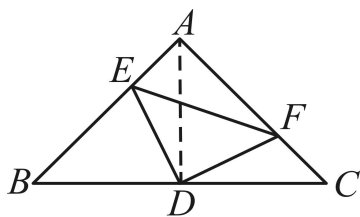


图1

$\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,

$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$ ,

$\because$  点  $D$  是边  $BC$  的中点,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 45^\circ = \angle C$ ,  $AD \perp BC$ ,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AD = CD$ ,

$\because DE \perp DF$ ,

$\therefore \angle EDF = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle EDF = \angle ADC$ ,

$\therefore \angle ADE = \angle CDF$ ,

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (ASA)$ ,

$\therefore DE = DF$ ,

$\therefore \triangle DEF$  是等腰直角三角形,

$\therefore \angle DEF = 45^\circ$ ;

**【小问 2 详解】**

证明: 如图 2, 过点  $D$  作  $DG \perp AB$  于  $G$ , 作  $DH \perp AC$  于  $H$ , 连接  $AD$ , 则  $\angle AGD = \angle AHD = 90^\circ$ ,

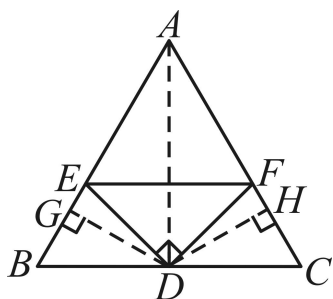


图2

$\because \triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D$  是边  $BC$  的中点,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ,  $BD = CD$ ,  $AB = AC$ ,

$\therefore DG = DH$ ,

$\therefore DE = DF$ ,

$$\therefore Rt\triangle DGE \cong Rt\triangle DHF (HL) ,$$

$$\therefore EG = FH ,$$

同理可得:  $Rt\triangle DBG \cong Rt\triangle DCH (HL) ,$

$$\therefore BG = CH ,$$

$$\therefore BG + EG = CH + FH ,$$

即  $BE = CF ,$

$$\therefore AB - BE = AC - CF ,$$

即  $AE = AF ;$

**【小问 3 详解】**

解: 如图 3, 延长  $FD$  至  $G$ , 使  $DG = DF$ , 连接  $EG, BG$ , 过点  $G$  作  $GH \perp AB$  于  $H$ ,

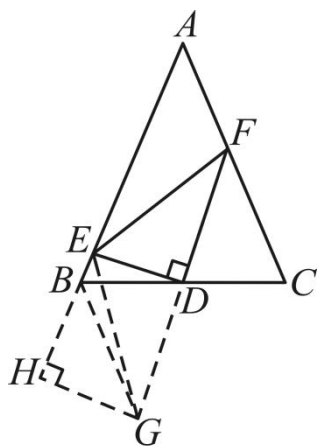


图3

$$\because DG = DF, DE \perp DF,$$

$\therefore ED$  是  $FG$  的垂直平分线,

$$\therefore EG = EF = 5,$$

$$\because BD = CD, \angle CDF = \angle BDG ,$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BDG (SAS) ,$$

$$\therefore \angle C = \angle CBG, CF = BG ,$$

$$\because \angle A = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle C + \angle ABC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ ,$$

$$\therefore \angle CBG + \angle ABC = 135^\circ ,$$

即  $\angle ABG = 135^\circ ,$

$$\therefore \angle GBH = 45^\circ ,$$

$$\because GH \perp AH,$$

$$\therefore \angle H = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle GBH$  是等腰直角三角形,

$$\therefore GH = BH,$$

设  $BH = a$ , 则  $GH = a$ ,  $EH = a + 1$ ,

由勾股定理得:  $GH^2 + EH^2 = EG^2$ ,

$$\therefore a^2 + (a + 1)^2 = 5^2,$$

解得:  $a_1 = -4$  (舍),  $a_2 = 3$ ,

$$\therefore GH = 3,$$

$$\therefore CF = BG = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

**【点睛】** 本题主要考查了三线合一, 等腰直角三角形的性质, 角平分线的性质和判定, 勾股定理, 全等三角形的判定和性质等知识点, 解决此题关键是要合理作出辅助线.