

上海市教育学会宝山实验学校 2024 学年第一学期第一次
形成性评价八年级数学试卷

(完卷时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题: (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列与 $2\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $2\sqrt{\frac{2}{3}}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $\sqrt{24}$

D. $\sqrt{75}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查的是同类二次根式, 熟练掌握同类二次根式的定义是解题的关键.

根据同类二次根式的定义: 化成最简二次根式后, 被开方数相同求解即可.

【详解】 解: A. $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 与 $2\sqrt{3}$ 不是同类二次根式;

B. $3\sqrt{2}$ 与 $2\sqrt{3}$ 不是同类二次根式;

C. $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ 与 $2\sqrt{3}$ 不是同类二次根式;

D. $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ 与 $2\sqrt{3}$ 是同类二次根式.

故选: D.

2. 下列方程一定是一元二次方程的是 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $\sqrt{x} - 3 = 5x^2 - \sqrt{6}$

C. $5x(x+1) = 5x^2 - 12$

D. $\frac{x-1}{3} = -\frac{x^2}{2} - 1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义: 含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程是一元二次方程. 对所给选项进行分析, 然后作出正确的判断.

【详解】 解: A 当 $a=0$ 时, 不是一元二次方程, ,

B 被开方数含未知数, 不是整式方程, 所以不是一元二次方程,

C 整理后方程为: $5x+12=0$, 是一元一次方程.

D. 整理后方程为: $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = 0$, 符合一元二次方程的定义, 是一元二次方程.

故选 D.

【点睛】 本题考查的是一元二次方程的定义, 根据一元二次方程的定义进行方程, 然后作出正确的选择.

3. 如果 $x \leq 3$, 那么 $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ 的化简结果是 ()

A. $x-3$

B. $x+3$

C. $-x-3$

D. $3-x$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简, 完全平方公式的应用, 根据完全平方公式可得出

$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$, 结合已知条件可得出 $x-3 < 0$, 进而可得出 $|x-3| = 3-x$.

【详解】 解: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$,

$\because x \leq 3$,

$\therefore x-3 < 0$,

$\therefore |x-3| = 3-x$,

故选: D.

4. 如果 $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$, 那么 a 、 b 的关系是 ()

A. $ab = -1$

B. $a = b$

C. $a + b = 0$

D. $ab = 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了分母有理化, 先把 $b = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 分母有理化即可得出答案.

【详解】 解: $b = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$.

$\because a = 2 + \sqrt{3}$,

$\therefore a = b$,

故选: B.

5. 化简 $\frac{\sqrt{-a^3}}{a}$ ($a < 0$) 得 ()

- A. $\sqrt{-a}$ B. $-\sqrt{a}$ C. $-\sqrt{-a}$ D. $\sqrt{a}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质与化简，熟练掌握二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$ 是解题的关键. 根据二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行计算即可解答.

【详解】 解：根据 $\sqrt{a^2} = |a|$ ， $a < 0$ 可得：

$$\frac{\sqrt{-a^3}}{a} = \frac{|a|\sqrt{-a}}{a} = \frac{-a\sqrt{-a}}{a} = -\sqrt{-a},$$

故选： C.

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 - 3x + m^2 = 9$ 的常数项为 0，则 m 的值为 ()

- A. 3 B. 0 C. -3 D. ± 3

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据题意可知 $m^2 = 9$ ，求得 $m = \pm 3$ ，再根据一元二次方程中二次项系数不为零即可完成.

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 - 3x + m^2 = 9$ 的常数项为 0

$$\therefore m^2 = 9, \text{ 则 } m = \pm 3$$

$$\because m-3 \neq 0 \text{ 即 } m \neq 3$$

$$\therefore m = -3$$

故选 C

【点睛】 本题考查一元二次方程中二次项系数不为零的运用，熟练掌握一元二次方程相关知识点是解题关键.

二、填空题：（每题 2 分，共 24 分）

7. 当 x _____ 时，二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义.

【答案】 $\leq \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题考查二次根式有意义的条件，二次根式有意义的条件：被开方数 ≥ 0 ，即可求得 x 的取值范围.

【详解】解：二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义，

则 $1-2x \geq 0$,

解得： $x \leq \frac{1}{2}$,

故答案为： $\leq \frac{1}{2}$

8. 下列二次根式 $\sqrt{a^2+1}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 、 $\sqrt{8a}$ 、 $\sqrt{a^2+2ab+b^2}$ 中，最简二次根式是_____.

【答案】 $\sqrt{a^2+1}$

【解析】

【分析】本题考查最简二次根式，理解最简二次根式的意义是正确判断的关键.

根据最简二次根式的意义逐项进行判断即可.

【详解】解： $a^2+1 > 0$ ，因此 $\sqrt{a^2+1}$ 是最简二次根式；

$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，因此 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 不是最简二次根式；

$\sqrt{8a} = 2\sqrt{2a}$ ，因此 $\sqrt{8a}$ 不是最简二次根式；

$\sqrt{a^2+2ab+b^2} = \sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$ ，因此 $\sqrt{a^2+2ab+b^2}$ 不是最简二次根式，

故答案为： $\sqrt{a^2+1}$.

9. 已知 $b > 0$ ，化简 $\sqrt{\frac{18a}{b^3}}$ = _____.

【答案】 $\frac{3\sqrt{2ab}}{b^2}$

【解析】

【分析】本题主要考查化简二次根式，二次根式的性质，先根据 $b > 0$ 得出 $\sqrt{\frac{18a}{b^3}} = \frac{3}{b} \sqrt{\frac{2a}{b}}$ ，再把二次根次分母有理化即可得出答案.

【详解】解： $\because b > 0$,

$$\therefore \sqrt{\frac{18a}{b^3}} = \frac{3}{b} \sqrt{\frac{2a}{b}} = \frac{3}{b} \frac{\sqrt{2a} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{3}{b} \frac{\sqrt{2ab}}{b} = \frac{3\sqrt{2ab}}{b^2},$$

故答案为: $\frac{3\sqrt{2ab}}{b^2}$.

10. 计算: $\sqrt{50} - \sqrt{32} =$ _____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先将二次根式化为最简, 然后合并同类二次根式即可得出答案.

【详解】 将二次根式化为最简得

$$\text{原式} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

【点睛】 本题考查二次根的化简, 熟练掌握计算法则是解题关键.

11. 计算: $\sqrt{0.75} \times \sqrt{\frac{5}{12}} =$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{4}$

【解析】

【分析】 此题考查了二次根式的乘法运算, 根据二次根式的乘法运算法则求解即可.

【详解】 解 $\sqrt{0.75} \times \sqrt{\frac{5}{12}}$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} \times \frac{5}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

12. $\sqrt{3} - 2$ 的一个有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{3} + 2$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的有理化. 根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化. 二次根式有理化主要利用了平方差公式, 所以一般二次根式的有理化因式是符合平方差公式的特点的式子.

一般二次根式的有理化因式是符合平方差公式的特点的式子. 据此即可求解.

【详解】 解: $\because (\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)=-1$

$\therefore \sqrt{3}-2$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{3}+2$.

故答案为: $\sqrt{3}+2$ (答案不唯一).

13. 不等式 $(2-\sqrt{5})x < 1$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -2-\sqrt{5}$ 或 $x > -\sqrt{5}-2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 分母有理化, 先根据不等式的性质得到 $x > \frac{1}{2-\sqrt{5}}$, 再把不等式右边分母有理化即可得到答案.

【详解】 解: $\because (2-\sqrt{5})x < 1$, 且 $2 < \sqrt{5}$, 即 $2-\sqrt{5} < 0$,

$\therefore x > \frac{1}{2-\sqrt{5}},$

$\therefore x > \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})},$

$\therefore x > \frac{2+\sqrt{5}}{4-5},$ 即 $x > -2-\sqrt{5},$

故答案为: $x > -2-\sqrt{5}$.

14. 若一元二次方程 $3x^2 - 2 = x + 4$ 的二次项系数为 3, 则该方程的常数项是_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的一般形式, . 一元二次方程的一般形式是: $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数且 $a \neq 0$) 在一般形式中 ax^2 叫二次项, bx 叫一次项, c 是常数项. 其中 a, b, c 分别叫二次项系数, 一次项系数, 常数项. 把原方程变形为 $3x^2 - x - 6 = 0$, 若二次项系数为 3, 则该方程的常数项是 -6.

【详解】解： $3x^2 - 2 = x + 4$ 变成一般形式为： $3x^2 - x - 6 = 0$ ，

若二次项系数为 3，则该方程的常数项是 -6，

故答案为： -6.

15. 方程 $9x^2 - 4 = 0$ 的解为_____.

【答案】 $x = \pm \frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求平方根的方法解方程，先把常数项移到方程右边，再把方程两边同时除以 9，接着把方程两边同时开平方即可得到答案.

【详解】解： $\because 9x^2 - 4 = 0$ ，

$$\therefore 9x^2 = 4,$$

$$\therefore x^2 = \frac{4}{9},$$

$$\text{解得 } x = \pm \frac{2}{3},$$

$$\text{故答案为： } x = \pm \frac{2}{3}.$$

16. 已知 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 6) = 7$ ，那么 $a^2 + b^2 =$ _____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 本题考查的是解方程，关键是将 $a^2 + b^2 = x$ 看成一个整体，即整体思想的应用，设 $a^2 + b^2 = x > 0$ ，代入方程可得出 $x^2 - 6x - 7 = 0$ ，然后利用因式分解法解一元二次方程，最后负值舍去即可.

【详解】解： 设 $a^2 + b^2 = x > 0$ ，

$$\therefore (a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 6) = 7$$

$$\therefore x(x - 6) = 7,$$

$$\text{整理得： } x^2 - 6x - 7 = 0,$$

$$(x - 7)(x + 1) = 0,$$

$$\text{即 } x - 7 = 0 \text{ 或 } x + 1 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 7, \quad x_2 = -1 \text{ (舍去)}$$

即 $a^2 + b^2 = 7$,

故答案为: 7.

17. 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$, 那么 $x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}$ 的值是_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简求值, 先求出 $xy = 1$, 再根据

$x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{y}{x} \cdot x^2} + \sqrt{\frac{x}{y} \cdot y^2} = \sqrt{xy} + \sqrt{xy}$ 进行求解即可.

【详解】 解: $\because x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$,

$$\therefore xy = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 2 - 1 = 1,$$

$$\therefore x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$= \sqrt{\frac{y}{x} \cdot x^2} + \sqrt{\frac{x}{y} \cdot y^2}$$

$$= \sqrt{xy} + \sqrt{xy}$$

$$= 2\sqrt{xy}$$

$$= 2\sqrt{1}$$

$$= 2,$$

故答案为: 2.

18. 已知 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2$, 则 $\sqrt{\frac{x}{x^2 + x + 1}} - \sqrt{\frac{x}{x^2 + 10x + 1}} =$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简, 完全平方公式, 分式的化简求值, 化简得到 $x + \frac{1}{x} = 2$ 是解题的关键.

对已知进行化简得到 $x + \frac{1}{x} = 2$, 推出 $\frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{3}$, $\frac{x}{x^2 + 10x + 1} = \frac{1}{12}$, 据此求解即可.

【详解】解： $\because \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2,$

$$\therefore \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = 4,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} + 2 = 4,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore \frac{x^2 + x + 1}{x} = x + 1 + \frac{1}{x} = 1 + 2 = 3, \quad \frac{x^2 + 10x + 1}{x} = x + 10 + \frac{1}{x} = 10 + 2 = 12,$$

$$\therefore \frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{x}{x^2 + 10x + 1} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{x}{x^2 + x + 1}} - \sqrt{\frac{x}{x^2 + 10x + 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{12}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

三、计算题：（每题 5 分，共 40 分）

19. 计算： $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{\frac{5}{9}}$.

【答案】 $\frac{4\sqrt{5}}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的加减混合运算，正确化简二次根式是解题关键.

先化成最简二次根式，再计算加减即可.

【详解】解： $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{\frac{5}{9}}$

$$= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{3}.$$

20. 计算: $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \left(-4\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \div \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1}{xy}}.$

【答案】 $-8\sqrt{xy}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的乘除混合运算，掌握相关运算法则是解题的关键.

根据二次根式的乘除混合运算法则求解即可.

【详解】 解: $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \left(-4\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \div \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1}{xy}}$

$$= -\frac{4}{3}\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} \cdot 6\sqrt{xy}$$

$$= -8\sqrt{xy}.$$

21. 计算: $(\sqrt{5}-1)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}+3}.$

【答案】 $9-3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的混合运算，运用完全平方公式以及分母有理化后，再进行二次根式的加减运算即可得出答案.

【详解】 解: $(\sqrt{5}-1)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}+3}$

$$= 5 - 2\sqrt{5} + 1 + \frac{4(\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)}$$

$$= 5 - 2\sqrt{5} + 1 + \frac{4(\sqrt{5}-3)}{-4}$$

$$= 5 - 2\sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 3$$

$$= 9 - 3\sqrt{5}$$

22. 计算: $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - (\sqrt{xy}+x)\sqrt{\frac{1}{x}}$.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，根据二次根式的混合运算法则以及完全平方公式计算即可.

【详解】 解: $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - (\sqrt{xy}+x)\sqrt{\frac{1}{x}}$

$$= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \sqrt{\frac{1}{x}} \cdot xy - \sqrt{\frac{1}{x}} \cdot x^2$$

$$= \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$= 0$$

23. 解方程: $2\sqrt{3}x = \sqrt{20} + \sqrt{48}x - \sqrt{\frac{1}{5}}$.

【答案】 $x = -\frac{3\sqrt{15}}{10}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了无理方程，解一元一次方程，二次根式的性质混合运算，先把含 x 项整理一起，常数项一起，再利用二次根式的性质化简并运算，并求出 x 的值即可.

【详解】 解: $2\sqrt{3}x = \sqrt{20} + \sqrt{48}x - \sqrt{\frac{1}{5}}$

$$2\sqrt{3}x - 4\sqrt{3}x = \sqrt{20} - \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$-2\sqrt{3}x = \sqrt{20} - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$-2\sqrt{3}x = \frac{10\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$-2\sqrt{3}x = \frac{9\sqrt{5}}{5}$$

$$x = \frac{9\sqrt{5}}{5} \times \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = -\frac{9\sqrt{5}}{10\sqrt{3}} = -\frac{9\sqrt{15}}{30} = -\frac{3\sqrt{15}}{10}$$

24. 解方程: $3(2x - \sqrt{2})^2 = 54$.

【答案】 $x = -\sqrt{2}$ 或 $x = 2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求平方根的方法解方程，化简二次根式，先把方程两边同时除以 3，再把方程两边同时开平方，进而解方程即可.

【详解】 解: $\because 3(2x - \sqrt{2})^2 = 54$,

$$\therefore (2x - \sqrt{2})^2 = 18,$$

$$\therefore 2x - \sqrt{2} = \pm 3\sqrt{2},$$

解得 $x = -\sqrt{2}$ 或 $x = 2\sqrt{2}$.

25. 解方程: $x^2 - 2\sqrt{6}x + 6 = 0$.

【答案】 $x_1 = x_2 = \sqrt{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程，解题的关键是掌握一元二次方程的解法：直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法等. 首先将原方程配方成 $(x - \sqrt{6})^2 = 0$ ，然后直接开方求解即可.

【详解】 解: $x^2 - 2\sqrt{6}x + 6 = 0$

$$(x - \sqrt{6})^2 = 0$$

$$x - \sqrt{6} = 0$$

$$x_1 = x_2 = \sqrt{6}.$$

26. 解方程: $(3x - 2)(x + 4) = -11$.

【答案】 $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解法解一元二次方程，先把方程展开化为一般形式，再利用十字相乘法解方程即可.

【详解】 解: $(3x - 2)(x + 4) = -11$

$$3x^2 + 12x - 2x - 8 + 11 = 0$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$\text{即 } (3x+1)(x+3) = 0$$

$$\therefore 3x+1=0 \text{ 或 } x+3=0,$$

$$\therefore x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = -3$$

四、简答题：(每题 6 分，共 24 分)

27. 已知 x 、 y 是实数，且 $y = \frac{\sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-16} + 2}{x-4}$ ，求 $\sqrt{xy}$ 的值.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式和分式有意义的条件，求不等式组的解集，化简二次根式，先根据分式

有意义的条件是分母不为 0，二次根式有意义的条件是被开方数大于等于 0 得到
$$\begin{cases} 16-x^2 \geq 0 \\ x^2-16 \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases}$$
，则 $x = -4$ ，

进一步可得 $y = -\frac{1}{4}$ ，据此代值计算即可.

【详解】 解： $\because$ 式子 $y = \frac{\sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-16} + 2}{x-4}$ 有意义，

$$\therefore \begin{cases} 16-x^2 \geq 0 \\ x^2-16 \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\therefore x = -4,$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-16} + 2}{x-4} = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore \sqrt{xy} = \sqrt{(-4) \times \left(-\frac{1}{4}\right)} = \sqrt{1} = 1.$$

28. 已知： $x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ， $y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ，求： $3x^2 - 5xy + 3y^2$ 的值.

【答案】 181

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的化简求值，完全平方公式的变形求值，先分母有理化得到 $x = 4 - \sqrt{15}$ ，

$y = 4 + \sqrt{15}$ ，再求出 $x + y = 8$ ， $xy = 1$ ，再根据 $3x^2 - 5xy + 3y^2 = 3(x + y)^2 - 11xy$ 进行求解即可.

【详解】解： $\because x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}},$

$$\therefore x = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{5 - 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} = 4 - \sqrt{15},$$

$$y = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} = 4 + \sqrt{15},$$

$$\therefore x + y = 4 - \sqrt{15} + 4 + \sqrt{15} = 8, \quad xy = (4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15}) = 16 - 15 = 1,$$

$$\therefore 3x^2 - 5xy + 3y^2$$

$$= 3(x^2 + 2xy + y^2) - 11xy$$

$$= 3(x + y)^2 - 11xy$$

$$= 3 \times 8^2 - 11 \times 1$$

$$= 181.$$

29. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{2x}{1-x}$ ，其中 $x = \sqrt{2}$.

【答案】 $-\frac{1}{x+1}, 1 - \sqrt{2}$.

【解析】

【分析】先根据分式的加减计算括号内的，同时将除法转化为乘法，再根据分式的性质化简，最后将字母的值代入求解.

【详解】解： $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{2x}{1-x}$

$$= \frac{x-1+x+1}{(x-1)(x+1)} \times \frac{1-x}{2x}$$

$$= -\frac{1}{x+1},$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{\sqrt{2}+1} = -\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 1 - \sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查了分式化简求值，分母有理化，解题关键是熟练运用分式运算法则进行求解.

30. 回读材料并解决问题:

小潘在解方程 $\sqrt{24-x}-\sqrt{8-x}=2$ 时采用了下面的方法: 由

$$(\sqrt{24-x}-\sqrt{8-x})(\sqrt{24-x}+\sqrt{8-x})=(\sqrt{24-x})^2-(\sqrt{8-x})^2=(24-x)-(8-x)=16, \text{ 又有}$$

$$\sqrt{24-x}-\sqrt{8-x}=2, \text{ 可得 } \sqrt{24-x}+\sqrt{8-x}=8, \text{ 将两式相加可得 } \sqrt{24-x}=5, \text{ 两边平方可得 } x=-1,$$

经检验 $x=-1$ 是原方程的解.

请你学习小明的方法, 解决下列问题:

(1) 已知 $\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}=3\sqrt{2}$, 则 $\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}$ 的值为_____;

(2) 解方程 $\sqrt{4x^2+6x-5}+\sqrt{4x^2-2x-5}=4x$.

【答案】 (1) $2\sqrt{2}$

(2) $x=3$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程，二次根式的混合运算，熟练掌握无理方程的解法，准确计算是解题的关键.

(1) 根据题目所给方法, 可求 $(\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2})(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2})$ 的值, 然后结合

$$\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}=3\sqrt{2}, \text{ 即可求出 } \sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2} \text{ 的值;}$$

(2) 根据题目所给方法, 可求 $\sqrt{4x^2+6x-5}=2x+1$, 再解方程即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because (\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2})(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2})$$

$$=(\sqrt{22-x^2})^2-(\sqrt{10-x^2})^2$$

$$=(22-x^2)-(10-x^2)$$

$$=22-x^2-10+x^2$$

$$=12,$$

$$\text{又 } \sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}=3\sqrt{2},$$

$$\therefore 3\sqrt{2}(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2})=12$$

$$\therefore \sqrt{22-x^2} + \sqrt{10-x^2} = 2\sqrt{2};$$

故答案为: $2\sqrt{2}$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \left(\sqrt{4x^2 + 6x - 5} + \sqrt{4x^2 - 2x - 5} \right) \left(\sqrt{4x^2 + 6x - 5} - \sqrt{4x^2 - 2x - 5} \right)$$

$$= \left(\sqrt{4x^2 + 6x - 5} \right)^2 - \left(\sqrt{4x^2 - 2x - 5} \right)^2$$

$$= (4x^2 + 6x - 5) - (4x^2 - 2x - 5)$$

$$= 8x,$$

$$\text{又 } \sqrt{4x^2 + 6x - 5} + \sqrt{4x^2 - 2x - 5} = 4x,$$

$$\therefore \sqrt{4x^2 + 6x - 5} - \sqrt{4x^2 - 2x - 5} = 2,$$

$$\text{两式相加, 得 } \sqrt{4x^2 + 6x - 5} = 2x + 1,$$

$$\text{两边同时平方, 得 } 4x^2 + 6x - 5 = (2x + 1)^2,$$

$$\text{解得 } x = 3,$$

经检验, $x = 3$ 是原方程的解.