

上海市宝山区实验学校 2024 学年第一学期八年级数学期中考试

2024.11

一、填空题（每题 2 分，共 30 分）

1. 化简 $\sqrt{18} =$ _____.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 利用二次根式的性质化简即可.

【详解】 解: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查了化简二次根式, 熟知二次根式的化简方法是解题的关键.

2. 化简: $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$ _____.

【答案】 $\sqrt{5}-2$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质, 解题的关键是掌握二次根式的性质, 利用二次根式的性质进行化简.

【详解】 解: $\because 4 < 5$,

$\therefore 2 < \sqrt{5}$,

$\therefore$ 原式 $= \sqrt{5} - 2$.

故答案为: $\sqrt{5} - 2$

3. 写出二次根式 $\sqrt{x+y}$ 的一个有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{x+y}$

【解析】

【分析】 二次根式的有理化的目的就是去掉根号, 所以 $\sqrt{x+y}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{x+y}$.

【详解】 解: $\sqrt{x+y} \times \sqrt{x+y} = (\sqrt{x+y})^2 = x+y$,

故 $\sqrt{x+y}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{x+y}$

故答案为: $\sqrt{x+y}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的有理化，根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化． 本题二次根式有理化主要利用平方公式．

4. 不等式 $x - 2 < \sqrt{2}x$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -2\sqrt{2} - 2$

【解析】

【分析】 不等式移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解集．

【详解】 $x - 2 < \sqrt{2}x$,

$(\sqrt{2} - 1)x > -2$,

$$x > -\frac{2}{\sqrt{2} - 1},$$

$$x > -2\sqrt{2} - 2.$$

故答案为 $x > -2\sqrt{2} - 2$.

【点睛】 此题考查了解一元一次不等式和分母有理化，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

5. 方程 $x(x - 5) = 2(x - 5)$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 2$, $x_2 = 5$

【解析】

【分析】 本题主要考出来解一元二次方程，解题的关键是熟练掌握解一元二次方程的方法，准确计算． 用因式分解法解一元二次方程即可．

【详解】 解： $x(x - 5) = 2(x - 5)$,

$$\text{移项得： } x(x - 5) - 2(x - 5) = 0,$$

$$\text{因式分解得： } (x - 2)(x - 5) = 0,$$

$$\therefore x - 2 = 0, \quad x - 5 = 0,$$

$$\text{解得： } x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$$

6. 关于 x 的一元二次方程 $(m + 1)x^2 - 7x + m^2 - 1 = 0$ 有一个根为 0，则 m 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 将 $x = 0$ 代入方程即可求出 m 的值．

【详解】解：将 $x=0$ 代入 $(m+1)x^2-7x+m^2-1=0$,

$$\therefore m^2-1=0,$$

$$\therefore m=\pm 1,$$

$$\because m+1 \neq 0, \text{ 即 } m \neq -1$$

$$\therefore m=1,$$

故答案为：1.

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义和一元二次方程的解，能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 注意一元二次方程的二次项系数不为 0.

7. 已知关于 x 的方程 $(k-2)x^2-x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范_____.

【答案】 $k < \frac{9}{4}$ 且 $k \neq 2$

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义和根的判别式得出不等式组，求出不等式组的解集即可.

【详解】 $\because$ 关于 x 的方程 $(k-2)x^2-x+1=0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore k-2 \neq 0 \text{ 且 } \Delta = (-1)^2 - 4(k-2) \cdot 1 = -4k+9 > 0,$$

$$\text{即 } \begin{cases} k-2 \neq 0 \\ -4k+9 > 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } k < \frac{9}{4} \text{ 且 } k \neq 2,$$

$$\text{故答案为: } k < \frac{9}{4} \text{ 且 } k \neq 2.$$

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义和根的判别式，能得出关于 k 的不等式组是解此题的关键.

8. 在实数范围内分解因式： $2x^2-4x-3$ _____.

【答案】 $2\left(x-\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)\left(x-\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right)$

【解析】

【分析】根据公式法解 $2x^2-4x-3=0$ ，得出 $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$ ，再根据因式分解即可得出答案.

【详解】解：由 $2x^2-4x-3=0$ ，得： $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$,

$$\text{原式} = 2\left(x^2 - 2x - \frac{3}{2}\right) = 2\left(x - \frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{10}}{2}\right),$$

$$\text{故答案为: } 2\left(x - \frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{10}}{2}\right).$$

【点睛】 本题考查了实数范围内分解因式，准确熟练地进行计算是解题的关键.

9. 函数 $y = \frac{x-2}{\sqrt{5-x}}$ 的定义域是 _____.

【答案】 $x < 5$

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件和分式有意义的条件可得 $5-x > 0$ ，解不等式即可求解.

【详解】 依题意有 $5-x > 0$,

解得 $x < 5$.

故答案为 $x < 5$.

【点睛】 考查了函数自变量的取值范围，自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义. ①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数. ②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零. ③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

10. 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x}$ ，若 $f(x) = 2$ ，则 $x =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据已知中的函数解析式，将已知的自变量值（式子）代入化简，求值可得答案.

【详解】 $\because f(x) = 2$,

$$\therefore \frac{x-1}{x} = 2,$$

解得， $x = -1$,

经检验， $x = -1$ 是原方程的解.

故答案为: -1.

【点睛】 本题考查的知识点是函数的值，解题的关键是建立等式进行求解，难度不大，属于基础题目.

11. 如果 $y = (k-2)x + (k^2 - 2k)$ 是正比例函数，则 $k =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】根据正比例函数的定义可得出关于 k 的方程，解出即可.

【详解】依题意得： $k^2-2k=0$ 且 $k-2\neq 0$,

解得 $k=0$,

故答案是：0.

【点睛】本题正比例函数的定义，应注意求出 k 的值时，不要忘记检验 $k-2\neq 0$ 这个条件.

12. 如果正比例函数 $y = (3k + 1)x$ 的图像经过第二、四象限，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据正比例函数的性质（正比例函数 $y = kx$ ， $k\neq 0$ ），当 $k < 0$ 时，该函数的图像经过第二、四象限）解答.

【详解】解：∵正比例函数 $y = (3k + 1)x$ 的图像经过第二、四象限，

∴ $3k + 1 < 0$ ，

解得 $k < -\frac{1}{3}$ ，

故答案为： $k < -\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了正比例函数的性质，解题的关键是熟练掌握正比例函数的性质.

13. 函数 $y = -\frac{7}{x}$ 的图像在每一象限内， y 的值随 x 的增大而_____.

【答案】增大

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例函数的增减性，解题的关键在于熟知对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，图像在每一象限内， y 随 x 增大而减小，当 $k < 0$ 时，图像在每一象限内， y 随 x 增大而增大. 据此即可求解.

【详解】解：∵ $k = -7 < 0$ ，

∴函数 $y = -\frac{7}{x}$ 的图像在每一象限内， y 的值随 x 的增大而增大，

故答案为：增大.

14. 某工厂废气年排放量 450 万立方米，为了改善大气环境质量，决定分二期治理，使年排放量减少到 288 万立方米，如果每期治理中废气减少的百分率相同，每期减少的百分率是_____.

【答案】20%

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的实际应用，设每期减少的百分率是 x ，根据年排放量由 450 万立方米经过两年后变为 288 万立方米建立方程求解即可.

【详解】 解： 设每期减少的百分率是 x ,

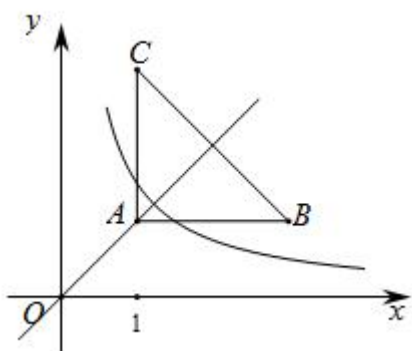
由题意得， $450(1-x)^2 = 288$,

解得 $x = 0.2 = 20\%$ 或 $x = 1.8$ (舍去),

$\therefore$ 每期减少的百分率是 20%,

故答案为： 20% .

15. 如图，等腰直角三角形 ABC 位于第一象限， $AB = AC = 2$ ，直角顶点 A 在直线 $y = x$ 上，其中 A 点的横坐标为 1，且两条直角边 AB ， AC 分别平行于 x 轴、 y 轴，若双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与 $\triangle ABC$ 有交点，则 k 的取值范围是_____.



【答案】 $1 \leq k \leq 4$

【解析】

【详解】 如图，设直线 $y=x$ 与 BC 交于 E 点，分别过 A, E 两点作 x 轴的垂线，垂足为 D, F ， EF 交 AB 于 M ,

$\because A$ 点的横坐标为 1， A 点在直线 $y=x$ 上，

$\therefore A(1,1)$,

又 $\because AB=AC=2$ ， $AB \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴，

$\therefore B(3,1)$ ， $C(1,3)$ ， 且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，

BC 的中点坐标为 $\left(\frac{3+1}{2}, \frac{1+3}{2}\right)$ ，

即为 $(2,2)$ ，

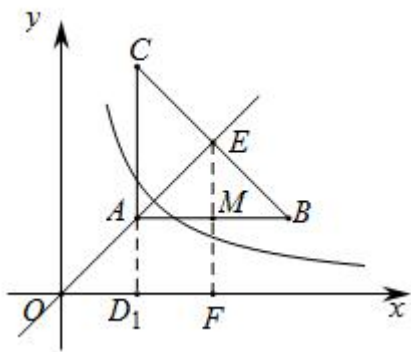
$\because$ 点 $(2,2)$ 满足直线 $y=x$ ，

∴点(2,2)即为 E 点坐标, E 点坐标为(2,2),

∴ $k=OD \times AD=1$, 或 $k=OF \times EF=4$,

当双曲线与 $\triangle ABC$ 有唯一交点时, $1 \leq k \leq 4$.

故答案为 $1 \leq k \leq 4$.



二、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

16. 下列根式中, 能与 $\sqrt{3}$ 合并的二次根式为 ()

- A. $\sqrt{24}$ B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{18}$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了同类二次根式的识别, 化简二次根式, 先把对应二次根式化为最简二次根式, 再根据被开方数相同的最简二次根式是同类二次根式即可得到答案.

【详解】 解: A、 $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 不符合题意;

B、 $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 不符合题意;

C、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 能合并, 符合题意;

D、 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 不符合题意;

故选: C.

17. 下列关于 x 的一元二次方程中, 有两个不相等的实数根的方程是()

- A. $x^2 + 4 = 0$ B. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
C. $x^2 + x + 3 = 0$ D. $x^2 + 2x - 1 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式，分别计算 Δ 的值，根据 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根； $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根； $\Delta < 0$ ，方程没有实数根，进行判断.

【详解】解：A、 $\Delta = -16 < 0$ ，方程没有实数根；

B、 $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$ ，方程有两个相等的实数根；

C、 $\Delta = 1 - 12 = -11 < 0$ ，方程没有实数根；

D、 $\Delta = 4 - 4 \times 1 \times (-1) = 8 > 0$ ，方程有两个不相等的实数根.

故选：D.

【点睛】本题考查了用一元二次方程的根的判别式判定方程的根的情况的方法.

18. 下列说法正确的个数是 ()

① $\sqrt{x+2}$ 是 x 的函数；②等腰三角形的面积一定，它的底边和底边上的高成正比例；③已知 $ab < 0$ ，则直线 $y = -\frac{a}{b}x$ 经过第二、四象限.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查正比例函数的性质，函数的概念、变量成反比例. 根据函数的概念、正比例函数的性质判断即可.

【详解】解：① $\sqrt{x+2}$ 是 x 的函数，正确；

②等腰三角形的面积一定，则底边和底边上的高的乘积为定值，故它的底边和底边上的高成反比例，原说法错误；

③已知 $ab < 0$ ，则 $-\frac{a}{b} > 0$ ，故直线 $y = -\frac{a}{b}x$ 经过第一、三象限，原说法错误，

$\therefore$ 正确的只有①，

故选：B.

19. 下列函数中， y 随 x 的增大而减小的是 ()

A. $y = 2x$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = -2x$

D. $y = -\frac{2}{x}$

【答案】C

【解析】

【分析】反比例函数的增减性有限制条件（即范围），一次函数当一次项系数为负数时， y 随着 x 增大而减小。

【详解】解：A、函数 $y=2x$ 的图象是 y 随着 x 增大而增大，故本选项错误；

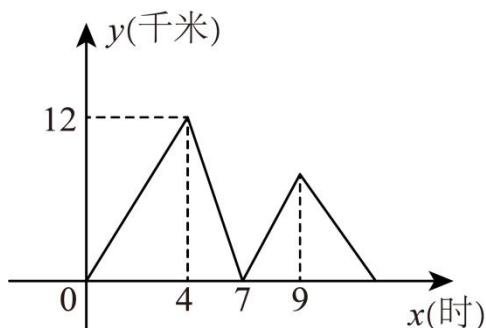
C、函数 $y=-2x$ 中的 $k<0$ ， y 随着 x 增大而减小，故本选项正确；

B、D 两个答案考虑其增减性时，需要考虑自变量的取值范围，故 B、D 错误。

故选：C。

【点睛】本题考查了一次函数、反比例函数的增减性。关键是明确各函数的增减性的限制条件。

20. 甲、乙俩人在同一笔直的公路上步行从 A 地去往 B 地，已知甲、乙俩人保持各自的速度匀速步行，且甲先出发，甲、乙俩人的距离 y （千米）与甲步行的时间（小时）的函数关系图象如图所示，下列说法正确的个数是（ ）



- ①乙的速度为 7 千米/时； ②乙到终点时甲、乙相距 8 千米；
③当乙追上甲时，两人距 A 地 21 千米； ④A、B 两地距离 27 千米。

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了函数图象的运用，行程问题的追击题型的等量关系的运用，一元一次方程的运用，解答时分析清楚函数图象的数据之间的关系是关键。

①由函数图象数据可以求出甲的速度，再由追击问题的数量关系建立方程就可以求出乙的速度；

②由函数图象的数据由乙到达终点时走的路程－甲走的路程就可以求出结论；

③乙或甲行驶的路程就是乙追上甲时，两人距 A 地的距离；

④求出乙到达终点的路程就是 A，B 两地距离。

【详解】解：①由题意，得

甲的速度为： $12 \div 4 = 3$ 千米 / 时；

设乙的速度为 a 千米 / 时，由题意，得

$$(7-4)a = 3 \times 7,$$

解得: $a = 7$.

即乙的速度为 7 千米/时,

故①正确;

②乙到终点时甲、乙相距的距离为:

$(9-4) \times 7 - 9 \times 3 = 8$ 千米, 故②正确;

③当乙追上甲时, 两人距 A 地距离为:

$7 \times 3 = 21$ 千米. 故③正确;

④ A, B 两地距离为:

$7 \times (9-4) = 35$ 千米, 故④错误.

综上所述: 正确的有①②③.

故选: C.

三、简答题 (每题 5 分, 共 20 分)

21. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{3}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

【答案】 $-2\sqrt{3} + \frac{7}{2}\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先把各二次根式化为最简二次根式和进行分母有理化, 然后去括号后合并同类二次根式.

【详解】 原式 $= 2\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \sqrt{3} - 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
 $= -2\sqrt{3} + \frac{7}{2}\sqrt{2}$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 在进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式.

22. 计算: $12\sqrt{a^2b^3} \div \frac{3}{2}\sqrt{a^3b} \times \sqrt{\frac{a^3}{b}}$

【答案】 $8a\sqrt{b}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的乘除混合运算, 熟练掌握运算是解题的关键. 直接根据二次根式的乘除计算法则进行计算求解即可.

【详解】 解: $12\sqrt{a^2b^3} \div \frac{3}{2}\sqrt{a^3b} \times \sqrt{\frac{a^3}{b}}$

$$\begin{aligned}
&= \left(12 \times \frac{2}{3} \times 1\right) \sqrt{a^2 b^3 \times \frac{1}{a^3 b} \times \frac{a^3}{b}} \\
&= 8\sqrt{a^2 b} \\
&= 8a\sqrt{b}.
\end{aligned}$$

23. 用配方法解方程: $3x^2 - 6x - 8 = 0$

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{33}}{3}$

【解析】

【分析】 根据配方法的步骤解一元二次方程即可求解.

【详解】 解: $3x^2 - 6x - 8 = 0$,

移项, 得 $3x^2 - 6x = 8$,

方程两边同时除以 3, 得 $x^2 - 2x = \frac{8}{3}$,

配方, 得 $x^2 - 2x + 1 = \frac{8}{3} + 1$,

则 $(x-1)^2 = \frac{11}{3}$,

所以, $x - 1 = \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$,

所以, $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{33}}{3}$.

【点睛】 本题考查了配方法解一元二次方程, 掌握配方法是解题的关键.

24. 解方程: $2(3x-2) = (2-3x)(x+3)$

【答案】 $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = -5$

【解析】

【分析】 先移项, 然后通过提取公因式 $(3x-2)$ 进行因式分解;

【详解】 $(3x-2)(x+5) = 0$

$3x-2=0$ 或 $x+5=0$

$x = \frac{2}{3}$ 或 $x = -5$

∴原方程的解是 $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = -5$

【点睛】 本题主要考查因式分解法解一元二次方程，因式分解法解一元二次方程的一般步骤：①移项，使方程的右边化为零；②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积；③令每个因式分别为零，得到两个一元一次方程；④解这两个一元一次方程，它们的解就都是原方程的解.

四、解答题（第 25、26 题每题 6 分，第 27、28 题每题 7 分，第 29 题 9 分，共 35 分）

25. 先化简，再求值：已知 $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ，求 $\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+4-4x}}{x-2}$ 的值

【答案】 $1-2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先将 x 的值分母有理化，再根据二次根式的性质和运算法则化简原式，从而得出答案.

【详解】 $x = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = 3-2\sqrt{2}$

$$\frac{(1-x)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+4-4x}}{x-2}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{x-1} + \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2}$$

$$= x-1 + \frac{|x-2|}{x-2}$$

$$\because x-2=3-2\sqrt{2}-2=1-2\sqrt{2}<0$$

$$\therefore x-1 + \frac{|x-2|}{x-2} = x-1-1 = x-2$$

$$= 3-2\sqrt{2}-2$$

$$= 1-2\sqrt{2}$$

【点睛】 本题主要考查二次根式的化简求值，解题的关键是掌握分母有理化与分式的混合运算顺序与运算法则、二次根式的性质.

26. 已知 $y-1$ 与 $3x$ 成正比例，且当 $x=3$ 时， $y=4$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式；

(2) 当 $x = -1$ 时, 求 y 的值;

(3) 当 $-3 < y < 5$ 时, 求 x 的取值范围.

【答案】(1) $y = x + 1$

(2) $y = 0$

(3) $-4 < x < 4$

【解析】

【分析】本题考查考查了待定系数法求一次函数解析式: 先设出函数的一般形式, 如求一次函数的解析式时, 先设 $y = kx + b$; 再将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式, 得到关于待定系数的方程或方程组; 然后解方程或方程组, 求出待定系数的值, 进而写出函数解析式.

(1) 利用正比例函数的定义, 设 $y - 1 = 3kx$, 然后把已知的一组对应值代入求出 k 即可得到 y 与 x 的关系式;

(2) 利用 (1) 中关系式求出自变量为 -1 时对应的函数值即可;

(3) 先求出函数值是 -3 和 5 时的自变量 x 的值, x 的取值范围也就求出了.

【小问 1 详解】

解: 设 $y - 1 = 3kx$,

把 $x = 3$, $y = 4$ 代入得 $4 - 1 = 3 \times 3k$,

解得: $k = \frac{1}{3}$,

$\therefore y - 1 = 3 \times \frac{1}{3}x$,

即 $y = x + 1$;

【小问 2 详解】

解: 当 $x = -1$ 时, $y = -1 + 1 = 0$;

【小问 3 详解】

解: 当 $y = -3$ 时, $x + 1 = -3$,

解得: $x = -4$,

当 $y = 5$ 时, $x + 1 = 5$,

解得: $x = 4$,

$\therefore x$ 的取值范围是 $-4 < x < 4$.

27. 正比例函数的图像和反比例函数的图像相交于 A 、 B 两点, 点 A 在第二象限, 点 A 的横坐标为 -1 , 作

$AD \perp x$ 轴, 垂足为 D , O 为坐标原点, $S_{\triangle AOD} = 1$.

(1) 分别求正比例和反比例函数解析式;

(2) 若 x 轴上有点 C , 且 $S_{\triangle ABC} = 4$, 求 C 点的坐标.

【答案】 (1) 正比例函数解析式为 $y = -2x$; 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$

(2) $C(2, 0)$ 或 $(-2, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数和一次函数的交点, 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 还考查了坐标与图形的性质. 解题的关键是数形结合, 熟练掌握待定系数法.

(1) 先根据反比例函数和正比例函数的性质求出 A 点坐标是 $(-1, 2)$, B 点的坐标是 $(1, -2)$, 然后用待定系数法求出函数解析式即可;

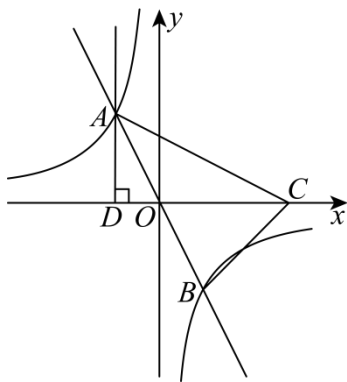
(2) 设 $C(x, 0)$, 根据 $S_{\triangle ABC} = 4$, A 点坐标是 $(-1, 2)$, B 点的坐标是 $(1, -2)$, 得出 $\frac{1}{2} \times 4|x| = 4$, 求出 x 的值, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 设反比例函数为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 正比例函数为 $y = ax (a \neq 0)$,

$\therefore$ 这两个函数的图象关于原点对称, A 点的横坐标为 -1 ,

$\therefore A$ 和 B 这两点应该是关于原点对称的, $OD = 1$,



$\therefore S_{\triangle AOD} = 1$,

$\therefore \frac{1}{2} AD = 1$, 则 $AD = 2$,

$\therefore A$ 点坐标是 $(-1, 2)$, B 点的坐标是 $(1, -2)$,

把 $(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 得: $k = -2$,

∴ 反比例函数解析式为: $y = -\frac{2}{x}$;

把 $(-1, 2)$ 代入 $y = ax (a \neq 0)$ 得: $a = -2$,

∴ 正比例函数解析式为: $y = -2x$;

【小问 2 详解】

解: 设 $C(x, 0)$,

∵ $S_{\triangle ABC} = 4$, A 点坐标是 $(-1, 2)$, B 点的坐标是 $(1, -2)$,

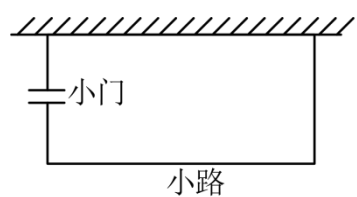
$$\therefore \frac{1}{2} OC \times (y_A - y_B) = 4,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 4|x| = 4,$$

解得 $x = \pm 2$,

∴ $C(2, 0)$ 或 $(-2, 0)$.

28. 如图, 现准备用 32 米长的木板建有关面积为 130 平方米的长方形仓库, 仓库的一边靠墙, 并在与墙垂直的一边开一道 1 米宽的小门.



(1) 如果墙长 15 米, 求仓库的长和宽;

(2) 如果墙长 a 米, 在离开墙 9 米开外仓库一侧修条小路, 那么墙长至少要多少米?

【答案】(1) 长为 13 米, 则宽为 10 米

(2) 20 米

【解析】

【分析】此题主要考查了一元二次方程的应用, 关键是看懂题意, 找出题目中的等量关系, 要注意判断所求的解是否符合题意, 舍去不合题意的解.

(1) 设长方形的长为 x , 则宽为 $\frac{32+1-x}{2}$ 米, 而仓库的面积为 130m^2 , 由此即可列出方程, 解方程就可以解决问题;

(2) 根据长方形的长 $>$ 宽列出不等式, 并解答.

【小问 1 详解】

设长方形的长为 x ，则宽为 $\frac{32+1-x}{2}$ 米，

由题意，得 $x \cdot \frac{32+1-x}{2} = 130$

解得 $x=13$ 或 $x=20$

当 $x=20$ 时，显然 $20 > 15$ ，不符合题意，舍去

所以 $x=13$ 。

答：长方形的长为 13 米，则宽为 10 米；

【小问 2 详解】

解：∵ 宽为 10 米 > 9 米，

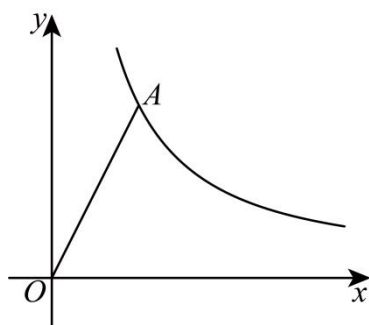
∴ 此时不符合题意。

当长为 20 米时，宽为 6.5 米 < 9 米，

∴ $a \geq 20$ 米，

∴ 墙长至少要 20 米。

29. 如图，已知直线 $y=2x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 交第一象限于点 $A(m, 6)$ 。



(1) 求点 A 的坐标和反比例函数的解析式；

(2) 将点 O 绕点 A 逆时针旋转 90° 至点 B，求直线 OB 的函数解析式；

(3) 在 (2) 的条件下，若点 C 是射线 OB 上的一个动点，过点 C 作 y 轴的平行线，交双曲线 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像于点 D，交 x 轴于点 E，且 $S_{\triangle DCO} : S_{\triangle DEO} = 2:3$ ，求点 C 的坐标。

【答案】(1) $A(3, 6)$ ； $y = \frac{18}{x}$

(2) $y = \frac{1}{3}x$

(3) 点 C 的坐标为 $(3\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 或 $(3\sqrt{10}, \sqrt{10})$

【解析】

【分析】(1) 点 $A(m, 6)$ 在直线 $y=2x$ ，可得出点 A 的横坐标，再将点 A 的坐标代入反比例解析式即可求

得反比例解析式；

点评

(2) 根据题意，找出点 B 的位置，过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于点 F ，过点 B 作 $BM \perp AF$ 于点 M ，可证 $\triangle AOF \cong \triangle BAM$ (AAS)，由此可得点 B 的坐标，由待定系数法可求出直线 OB 的解析式；

(3) 根据题意作出图形，由面积比可得 $DC:DE=2:3$ ，设点 C 的横坐标为 m ，由此表达点 D ， E 的坐标，进而可得 DC 和 DE 的长度，得出关于 m 的方程，解之即可。

【小问 1 详解】

解：点 $A(m, 6)$ 在直线 $y = 2x$ ，

$$\therefore 6 = 2m,$$

$$\therefore m = 3,$$

$\therefore$ 点 A 在第一象限，且点 A 的纵坐标为 6，

$$\therefore A(3, 6)$$

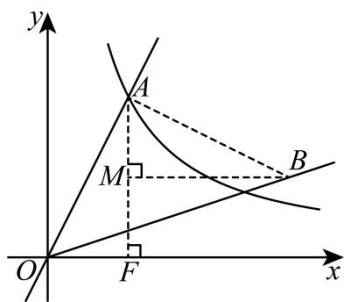
将点 $A(3, 6)$ 代入直线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，

$$\therefore k = 3 \times 6 = 18,$$

$$\therefore y = \frac{18}{x};$$

【小问 2 详解】

解：根据题意，找出点 B 的位置，过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于点 F ，过点 B 作 $BM \perp AF$ 于点 M ，如图，



$$\therefore \angle AFO = \angle AMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF + \angle OAF = \angle OAF + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle BAM,$$

由旋转可知， $OA = AB$ ，

$$\therefore \triangle AOF \cong \triangle BAM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AM = OF = 3, \quad BM = AF = 6,$$

$$\therefore B(9,3),$$

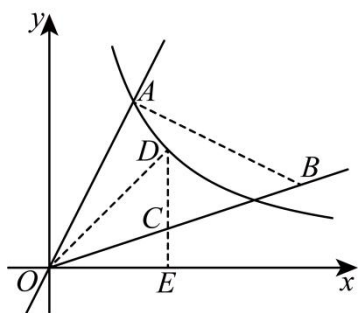
设直线 OB 的函数解析式为 $y = kx$,

$$\therefore 3k = 9, \text{ 即 } k = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \text{直线 } OB \text{ 的函数解析式为 } y = \frac{1}{3}x;$$

【小问3 详解】

解: 如图,



$$\therefore S_{\triangle DCO} = \frac{1}{2} DC \cdot OE, \quad S_{\triangle DEO} = \frac{1}{2} DE \cdot OE,$$

$$\therefore S_{\triangle DCO} : S_{\triangle DEO} = 2 : 3,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} DC \cdot OE \right) : \left(\frac{1}{2} DE \cdot OE \right) = 2 : 3, \text{ 即 } DC : DE = 2 : 3,$$

$$\therefore DC = \frac{2}{3} DE,$$

设点 C 的横坐标为 m , 由 (1) 可知双曲线的解析式为: $y = \frac{18}{x}$,

$$\therefore C\left(m, \frac{1}{3}m\right), \quad D\left(m, \frac{18}{m}\right), \quad E(m, 0),$$

$$\therefore DC = \left| \frac{1}{3}m - \frac{18}{m} \right|, \quad DE = \frac{18}{m},$$

$$\therefore \left| \frac{1}{3}m - \frac{18}{m} \right| = \frac{2}{3} \times \frac{18}{m}, \text{ 解得 } m = 3\sqrt{2} \text{ 或 } 3\sqrt{10},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (3\sqrt{2}, \sqrt{2}) \text{ 或 } (3\sqrt{10}, \sqrt{10}).$$

【点睛】 本题考查的是反比例函数与一次函数的综合题, 涉及到全等三角形的判定与性质, 三角形的面积、旋转的性质等知识, (2) 证得三角形全等是解题关键, (3) 中面积转化为线段的比值是解题关键.