

上海市浦东新区建平西校 2024—2025 学年上学期八年级期末考试数学

卷

(考试时间：90 分钟)

(考生注意：请将所有答案写在答题纸上，写在试卷上不计分)

一、选择题：

1. 下列二次根式中，最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{26ab}$ D. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简二次根式：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式；根据此定义进行判断即可.

【详解】解： $\sqrt{18}$ 中被开方数含有开得尽方的因数 9， $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ 中被开方数含有开得尽方的因式 $(x-1)^2$ ，它们不是最简二次根式； $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 中被开方数含有分母，故不是最简二次根式；而 $\sqrt{26ab}$ 满足最简二次根式的条件；

故选：C.

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{4} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{18}}{3} = \sqrt{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则和除法法则是解决问题的关键. 根据二次根式的减法运算对 A 选项进行判断；根据二次根式的加法运算对 B 选项进行判断；根据二次根式的乘法法则对 C 选项进行判断；根据二次根式的性质对 D 选项进行判断.

【详解】解：A. $\sqrt{4} - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$ ，所以 A 选项不符合题意；

B. $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ，所以 B 选项符合题意；

C. $\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{3 \times \frac{5}{3}} = \sqrt{5}$ ，所以 C 选项不符合题意；

D. $\frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$, 所以 D 选项不符合题意.

故选: B.

3. 下列关于 x 的方程中, 一定有实数根的是 ()

A. $x^2 - x + 2 = 0$

B. $x^2 - mx - 1 = 0$

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

D. $x^2 + x - m = 0$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根的判别式, 当 $\Delta \geq 0$ 时, 一定有实数根, 否则无实数根; 分别计算出四个选项中方程的判别式, 根据判别式的符号即可作出判断.

【详解】 解: A、 $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$, 故方程无实数根;

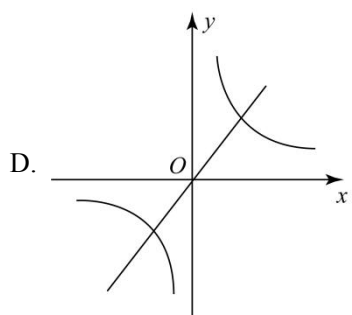
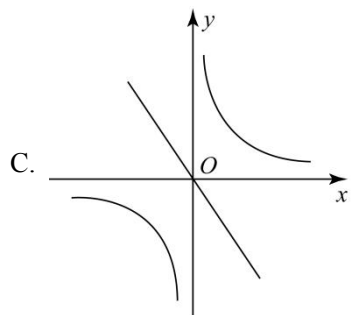
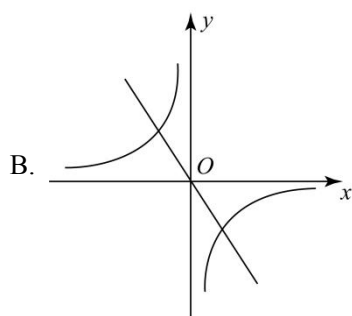
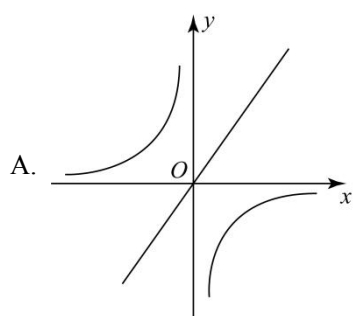
B、 $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4 > 0$, 故方程有实数根;

C、 $\Delta = (-2)^2 - 4\sqrt{2} \times 1 = 4 - 4\sqrt{2} < 0$, 故方程无实数根;

D、 $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 1 + 4m$, 由于 m 的取值无法确定, 故方程有或者无实数根取决于 m 的取值;

故选: B.

4. 已知函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 中 y 随 x 的增大而增大, 那么它和函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在同一直角坐标平面内的大致图象可能是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】首先由“ $y=kx$ ($k \neq 0$) 中 y 随 x 的增大而增大”判定 $k > 0$, 然后根据 k 的符号来判断函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 所在的象限.

【详解】解: $\because$ 函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 中 y 随 x 的增大而增大,

$\therefore k > 0$, 该函数图象经过第一、三象限;

$\therefore$ 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过第一、三象限;

故选: D.

【点睛】本题考查反比例函数与一次函数的图象特点: ①反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象是双曲线; ②当 $k > 0$ 时, 它的两个分支分别位于第一、三象限; ③当 $k < 0$ 时, 它的两个分支分别位于第二、四象限.

5. 已知 a 、 b 、 c 分别是 $\triangle ABC$ 的三边, 根据下列条件能判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形的是 ()

A. $a=8, b=13, c=11$

B. $a=6, b=10, c=12$

C. $a=40, b=41, c=9$

D. $a=24, b=9, c=25$

【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理, 只要满足两条较短边的平方和等于最长边的平方, 即为直角三角形.

【详解】A. $a=8, b=13, c=11$, 因为 $8^2 + 11^2 \neq 13^2$, 所以不能判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形;

B. $a=6, b=10, c=12$, 因为 $6^2 + 10^2 \neq 12^2$, 所以不能判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形;

C. $a=40, b=41, c=9$, 因为 $9^2 + 40^2 = 41^2$, 所以可以判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形;

D. $a=24, b=9, c=25$, 因为 $9^2 + 24^2 \neq 25^2$, 所以不能判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形;

故选 C.

【点睛】本题考查直角三角形的判定, 熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键.

6. 下列命题中, 假命题是 ()

A. 三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等

B. 三角形三个内角的平分线的交点到三角形三条边的距离相等

C. 两腰对应相等的两个等腰三角形全等

D. 一条直角边和另一条直角边上的中线对应相等的两个直角三角形全等

【答案】C

【解析】

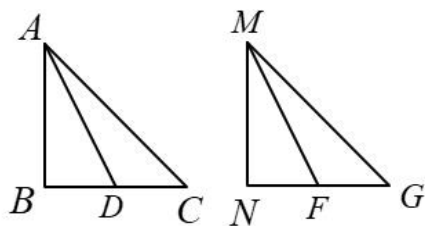
【分析】由线段的垂直平分线的性质可判断 A，由三角形的角平分线的性质可判定 B，由 SAS 判定两个三角形全等可判断 C，由 HL 判定两个直角三角形全等可判断 D，从而可得答案.

【详解】解：三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等，是真命题，故 A 不符合题意；

三角形三个内角的平分线的交点到三角形三条边的距离相等，是真命题，故 B 不符合题意；

两腰对应相等的两个等腰三角形不一定全等，因为两腰的夹角不一定相等，故 C 符合题意；

如图， $\angle C = \angle N = 90^\circ$, $AD = MF$, $AB = MN$, $BD = DC$, $NF = FG$,



$\therefore Rt \triangle ADB \cong Rt \triangle MFN$,

$\therefore BD = FN$, 则 $BC = NG$,

$\therefore Rt \triangle ACB \cong Rt \triangle MGN$,

一条直角边和另一条直角边上的中线对应相等的两个直角三角形全等，是真命题，故 D 不符合题意；

故选 C

【点睛】本题考查的是线段垂直平分线的性质，角平分线的性质，全等三角形的判定与性质，掌握“判定命题真假的方法”是解本题的关键.

二、填空题:

7. 函数 $y = \sqrt{3x-9}$ 的定义域为_____.

【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】本题考查了求函数自变量取值范围即函数的定义域；根据二次根式中被开方数非负即可求解.

【详解】解：由题意知： $3x-9 \geq 0$,

解得： $x \geq 3$;

故答案为： $x \geq 3$.

8. 已知 $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$, 那么 $f(4) =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{15}$

【解析】

【分析】 本题考查了求函数值；把自变量的值代入函数解析式中求解即可.

【详解】 解: $f(4) = \frac{1}{4^2 - 1} = \frac{1}{15}$;

故答案为: $\frac{1}{15}$.

9. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的其中一个有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

【解析】

【分析】 根据有理化因式的定义: 两个根式相乘的积不含根号, 可得答案.

【详解】 $a-b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$,

故 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的有理化因式可以是 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.

故答案为 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.

【点睛】 考查了分母有理化, 正确选择两个二次根式, 使它们的积符合平方差公式是解答问题的关键.

10. 方程 $x(x+2) = 5(x+2)$ 的解是_____.

【答案】 $x_1 = -2$, $x_2 = 5$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程, 熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键.

先移项, 再分解因式, 即可得解.

【详解】 解: $x(x+2) = 5(x+2)$,

移项, 得: $x(x+2) - 5(x+2) = 0$,

分解因式, 得: $(x+2)(x-5) = 0$,

$\therefore x+2=0$ 或 $x-5=0$,

解得: $x_1 = -2$, $x_2 = 5$,

故答案为: $x_1 = -2$, $x_2 = 5$.

11. 写出命题“两个全等三角形的面积相等”的逆命题_____.

【答案】 若两个三角形面积相等, 则这两个三角形全等

【解析】

【分析】根据逆命题的定义，若两个三角形面积相等，则这两个三角形全等即可.

【详解】解：命题“两个全等三角形的面积相等”的逆命题是：若两个三角形面积相等，则这两个三角形全等，

故答案为：若两个三角形面积相等，则这两个三角形全等.

【点睛】本题考查命题概念，弄清楚命题的条件和结论是写出逆命题的关键.

12. 如果反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图像，在 $x < 0$ 的范围内， y 随 x 们增大而减小，那么 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $m > 3$

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例函数图象的性质，对于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，当 $k > 0$ 时，其函数图象经过第一、三象限，在每个象限内 y 随 x 增大而减小，当 $k < 0$ 时，其函数图象经过第二、四象限，在每个象限内 y 随 x 增大而增大，据此可得 $m-3 > 0$ ，解之即可得到答案.

【详解】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图像，在 $x < 0$ 的范围内， y 随 x 们增大而减小，

$$\therefore m-3 > 0,$$

$$\therefore m > 3,$$

故答案为： $m > 3$.

13. 某工厂七月份产值是100万元，计划九月份的产值要达到144万元，如果每月的产值的增长率相同，则增长率为_____.

【答案】 20% .

【解析】

【分析】根据七月份的产值 $\times (1 + \text{增长率})^2 =$ 九月份的产值，把相关数值代入求合适的解即可.

【详解】解：设增长率为 x .

$$100 \cdot (1+x)^2 = 144,$$

$$\therefore 1+x > 0,$$

$$\therefore 1+x = 1.2,$$

$$\therefore x = 20%.$$

故每月的增长率是 20% .

故答案是： 20% .

【点睛】考查一元二次方程的应用；得到九月份产值的等量关系是解决本题的关键.

14. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 4x - 2 =$ _____.

【答案】 $(x-2+\sqrt{6})(x-2-\sqrt{6})$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 先把原式加上 4 再减去 4 得到 $x^2 - 4x + 4 - 6$, 由此利用完全平方公式得到 $(x-2)^2 - 6$, 由此利用平方差公式可得 $(x-2+\sqrt{6})(x-2-\sqrt{6})$.

【详解】解: $x^2 - 4x - 2$

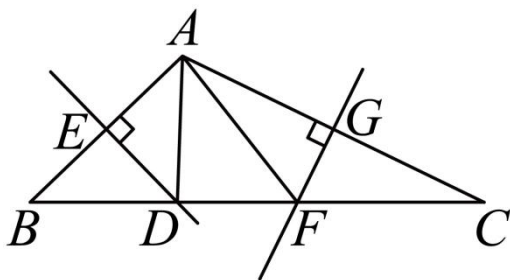
$$= x^2 - 4x + 4 - 6$$

$$= (x-2)^2 - 6$$

$$= (x-2+\sqrt{6})(x-2-\sqrt{6}),$$

故答案为: $(x-2+\sqrt{6})(x-2-\sqrt{6})$.

15. 如图, DE 垂直平分 AB , FG 垂直平分 AC , 若 $\angle BAC=110^\circ$, 则 $\angle DAF =$ ___度.



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题主要考查了线段的垂直平分线的性质, 三角形内角和定理, 等边对等角, 根据三角形内角和定理得到 $\angle B + \angle C = 70^\circ$, 根据线段垂直平分线的性质得到 $DA = DB, CF = AF$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle DAB = \angle B, \angle CAF = \angle C$, 进而求出 $\angle DAB + \angle FAC$, 最后根据 $\angle DAF = \angle BAC - (\angle BAD + \angle CAF)$ 得出答案.

【详解】解: $\because \angle BAC = 110^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

$\because DE$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore DA = DB,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle B,$$

同理可得: $\angle FAC = \angle C,$

$$\therefore \angle DAB + \angle FAC = \angle B + \angle C = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ.$$

故答案为: 40.

16. 以线段 MN 为底边的等腰三角形的顶角顶点的轨迹是 _____.

【答案】 线段 MN 的垂直平分线 (线段 MN 的中点除外)

【解析】

【分析】 满足 $\triangle MNC$ 以线段 MN 为底边且 $CM = CN$, 根据线段的垂直平分线判定得到点 C 在线段 AB 的垂直平分线上, 除去与 MN 的交点 (交点不满足三角形的条件).

【详解】 解: $\because \triangle MNC$ 以线段 MN 为底边, $CM = CN$,

$\therefore$ 点 C 在线段 MN 的垂直平分线上, 除去与 MN 的交点 (交点不满足三角形的条件),

$\therefore$ 以线段 MN 为底边的等腰三角形的顶点 C 的轨迹是: 线段 MN 的垂直平分线 (线段 MN 的中点除外).

故答案为: 线段 MN 的垂直平分线 (线段 MN 的中点除外).

【点睛】 此题主要考查垂直平分线的判定, 解题的关键是熟知等腰三角形的性质及垂直平分线的判定定理.

17. 我们把两个不全等但面积相等的三角形叫做一对偏等积三角形. 已知 ABC 与 $\triangle DEF$ 是一对面积都等于 S 的偏等积三角形, 且 $AB = AC = DE = DF$, $BC = a$, 那么 EF 的长等于 _____ (结果用含 a 和 S 的代数式表示).

【答案】 $\frac{4s}{a}$

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质、等腰三角形的性质、三角形的面积等知识, 由面积相等可得相应等式, 作出三角形的高, 作出辅助线构造三角形全等, 证明三角形全等是解题的关键.

【详解】 解: 如图: $AB = AC = DE = DF$, 过 C 作 $CM \perp AB$ 于 M , 过 F 作 $FN \perp ED$ 交 ED 延长线于 N , 延长 BA 到 K 使 $AK = AB$

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM = S, \quad S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE \cdot FN = S$$

$$\therefore CM = FN$$

$$\because AC = DF$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AMC \cong \text{Rt}\triangle DNF (\text{HL})$$

$$\therefore \angle MAC = \angle NDF$$

$$\because \angle CAK = 180^\circ - \angle MAC, \quad \angle EDF = 180^\circ - \angle NDF$$

$$\therefore \angle CAK = \angle EDF$$

$$\because AK = AC = DE = DF$$

$$\therefore \triangle ACK \cong \triangle DFE (\text{SAS})$$

$$\therefore EF = CK, \quad S_{\triangle KBC} = 2S$$

$$\because AK = AC = DE = DF$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB, \quad \angle K = \angle ACK$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACK = \angle ABC + \angle K = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCK = 90^\circ$$

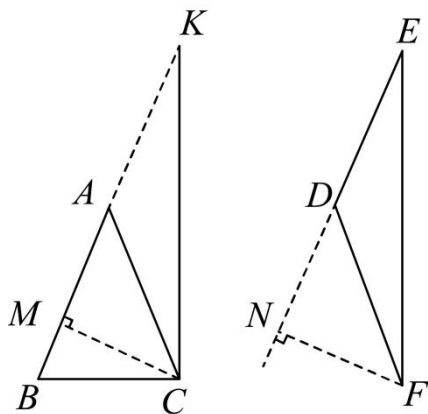
$$\therefore S_{\triangle KBC} = \frac{1}{2} BC \cdot CK = 2S$$

$$\because BC = a$$

$$\therefore CK = \frac{4S}{a}$$

$$\therefore EF = \frac{4S}{a}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{4S}{a}.$$



18. 已知 AC 和 BD 是矩形 $ABCD$ 的两条对角线, 将 $\triangle ADC$ 沿直线 AC 翻折后, 点 D 落在点 E 处, $\triangle AEC$ 与矩形的重叠部分是 $\triangle ACF$, 如果 $AB = 6, BF = 2$, 那么 FC 长为_____.

【答案】 $2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的性质, 折叠的性质, 勾股定理等知识, 掌握折叠的性质是解题的关键; 由折叠及矩形的性质得 $AF = CF$; 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, 由勾股定理即可求解.

【详解】解：如图，由折叠性质知： $\angle EAC = \angle DAC$ ；

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

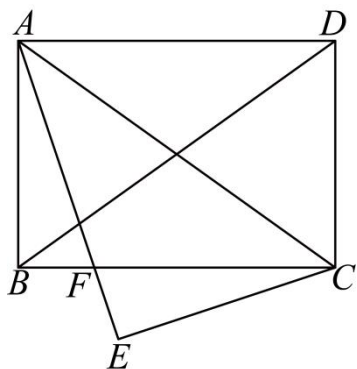
$\therefore AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ACF$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle ACF$ ，

$\therefore AF = CF$ ；

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中，由勾股定理得： $CF = AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{36 + 4} = 2\sqrt{10}$ ；



故答案为： $2\sqrt{10}$ ．

三、简答题

19. 计算： $\left(3\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{24}\right) \div \sqrt{3} - \frac{2}{2-\sqrt{2}}$ ．

【答案】 $-3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，掌握二次根式的运算法则是解决本题的关键．先利用二次根式的乘除法法则计算，再加减．

【详解】解：原式 $= \left(3 \times \frac{2}{3}\sqrt{3} - 2\sqrt{6}\right) \div \sqrt{3} - \frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$ ，
 $= (2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \div \sqrt{3} - \frac{2(2+\sqrt{2})}{4-2}$ ，
 $= 2 - 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2}$ ，
 $= -3\sqrt{2}$

20. 用配方法解方程： $x^2 - 2\sqrt{5}x = 4$ ．

【答案】 $x_1 = \sqrt{5} + 3$, $x_2 = \sqrt{5} - 3$.

【解析】

【分析】 根据配方法，两边配上一次项系数一半的平方即可得到 $(x - \sqrt{5})^2 = 9$ ，然后利用直接开平方法求解.

【详解】 解： $x^2 - 2\sqrt{5}x = -4$,

$$x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = -4 + 5, \text{ 即 } (x - \sqrt{5})^2 = 9,$$

$$\therefore x - \sqrt{5} = \pm 3,$$

$$\therefore x_1 = \sqrt{5} + 3, x_2 = \sqrt{5} - 3.$$

【点睛】 本题主要考查配方法解一元二次方程，掌握配方法解一元二次方程的方法与步骤是解题关键.

21. 已知关于 x 的方程 $kx^2 + 3x - 1 = 0$;

(1) 此方程有一个根为 1 时，求 k 的值和此方程的另一个根;

(2) 此方程有两个不相等的实数根时，求 k 的取值范围.

【答案】 (1) $k = -2$ ，方程的另一个根为 $\frac{1}{2}$

(2) $k > -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】 本题考查了根与系数的关系，若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根时，

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. 也考查了根的判别式.

(1) 设方程的另一个根为 t ，利用根与系数的关系得 $1 + t = -\frac{3}{k}$, $1 \times t = -\frac{1}{k}$ ，然后解方程组即可；

(2) 根据根的判别式的意义得到 $k \neq 0$ 且 $\Delta = 3^2 - 4k \times (-1) > 0$ ，然后解不等式即可.

【小问 1 详解】

解：设方程的另一个根为 t ，

根据根与系数的关系得 $1 + t = -\frac{3}{k}$, $1 \times t = -\frac{1}{k}$,

$$\therefore 1 + t = 3t,$$

解得 $t = \frac{1}{2}$,

即方程的另一个根为 $\frac{1}{2}$,

$$\therefore 1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{k},$$

$$\therefore k = -2;$$

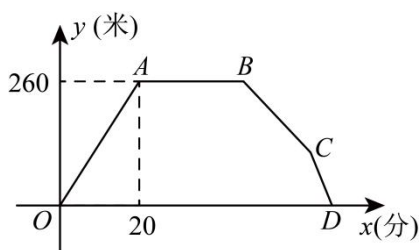
【小问 2 详解】

解: 根据题意得 $k \neq 0$ 且 $\Delta = 3^2 - 4k \times (-1) > 0$,

$$\text{解得 } k > -\frac{9}{4} \text{ 且 } k \neq 0,$$

即 k 的取值范围为 $k > -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$.

22. 2025 年 1 月 1 日元旦举行了迎新年东方明珠登高活动, 塔底的 M 处到景观台的 N 处有一条长为 260 米的登高路, 运动爱好者小李同学沿此路从 M 走到 N , 停留后再原路返回, 其间小李同学离开 M 处的路程 y 米与离开 M 处的时间 x 分 ($x > 0$) 之间的函数关系如图中折线 $OABCD$ 所示.



(1) 求上塔时 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量的取值范围;

(2) 已知小李下塔的时间共 26 分钟, 其中前 18 分钟 (BC 段) 内的平均速度与后 8 分钟内 (CD 段) 的平均速度之比为 $2:3$, 求点 C 的纵坐标.

【答案】(1) $y = 13x (0 < x \leq 20)$

(2) 点 C 的纵坐标为 104

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用、待定系数法求函数解析式以及一元一次方程的应用, 解题的关键是会待定系数法求函数解析式, 并能根据数量关系列出关于 a 的一元一次方程.

(1) 由 OA 过原点 O , 故设上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx$, 将点 A 的坐标代入函数解析式得出关于 k 的一元一次方程, 解方程即可得出函数解析;

(2) 根据比例关系设下山前 18 分钟内的平均速度为 $2am/\text{min}$, 后 8 分钟内的平均速度为 $3am/\text{min}$, 结合路程 = 速度 $\times$ 时间, 得出关于 a 的一元一次方程, 解方程可求出 a 的值, 再根据路程 = 速度 $\times$ 时间可得出 C 点的纵坐标.

【小问 1 详解】

解：设上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx$ ，

根据已知可得： $260 = 20k$ ，

解得： $k = 13$ 。

故上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y = 13x (0 < x \leq 20)$ 。

【小问 2 详解】

解：设下山前 18 分钟内的平均速度为 $2a\text{m/min}$ ，后 8 分钟内的平均速度为 $3a\text{m/min}$ ，

由已知得： $18 \times 2a + 8 \times 3a = 260$ ，

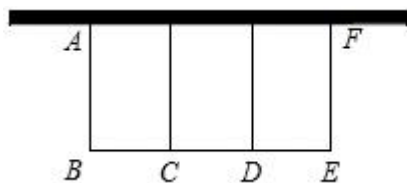
解得： $a = \frac{13}{3}$ 。

故 $8 \times 3a = 8 \times 3 \times \frac{13}{3} = 104$ （米）。

答：点 C 的纵坐标为 104。

四、解答题：

23. 利用 25 米长的墙为一边，用篱笆围成一个长方形菜地，并在中间用篱笆分割成三个面积相等的小长方形，总共用去篱笆 48 米。如果围成的菜地面积是 128m^2 ，求菜地的宽 AB 。



【答案】菜地的宽 AB 为 8 米。

【解析】

【分析】设 AB 的长为 x 米，则 BE 的长为 $(48-4x)$ 米，利用面积列出方程，求解，再根据墙的长为 25 米，进行取舍，即可完成。

【详解】解：设 AB 的长为 x 米，则 BE 的长为 $(48-4x)$ 米

$$x(48-4x) = 128$$

解得： $x_1 = 4, x_2 = 8$

当 $x = 4$ 时， BE 的长为 $48-4 \times 4 = 32$ （米） > 25 ，故舍去。

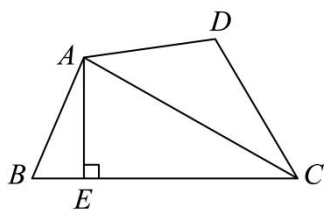
$\therefore x = 8$

答：菜地的宽 AB 为 8 米。

【点睛】本题考查一元二次方程的应用，审清题意，找出等量关系，列出方程是解题关键。

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC > CD$ ， AC 平分 $\angle BCD$ ， $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ 。过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂

足为点 E .



(1) 求证: $AB = AD$;

(2) 探究: 线段 CE 、 CD 和 BE 的数量关系并证明你的结论.

【答案】 (1) 见解析 (2) $CE = CD + BE$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 角平分线的性质定理, 掌握这两部分知识、构造全等三角形是解题的关键;

(1) 过点 A 作 $AF \perp CD$ 交 CD 延长线于点 F , 由角平分线的性质定理得 $AF = AE$, 再证明 $\triangle ADF \cong \triangle ABE$ 即可得 $AB = AD$;

(2) 证明 $\triangle ACE \cong \triangle ACF$, 得 $CE = CF$, 则 $CE = CD + DF = CD + BE$.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 过点 A 作 $AF \perp CD$ 交 CD 延长线于点 F ,

$\because AC$ 平分 $\angle BCD$, $AE \perp BC$,

$\therefore AF = AE$;

$\because \angle B + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADF + \angle ADC = 180^\circ$,

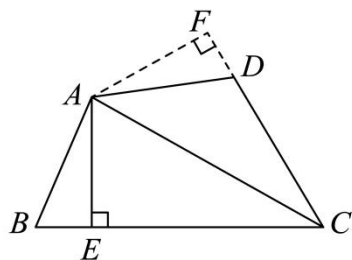
$\therefore \angle ADF = \angle B$;

$\because AE \perp BC$, $AF \perp CD$,

$\therefore \angle F = \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABE (\text{AAS})$,

$\therefore AB = AD$;



【小问 2 详解】

解: $CE = CD + BE$;

理由如下：

由 (1) 知： $AE = AF$,

$\therefore AC = AC$,

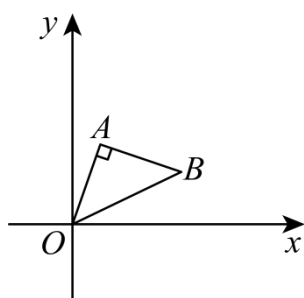
$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ACF (\text{HL})$,

$\therefore CE = CF$,

$\therefore CE = CF = CD + DF = CD + BE$.

25. 如图，在平面直角坐标系中，有反比例函数的图像上有一点 A 坐标为 (1,3)，点 B 也在第一象限，已知

$\angle OAB = 90^\circ, OA = AB$.



(1) 求反比例函数解析式；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；

(3) 求直线 OB 的函数解析式.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{x}$

(2) 5 (3) $y = \frac{1}{2}x$

【解析】

【分析】 本题考查待定系数法求反比例函数和一次函数解析式、三角形全等，正确判定全等三角形是解题的关键.

(1) 由待定系数法即可求解；

(2) 由 $\triangle AOB$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AO \times AB$, 即可求解；

(3) 证明 $\triangle OMA \cong \triangle ANB (\text{AAS})$, 得到点 $B(4,2)$, 即可求解.

【小问 1 详解】

解： 设反比例函数的表达式为： $y = \frac{k}{x}$,

将点 A 的坐标代入上式得： $k = 3 \times 1 = 3$,

则函数的表达式为: $y = \frac{3}{x}$;

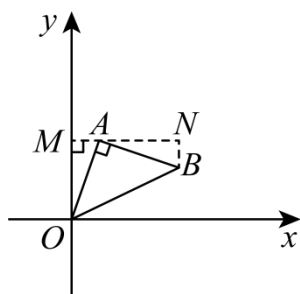
【小问 2 详解】

解: 由题意得, $\triangle ABO$ 为等腰直角三角形,

则 $\triangle AOB$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AO \times AB = \frac{1}{2} \times AO^2 = \frac{1}{2} \times (3^2 + 1) = 5$;

【小问 3 详解】

解: 过点 A 作 $MN \perp y$ 轴于点 M , 交过点 B 和 y 轴的平行线于点 N ,



$\because \angle OAM + \angle BAN = 90^\circ$, $\angle BAN + \angle ABN = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAM = \angle ABN$,

$\because \angle OMA = \angle ANB = 90^\circ$, $AO = AB$,

则 $\triangle OMA \cong \triangle ANB$ (AAS),

则 $BN = AN = 1$, $AN = MO = 3$,

则点 $B(4, 2)$,

设直线 OB 的表达式为: $y = mx$,

则 $2 = 4m$, 则 $m = \frac{1}{2}$,

故直线 BO 的表达式为: $y = \frac{1}{2}x$.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 4\sqrt{3}$, 将一个 30° 角的顶点 D 放在边 AB 上移动, 使这个 30° 角的两边分别与 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 BC 交于点 E 、 F , 且 $DE \perp AB$.

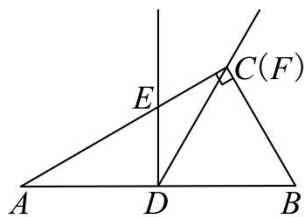


图1

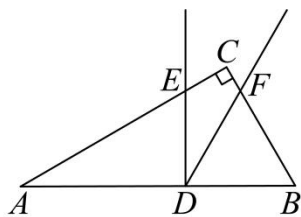
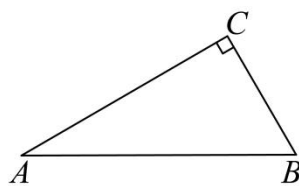


图2



备用图

(1) 如图 1, 当点 F 与点 C 重合时, 求 CD 的长;

(2) 如图 2, 设 $AD = x$, $S_{\triangle BDF} = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 连接 EF , 若 $\triangle DEF$ 是等腰三角形, 直接写出 AD 的长.

【答案】(1) 4

(2) $y = \frac{\sqrt{3}}{4}(8-x)^2$, 定义域为 $0 \leq x \leq 8$

(3) 4 或 $12 - 4\sqrt{3}$ 或 6

【解析】

【分析】(1) 由含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理可求得 BC , 再由已知条件可推出 $\triangle BCD$ 是等边三角形, 于是即可求得 CD 的长;

(2) 过点 F 作 $FM \perp AB$ 于 M , 由 (1) 可得 AB , 进而可得 BD , 易得 $\triangle FBD$ 是等边三角形, 从而可求得 y 关于 x 的函数解析式, 同时求得其定义域;

(3) 分三种情况讨论: 当点 F 与点 C 重合时, 则 $DE = EF$; 当点 E 在 AC 上, 点 F 在 BC 上时, 则 $DE = DF$; 当点 E 与点 C 重合时, 则 $DF = EF$; 分别求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2BC$, $\angle B = 90^\circ - \angle A = 60^\circ$,

由勾股定理得: $AB^2 - BC^2 = AC^2$,

即: $BC = \frac{\sqrt{3}}{3}AC = 4$,

$\because DE \perp AB$, $\angle CDE = 30^\circ$,

$\therefore \angle CDB = 90^\circ - \angle CDE = 60^\circ$,

$\therefore \angle CDB = \angle B = \angle BCD = 60^\circ$,

即: $\triangle CBD$ 是等边三角形,

$\therefore CD = BC = 4$;

【小问 2 详解】

解: 如图, 过点 F 作 $FM \perp AB$ 于 M ,

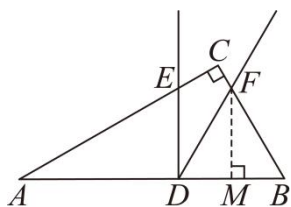


图2

由 (1) 可知: $BC = 4$,

$$\therefore AB = 2BC = 8,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 8 - x,$$

$$\because DE \perp AB, \angle FDE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FDB = 90^\circ - \angle FDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FDB = \angle B = \angle BFD = 60^\circ,$$

即: $\triangle FBD$ 是等边三角形,

$$\therefore DF = DB = 8 - x, \angle DFM = 90^\circ - \angle FDM = 30^\circ,$$

$$\therefore FM = \sqrt{DF^2 - DM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(8 - x),$$

$$\therefore y = S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2}BD \cdot FM = \frac{\sqrt{3}}{4}(8 - x)^2,$$

$$\because 0 \leq AD \leq 8,$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 8,$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{4}(8 - x)^2, \text{ 其定义域为 } 0 \leq x \leq 8;$$

【小问 3 详解】

解: 分三种情况讨论:

当点 F 与点 C 重合时, 如图 1 所示,

$$\because DE \perp AB, \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle AED - \angle EDF = 30^\circ = \angle EDF,$$

$$\therefore ED = EF,$$

$$\therefore AE = 2ED = 2EF,$$

即: $AE + EF = AC$,

$$\therefore 3EF = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore ED = EF = \frac{4\sqrt{3}}{3}, \quad AE = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，由勾股定理得：

$$AD = \sqrt{AE^2 - DE^2} = 4;$$

当点 E 在 AC 上，点 F 在 BC 上，且当 $DE = DF$ 时，如图 2，

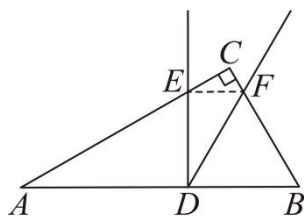


图2

由 (2) 可知： $DF = DE = DB = 8 - AD$ ，

$$\therefore AE = 2DE = 2(8 - AD),$$

$$\therefore \text{由勾股定理得：} AE^2 - DE^2 = AD^2,$$

$$\therefore AD = \sqrt{3}DE = \sqrt{3}(8 - AD),$$

$$\text{解得：} AD = 12 - 4\sqrt{3};$$

当点 E 与点 C 重合时，如图 3，

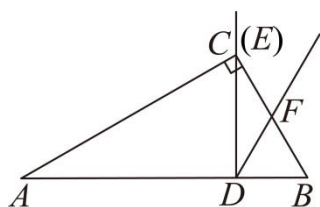


图3

$$\therefore DE \perp AB, \quad \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - \angle AED = 30^\circ = \angle EDF,$$

$$\therefore DF = EF,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{由勾股定理得：} AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 6;$$

综上， AD 的长为 4 或 $12 - 4\sqrt{3}$ 或 6.

【点睛】 本题主要考查了勾股定理，含 30° 度角的直角三角形的性质，直角三角形的两个锐角互余，等边三

角形的判定与性质，等腰三角形的判定，求函数解析式，三角形的面积公式等知识点，熟练掌握相关知识点并运用分类讨论思想是解题的关键.