

2024 学年度第一学期期末八年级自适应练习数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{9}$

B. $\sqrt{50}$

C. $\sqrt{75}$

D. $\sqrt{125}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查同类二次根式, 根据被开方数相同的最简二次根式为同类二次根式进行判断即可.

【详解】解: A、 $\sqrt{9} = 3$, 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不符合题意;

B、 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不符合题意;

C、 $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 符合题意;

D、 $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$, 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不符合题意;

故选 C.

2. 在下列关于 x 的一元二次方程中, 一定有两个不相等的实数根的是 ()

A. $(x-3)^2 = 0$

B. $x^2 - 3^2 = 0$

C. $x^2 + 3^2 = 0$

D. $x^2 + 6x + 3^2 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查解一元二次方程, 分别求出每个方程的解, 进行判断即可.

【详解】解: A、 $(x-3)^2 = 0$,

$\therefore x_1 = x_2 = 3$; 不符合题意;

B、 $x^2 - 3^2 = 0$,

$\therefore x = \pm 3$; 符合题意;

C、 $x^2 + 3^2 = 0$, 此方程无解; 不符合题意;

D、 $x^2 + 6x + 3^2 = 0$,

$$\therefore (x+3)^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = x_2 = -3; \text{ 不符合题意;}$$

故选 B.

3. 已知正比例函数 $y = (k+2)x$ (其中 k 为常数, 且 $k \neq -2$), 如果 y 的值随 x 的值增大而增大, 那么下列 k 的值中, 不可能的是 ()

A. -3

B. -1

C. 0

D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查正比例函数的性质, 根据如果 y 的值随 x 的值增大而增大, 得到 $k+2 > 0$, 进行判断即可.

【详解】解: $\because$ 正比例函数 $y = (k+2)x$ (其中 k 为常数, 且 $k \neq -2$), y 的值随 x 的值增大而增大,

$$\therefore k+2 > 0,$$

$$\therefore k > -2,$$

$$\therefore k \text{ 的值不可能是 } -3;$$

故选 A.

4. 下列关于反比例函数 $y = -\frac{1}{10x}$ 的说法中, 正确的是 ()

A. 图象在第一、三象限

B. 比例系数为 -10

C. 当自变量 x 的值逐渐增大时, y 的值随着逐渐增大

D. 如果点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-5, y_2)$ 在该函数的图象上, 那么 $y_1 > y_2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查反比例函数的图象和性质, 根据 k 的符号, 结合反比例函数的图象和性质, 逐一进行判断即可.

【详解】解: $\because y = -\frac{1}{10x}$, 比例系数为 $-\frac{1}{10} < 0$, 故选项 B 错误, 不符合题意;

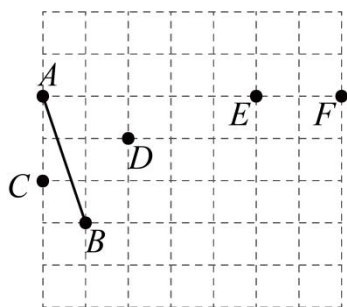
$\therefore$ 图象在第二、四象限, 故选项 A 错误, 不符合题意;

在每一个象限内, y 随着 x 的增大而增大, 故选项 C 错误, 不符合题意;

如果点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-5, y_2)$ 在该函数的图象上, 那么 $y_1 > y_2$; 故选项 D 正确, 符合题意;

故选 D.

5. 如图, 在 7×7 正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 均在格点上, 那么和线段 AB 两个端点距离相等的点的轨迹是 ()



A. 直线 CD

B. 直线 CE

C. 直线 DE

D. 直线 DF

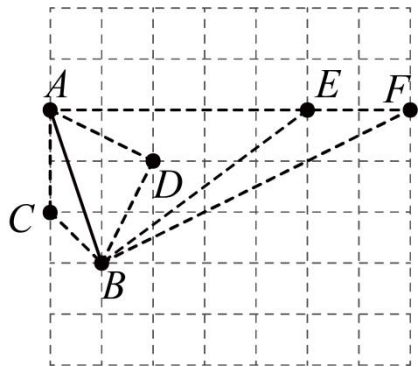
【答案】C

【解析】

【分析】本题考查勾股定理, 垂直平分线的判定及性质, 掌握勾股定理求出线段的长, 垂直平分线的判定及性质是解题的关键.

连接 AC , AD , AE , AF , BC , BD , BE , BF , 结合网格的特点, 根据勾股定理求出各线段的长, 得到 $AD = BD$, $AE = BE$, 根据线段的垂直平分线的判定及性质即可解答.

【详解】解: 连接 AC , AD , AE , AF , BC , BD , BE , BF ,



$\therefore$ 每个小正方形的边长都为 1,

$$\therefore AC = 2, AD = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, AE = 5, AF = 7,$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, BD = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, BE = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, BF = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5},$$

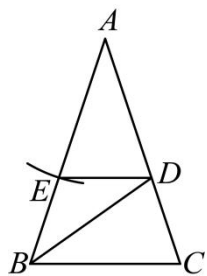
$$\therefore AD = BD, AE = BE,$$

$\therefore$ 直线 DE 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore$ 和线段 AB 两个端点距离相等的点的轨迹是直线 DE .

故选: C

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等．以点 A 为圆心，线段 AD 的长为半径画弧交边 AB 于点 E ，连接 DE ．下列结论中，不一定正确的是（ ）



A. $BE = DE$

B. $BD = BC$

C. $\angle AED = 2\angle BDE$

D. $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{DE}{BC}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的判定与性质，角平分线的判定，平行线的判定与性质，根据作图得到 $AD = AE$ ，等边对等角，推出 $\angle AED = \angle ABC$ ，进而得到 $DE \parallel BC$ ，根据点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等，得到 BD 平分 $\angle ABC$ ，推出 $\triangle BED$ 为等腰三角形，逐一进行判断即可．

【详解】解：由作图可知： $AD = AE$ ，

$$\therefore \angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A),$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A),$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$\because$ 点 D 在边 AC 上且到边 AB 和边 BC 的距离相等，

$$\therefore BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\therefore BE = DE$ ， $\angle AED = \angle ABC = 2\angle BDE$ ；故选项 A，C 正确，不符合题意；

$$\because DE \parallel BC,$$

$\therefore \frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{DE}{BC}$ (平行线间的距离处处相等); 故选项 D 正确, 不符合题意;

无法得到 $BD = BC$;

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 化简: $\sqrt{8a^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2a\sqrt{2a}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质与化简, 利用二次根式的性质进行化简即可, 解题的关键是正确理解二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$.

【详解】 解: $\sqrt{8a^3} = \sqrt{4a^2 \cdot 2a} = \sqrt{(2a)^2 \cdot 2a} = 2a\sqrt{2a}$,

故答案为: $2a\sqrt{2a}$.

8. 方程 $-x^2 + x = 0$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程, 方程左边利用提公因式法进行因式分解, 再进行求解即可.

【详解】 解: $-x^2 + x = 0$,

$$\therefore x(1-x) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0, \quad x_2 = 1;$$

故答案为: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

9. 函数 $y = \frac{2x+1}{x-2}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x \neq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了求函数的定义域, 分式有意义的条件, 根据题意可得 $x-2 \neq 0$, 即可求解.

【详解】 解: 依题意, $x-2 \neq 0$,

$$\therefore x \neq 2$$

故答案为: $x \neq 2$.

10. 已知函数 $f(t) = \frac{1}{t} + 1$, 那么 $f(-2) =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查求函数值, 将 $t = -2$ 代入函数关系式进行求解即可.

【详解】 解: $\because f(t) = \frac{1}{t} + 1$,

$$\therefore f(-2) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2};$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

11. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 2x - 1 =$ _____.

【答案】 $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【解析】

【分析】 根据完全平方式进行配方, 再运用平方差公式在实数范围内因式分解.

【详解】 $x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 2 = (x-1)^2 - 2 = (x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

故答案为: $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【点睛】 考核知识点: 在实数范围内分解因式, 运用配方法和平方差公式进行因式分解是关键.

12. 已知点 A 的坐标为 $(2, 3)$, 点 B 的坐标为 $(-2, 6)$, 那么 $AB =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理和两点间的距离公式, 正确列式计算是解题的关键, 根据勾股定理和两点间的距离公式列式计算即可.

【详解】 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(2, 3)$, 点 B 的坐标为 $(-2, 6)$,

$$\therefore AB = \sqrt{(2+2)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{25} = 5,$$

故答案为: 5.

13. 某新能源汽车品牌 2022 年在国内的销量为 10 万辆, 2024 年销量达到了 19.6 万辆, 如果该品牌汽车销量的年增长率均为 x , 那么可列方程为 _____.

【答案】 $10(1+x)^2 = 19.6$

【解析】

【分析】 本题考查根据实际问题列一元二次方程，根据平均增长率的等量关系： $a(1+x)^2=b$ ，结合实际问题，列出方程即可.

【详解】 解：由题意，可列方程为： $10(1+x)^2=19.6$ ；

故答案为： $10(1+x)^2=19.6$.

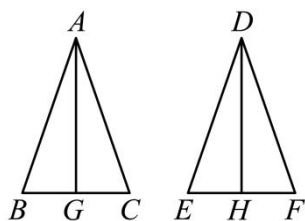
14. 命题“底边及底边上的高对应相等的两个等腰三角形全等”是_____命题. (填“真”或“假”)

【答案】 真

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质，判定命题的真假，根据全等三角形的判定和性质，进行判断即可.

【详解】 解：如图， $\triangle ABC, \triangle DEF$ 为等腰三角形， $BC=EF$ ， AG, DH 分别为两个三角形底边上的高，且 $AG=DH$ ，



$$\therefore BG = \frac{1}{2}BC, EH = \frac{1}{2}EF, \angle AGB = \angle DHE = 90^\circ,$$

$$\therefore BG = EH,$$

$$\therefore \triangle AGB \cong \triangle DHE,$$

$$\therefore AB = DE, \angle B = \angle E,$$

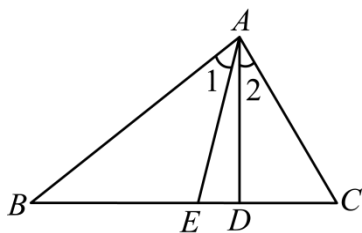
$$\text{又} \because BC = EF,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF,$$

$\therefore$ 底边及底边上的高对应相等的两个等腰三角形全等为真命题；

故答案为：真.

15. 如图，在 ABC 中， $AD \perp BC$ ， AE 平分 $\angle BAC$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 25^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____ $^\circ$.



【答案】 35

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和定理，三角形的外角性质，角平分线定义，垂直定义，先由角平分线定义，得出 $\angle EAC = \angle 1 = 40^\circ$ ，进而求出 $\angle EAD$ 的度数，再根据垂直定义得出 $\angle ADE = 90^\circ$ ，在 $\triangle ADE$ 中，由三角形的内角和定理可得出 $\angle AED = 75^\circ$ ，最后根据三角形的外角性质即可得出答案.

【详解】 解： $\because AE$ 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E ,

$$\therefore \angle EAC = \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ,$$

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D ,

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 中, $\therefore \angle ADE + \angle EAD + \angle AED = 180^\circ$,

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - \angle ADE - \angle EAD$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ$$

$$= 90^\circ - 15^\circ$$

$$= 75^\circ.$$

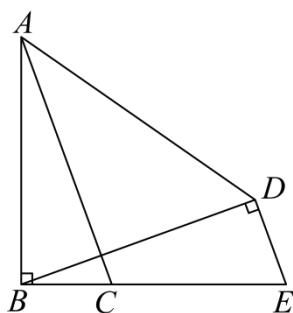
$\therefore \angle AED$ 是 $\triangle AEB$ 的一个外角,

$$\therefore \angle AED = \angle 1 + \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle AED - \angle 1 = 75^\circ - 40^\circ = 35^\circ,$$

故答案为: 35.

16. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\angle ABC = \angle BDE = 90^\circ$, $BC = DE$, $AC = BE$, 如果 $\angle BAC = 20^\circ$, 那么 $\angle BDA$ 的大小为_____.



【答案】 55° ## 55 度

【解析】

【分析】此题重点考查全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理等知识，由 $\angle ABC = \angle BDE = 90^\circ$ ， $AC = BE$ ， $BC = DE$ ，根据 HL 证明 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BDE$ ，则 $\angle BAC = \angle DBE = 20^\circ$ ， $AB = BD$ ，所以 $\angle ABD = 70^\circ$ ， $\angle BDA = \angle BAD$ ，所以 $2\angle BDA = 180^\circ - \angle ABD = 110^\circ$ ，则 $\angle BDA = 55^\circ$ ，于是得到问题的答案.

【详解】解： $\because \angle ABC = \angle BDE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 90^\circ - \angle DBE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，

$$\begin{cases} AC = BE \\ BC = DE \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BDE (\text{HL})$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DBE = 20^\circ$ ， $AB = BD$ ，

$\therefore \angle ABD = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ ， $\angle BDA = \angle BAD$ ，

$\therefore \angle BDA + \angle BAD = 2\angle BDA = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ，

$\therefore \angle BDA = 55^\circ$ ，

故答案为： 55° .

17. 定义：如果函数图像上的一个点向左平移 n 个单位，再向上平移 $2(n+1)$ 个单位后仍在这个函数图像上，我们称这个函数是“可回旋”函数， n 称为这个函数的“可回旋单位”. 如果 $y = -6x$ 是“可回旋”函数，那么这个函数的“可回旋单位”是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ ## 0.5

【解析】

【分析】本题考查正比例函数的平移，根据 $y = -6x$ 过点 $(x, -6x)$ ，利用点的平移规则，求出 $(x, -6x)$ 经

过平移后的点的坐标，代入 $y = -6x$ 中，进行求解即可.

【详解】解： $\because y = -6x$,

$\therefore y = -6x$ 经过点 $(x, -6x)$,

点 $(x, -6x)$ 向左平移 n 个单位，再向上平移 $2(n+1)$ 个单位后得到 $(x-n, -6x+2n+2)$,

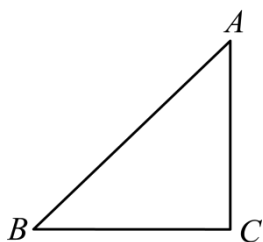
由题意， $(x-n, -6x+2n+2)$ 也在直线 $y = -6x$ 上，

$\therefore -6x+2n+2 = -6(x-n)$,

解得： $n = \frac{1}{2}$;

故答案为： $\frac{1}{2}$.

18. 如图，已知等腰 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$. 将 ABC 绕点 C 逆时针旋转 n° ($0 < n < 90$) 得到 $\triangle A'B'C$ ，点 A 、 B 的对应点分别为点 A' 、 B' . 如果直线 AB 与直线 $A'C$ 的夹角为 75° ，那么 $\triangle AA'C$ 面积的值等于_____.



【答案】 $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

【解析】

【分析】由等腰直角三角形求出 $AC = BC = 1$ ， $\angle B = \angle BAC = 45^\circ$ ，进而根据旋转轨迹分类讨论，利用 30° 度所对的直角边是斜边的一半求解即可.

【详解】解：设直线 AB 与直线 $A'C$ 交点为 D ,

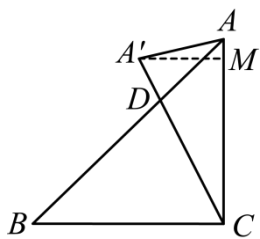
$\because$ 等腰 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$.

$\therefore AC = BC = 1$ ， $\angle B = \angle BAC = 45^\circ$,

$\because$ 将 ABC 绕点 C 逆时针旋转 n° ($0 < n < 90$) 得到 $\triangle A'B'C$,

$\therefore CA = CA' = 1$,

①当 $\angle BDC = 75^\circ$ 时，如图，



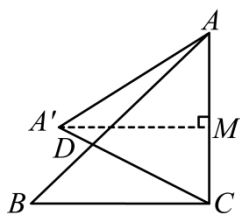
$$\therefore \angle ACD = \angle BDC - \angle BAC = 30^\circ,$$

过 A' 作 $A'M \perp AC$ 于点 M ,

$$\therefore A'M = \frac{1}{2}CA' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AA'C} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot A'M = \frac{1}{4};$$

②当 $\angle ADC = 75^\circ$ 时, 如图,



$\therefore$ 过 A' 作 $A'M \perp AC$ 于点 M ,

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore A'M \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CA'M = \angle A'CB = \angle ADC - \angle B = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CA' = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A'M = \sqrt{A'C^2 - CM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AA'C} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot A'M = \frac{\sqrt{3}}{4};$$

综上, $\triangle AA'C$ 面积的值等于 $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【点睛】 本题主要考查了勾股定理、等腰直角三角形的性质、含有 30° 的直角三角形、旋转的性质等内容, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算: $\sqrt{18} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^3$.

【答案】 $4\sqrt{2} + \frac{10}{9}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的知识，解题的关键是掌握二次根式是加减运算，二次根式的乘除运算，进行解答，即可.

【详解】 解: $\sqrt{18} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^3$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{-1} + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{9}\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{2} + \frac{10}{9}\sqrt{3}.$$

20. 解方程: $\frac{x^2}{6} - \frac{x+1}{3} = 1$.

【答案】 $x_1 = 4, x_2 = -2$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程，去分母将方程化为一般形式，利用因式分解法解方程即可.

【详解】 解: 去分母，得: $x^2 - 2(x+1) = 6$.

即 $x^2 - 2x - 8 = 0$.

$\therefore (x-4)(x+2) = 0$

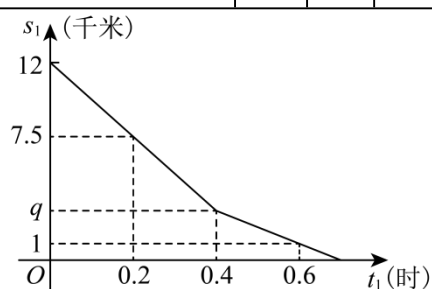
$$\therefore x-4=0 \text{ 或 } x+2=0.$$

$$\therefore x_1=4, \quad x_2=-2.$$

21. 居住同一小区的甲、乙两位好友，某日他们相约去 A 广场游玩. 甲认为开小轿车快，乙认为城市路况复杂，开电动自行车灵活，可能更快. 于是他们决定同时出发，采用各自的方式前往 A 广场，假设两种通行方式的路程一样，乙全程匀速前行，并约定先到者拍照发给对方. 已知甲相距 A 广场的距离 s_1 (千米) 与所用时间 t_1 (小时) 之间的函数关系，如图所示；表 1 记录了乙相距小区的距离 s_2 (千米) 与所用时间 t_2 (小时) 之间的部分数据.

表 1

时间 t_2 (时)	0.1	0.3	n
距离 s_2 (千米)	2	6	9



根据提供的信息，回答下列问题：

- (1) 由表 1 可知， s_2 关于 t_2 的函数解析式为_____； n 的值为_____；
- (2) 由图可知， q 的值为_____；在 $0.4 \leq t_1 \leq 0.6$ 的时段内，甲的速度为_____千米/时；
- (3) 先到达 A 广场并拍照的人是_____，且比另一位早到_____分钟.

【答案】 (1) $s_2 = 20t_2$ ；0.45

(2) 3；10 (3) 乙；6

【解析】

【分析】 本题考查正比例函数、一次函数的实际应用：

- (1) s_2 与 t_2 成正比例关系，设 $s_2 = k_2 t_2$ ，将表格中数据代入即可求解；
- (2) 当 $0 \leq t_1 \leq 0.4$ 时，设 $s_1 = k_1 t_1 + b$ ，利用待定系数法求出解析式，进而求出 q 的值， $0.4 \leq t_1 \leq 0.6$ 的时段内路程差除以所用时间，即可得出速度；

(3) 根据 (1) (2) 结论求出甲、乙两人到达 A 广场所用时间, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 设 s_2 关于 t_2 的函数解析式为 $s_2 = k_2 t_2$,

将 $(0.1, 2)$ 代入, 得: $2 = 0.1k_2$,

解得 $k_2 = 20$,

$$\therefore s_2 = 20t_2,$$

当 $s_2 = 9$ 时, $t_2 = \frac{9}{20} = 0.45$,

$$\therefore n = 0.45,$$

故答案为: $s_2 = 20t_2$; 0.45.

【小问 2 详解】

解: 当 $0 \leq t_1 \leq 0.4$ 时, 设 $s_1 = k_1 t_1 + b$,

将 $(0, 12)$ 和 $(0.2, 7.5)$ 代入, 得:
$$\begin{cases} b = 12 \\ 0.2k_1 + b = 7.5 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} b = 12 \\ k_1 = -22.5 \end{cases}$$

$$\therefore s_1 = -22.5t_1 + 12,$$

当 $t_1 = 0.4$ 时, $s_1 = -22.5 \times 0.4 + 12 = 3$,

$\therefore q$ 的值为 3;

在 $0.4 \leq t_1 \leq 0.6$ 的时段内, 甲的速度为 $\frac{3-1}{0.6-0.4} = \frac{2}{0.2} = 10(\text{km/h})$,

故答案为: 3; 10.

【小问 3 详解】

解: 令 $s_2 = 20t_2 = 12$,

得 $t_2 = \frac{12}{20} = 0.6(\text{h})$,

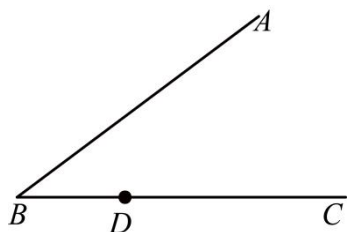
即乙到达 A 广场所用时间为 0.6h;

甲到达 A 广场所用时间为: $0.6 + \frac{1}{10} = 0.7(\text{h})$,

$\therefore$ 先到达 A 广场并拍照的人是乙, 比甲早: $(0.7 - 0.6) \times 60 = 6(\text{min})$,

故答案为: 乙; 6.

22. 如图, 已知 D 为 $\angle ABC$ 的一边 BC 上一点, $BD = 5$.



(1) 如果点 E 在射线 BA 上 (不与点 B 重合), 点 F 在射线 DC 上, 且点 E 、点 F 到点 D 的距离等于线段 DB 的长, 试用直尺和圆规作出满足上述条件的点 E 、点 F (不写作法和结论, 仅保留作图痕迹, 在图中清楚地标注点 E 、点 F);

(2) 在第 (1) 题的条件下, 连接 DE 、 EF , 如果 $BE = 8$, 求点 E 到直线 BF 的距离.

【答案】(1) 图见解析

(2) 4.8

【解析】

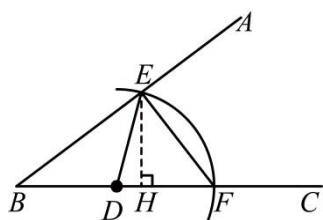
【分析】本题考查尺规作图—作线段, 等边对等角, 勾股定理:

(1) 以 D 为圆心, BD 的长为半径画弧, 交 BA, DC 分别于点 E, F ;

(2) 等边对等角求出 $\angle BEF = 90^\circ$, 勾股定理求出 EF 的长, 过点 E 作 $EH \perp BC$, 等积法求出 EH 的长即可.

【小问 1 详解】

解: 如图, 点 E, F 即为所求;



【小问 2 详解】

解: 过点 E 作 $EH \perp BC$,

$\therefore DE = DF = DB = 5$,

$\therefore \angle DBE = \angle DEB, \angle BFE = \angle DEF$, $BF = 10$,

$$\therefore \angle DBE + \angle DEB + \angle BFE + \angle DEF = 180^\circ,$$

$$\therefore 2(\angle DEB + \angle DEF) = 180^\circ, \text{ 即: } \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = \sqrt{BF^2 - BE^2} = 6,$$

$$\therefore EH \perp BC,$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}BF \cdot EH = \frac{1}{2}BE \cdot EF,$$

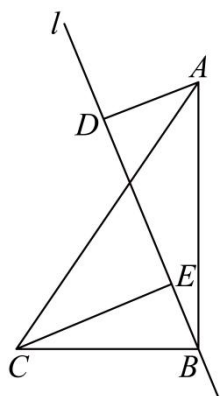
$$\therefore 10EH = 6 \times 8,$$

$$\therefore EH = 4.8,$$

即点 E 到直线 BF 的距离为 4.8.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23、24 题每题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 28 分)

23. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的三边满足 $AB = m^2 - n^2$, $BC = 2mn$, $AC = m^2 + n^2$, 其中 m 、 n 都是正整数, 且 $m > n$. l 是过点 B 的一条直线, 过点 A 作直线 l 的垂线, 垂足为点 D , E 是线段 BD 上一点, 且 $\angle BCE = \angle ABD$.



(1) 求证: $\angle ABC = 90^\circ$;

(2) 取边 AC 的中点 F , 求证: $FD = FE$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查勾股定理逆定理, 斜边上的中线, 全等三角形的判定和性质:

(1) 勾股定理逆定理, 结合完全平方公式进行判定即可;

(2) 延长 DF 交 EC 于点 G , 证明 $\angle CEB = 90^\circ$, $\triangle GCF \cong \triangle DAF$, 得到 $FG = FD$, 根据斜边上的中线等于斜边的一半即可得证.

【小问 1 详解】

$$\text{证明: } \because AC^2 = (m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4,$$

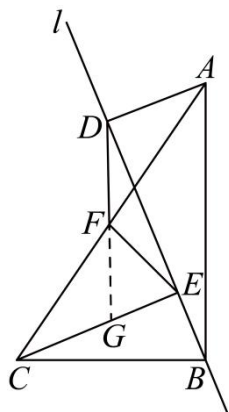
$$AB^2 + BC^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2.$$

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ (勾股定理的逆定理);

【小问 2 详解】

证明: 延长 DF 交 EC 于点 G ,



$$\because \angle ABD + \angle EBC = 90^\circ, \quad \angle ABD = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle EBC = 90^\circ.$$

$$\text{又 } \angle BCE + \angle EBC + \angle CEB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ.$$

$$\because AD \perp l,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CEB = \angle ADB.$$

$$\therefore CE \parallel AD.$$

$$\therefore \angle GCF = \angle DAF.$$

$$\text{又 } \because \angle CFG = \angle AFD, \quad CF = AF,$$

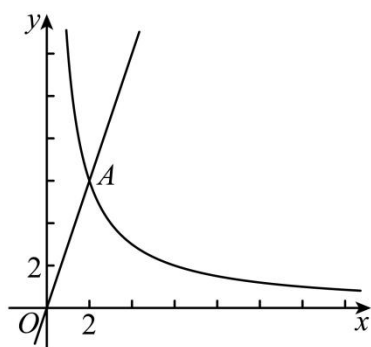
$$\therefore \triangle GCF \cong \triangle DAF.$$

$$\therefore FG = FD.$$

$$\text{又 } \because \angle CED = 90^\circ,$$

$$\therefore FD = FE = \frac{1}{2}GD \quad (\text{直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半}).$$

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于点 $A(2, m)$.



(1) 求双曲线的表达式;

(2) 已知 B 是双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上一点, 且到 y 轴的距离是 12, 直线 $x = n (2 < n < 12)$ 与直线 $y = 3x$ 交于点 C , 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于点 D . 如果 $S_{\triangle ACD} + \frac{1}{6} S_{\triangle BCD} = 15$, 求 n 的值.

【答案】 (1) $y = \frac{12}{x}$

(2) 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了反比例函数与正比例函数的综合:

(1) 把 $x = 2$, $y = m$ 代入 $y = 3x$, 可求出点 A 的坐标, 再把点 A 的坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k , 即可求解;

(2) 先求出点 B 的坐标为 $(12, 1)$, 再设点 C 的坐标为 $(n, 3n)$. 点 D 的坐标为 $(n, \frac{12}{n})$, 根据

$S_{\triangle ACD} + \frac{1}{6} S_{\triangle BCD} = 15$ 求解, 即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $y = 3x$ 经过点 $A(2, m)$,

$\therefore$ 把 $x = 2$, $y = m$ 代入 $y = 3x$, 解得 $m = 6$.

所以点 A 的坐标为 $(2, 6)$.

把 $x = 2$, $y = 6$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得:

$6 = \frac{k}{2}$, 解得 $k = 12$,

$\therefore$ 双曲线的表达式为 $y = \frac{12}{x}$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 B 在第一象限且到 y 轴距离为 12,

$\therefore$ 点 B 的横坐标为 12.

又点 B 在双曲线 $y = \frac{12}{x}$ 上,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(12, 1)$.

$\therefore$ 直线 $x = n$ ($2 < n < 12$) 与直线 $y = 3x$ 交于点 C , 与双曲线 $y = \frac{12}{x}$ 交于点 D ,

$\therefore$ 可设点 C 的坐标为 $(n, 3n)$. 点 D 的坐标为 $(n, \frac{12}{n})$,

$$\therefore S_{\triangle ACD} + \frac{1}{6} S_{\triangle BCD} = 15,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(3n - \frac{12}{n} \right) \cdot (n - 2) + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \left(3n - \frac{12}{n} \right) (12 - n) = 15$$

解得: $n = \pm 4$ (负舍).

$\therefore 2 < n < 12$,

$\therefore n$ 的值为 4.

25. 【例题回顾】本学期我们学习了角平分线定理及其逆定理, 数学课本 P106 的例题 1 同时运用了角平分线定理及其逆定理完成了该几何问题的证明.

例题 14 已知: 如图 19-27, AO 、 BO 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的平分线, $OD \perp BC$, $OE \perp AB$, 垂足分别为点 D 、 E .

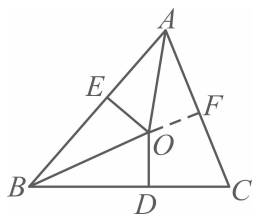


图19-27

求证: 点 O 在 $\angle C$ 的平分线上.

证明过点 O 作 $OF \perp AC$, 垂足为点 F .

$\therefore AO$, BO 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的平分线 (已知).

$OE \perp AB$, $OD \perp BC$ (已知),

$OF \perp AC$ (所作),

$\therefore OE = OD$, $OE = OF$ (在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等).

$\therefore OD = OF$ (等量代换).

$\therefore$ 点 O 在 $\angle C$ 的平分线上 (在一个角的内部且到角的两边距离相等的点, 在这个角的平分线上).

【研究老图形】在例题 1 的图 19-27 中, 分别连接 DE 、 EF 、 FD .

(1) 点 O 为 $\triangle ABC$ 三条_____的交点, 点 O 为 $\triangle DEF$ 三条_____的交点 (填写序号);

①边的垂直平分线 ②角平分线 ③高 ④中线

(2) 小普发现 $\triangle DEF$ 和 ABC 的内角之间存在一定的数量关系, 如果 $\angle BAC = m^\circ$, 那么 $\angle EDF = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 m 的代数式表示)

【解决新问题】为了方便研究, 小普同学把满足例 1 条件的 $\triangle DEF$ 叫做 ABC 的“内三角形”, 点 O 叫做“共心”.

(3) 已知 $\triangle DEF$ 是 ABC 的“内三角形”, 点 O 是“共心”, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AB 、 AC 上, 且 $OE \parallel BC$. 先画出符合条件的示意图, 再过点 E 作 $EG \perp DF$ 于点 G , 求证: 点 G 在直线 AO 上.

【答案】(1) ②, ①; (2) $\left(90 - \frac{m}{2}\right)^\circ$; (3) 见解析

【解析】

【分析】本题考查角平分线的判定和性质, 中垂线的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握相关判定和性质, 是解题的关键:

(1) 根据题意, 得到点 O 是 ABC 的三条角平分线的交点, 再根据 $OD = OE = OF$, 得到点 O 为 $\triangle DEF$ 的三边中垂线的交点即可;

(2) 根据四边形的内角和, 得到 $\angle EOF = 180^\circ - m^\circ$, 根据等边对等角, 结合三角形的外角的性质, 推出 $\angle EDF = \frac{1}{2}\angle EOF$, 即可得出结果;

(3) 根据 $OE \parallel BC$, $OE \perp AB$, 得到 $BC \perp AB$, 根据 (2) 中结论得到 $\angle DFE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC = 45^\circ$, 进而推出 $EG = GF$, 得到点 G 在 EF 的中垂线上, 证明 $\triangle AOE \cong \triangle AOF$, 推出 AO 垂直平分 EF , 即可得证.

【详解】解: (1) 由题干可知, 点 O 是 ABC 的三条角平分线的交点,

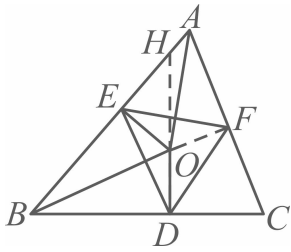
$\therefore OD = OE = OF$,

$\therefore$ 点 O 到 $\triangle DEF$ 三个顶点的距离相等,

$\therefore$ 点 O 为 $\triangle DEF$ 三边的垂直平分线的交点, (到线段两端点距离相等的点在线段的中垂线上);

故答案为: ②, ①;

(2) 如图,



$$\because OE \perp AB, OF \perp AC,$$

$$\therefore \angle OEA = \angle OFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = 360^\circ - \angle OEA - \angle OFA - \angle BAC = 180^\circ - m^\circ,$$

$$\because OE = OD = OF,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OED, \angle ODF = \angle OFD,$$

延长 DO 交 AB 于点 H ,

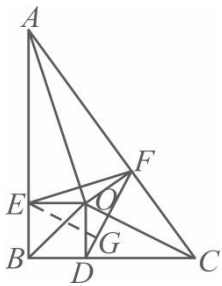
$$\therefore \angle EOH = \angle ODE + \angle OED = 2\angle ODE, \angle HOF = \angle ODF + \angle OFD = 2\angle ODF,$$

$$\therefore \angle EOH + \angle HOF = 2\angle ODE + 2\angle ODF, \text{ 即: } \angle EOF = 2\angle EDF,$$

$$\therefore \angle EDF = \left(90 - \frac{m}{2}\right)^\circ;$$

$$\text{故答案为: } \left(90 - \frac{m}{2}\right)^\circ;$$

(3) 画出示意图, 如图所示:



$$\because OE \parallel BC, OE \perp AB,$$

$$\therefore BC \perp AB,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ;$$

$$\text{由 (2) 可知: } \angle DFE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because EG \perp DF,$$

$$\therefore \angle GEF = 45^\circ = \angle EFD,$$

$$\therefore EG = GF,$$

$\therefore$ 点 G 在 EF 的中垂线上,

$\because AO$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle EAO = \angle FAO$,

$\because \angle OEA = \angle OFA = 90^\circ, AO = AO$,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AOF$,

$\therefore AE = AF, OE = OF$,

$\therefore AO$ 垂直平分 EF ,

$\therefore$ 点 G 在直线 AO 上.