

2024 学年第一学期八年级期中学习素养分析

数学学科

时间：100 分钟 满分：100 分

一、选择题：（共 18 分）

1. 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为（ ）

A. $\sqrt{x}$

B. $-\sqrt{-x}$

C. $-\sqrt{x}$

D. $\sqrt{-x}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质和化简，解题的关键是掌握二次根式的性质和化简．根据二次根式有意义的条件及二次根式的性质与化简进行计算即可得．

【详解】 解：由题意得， $x < 0$ ，

$$x\sqrt{-\frac{1}{x}} = -\sqrt{x^2 \times \left(-\frac{1}{x}\right)} = -\sqrt{-x},$$

故选：B.

2. 在二次根式 $\sqrt{0.3}$ 、 $\sqrt{\frac{a^4}{3}}$ 、 $\sqrt{3a}$ 、 $\sqrt{27}$ 、 $\frac{\sqrt{12}}{b}$ 、 $(a^2-b^2)\sqrt{75}$ 中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的有（ ）

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】D

【解析】

【分析】 此题主要考查了同类二次根式的定义，根据同类二次根式的定义，二次根式化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式即为同类二次根式，可得答案．

【详解】 解： $\because \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ， $\sqrt{\frac{a^4}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^2$ ， $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ ， $\frac{\sqrt{12}}{b} = \frac{2\sqrt{3}}{b}$ ，

$$(a^2-b^2)\sqrt{75} = 5\sqrt{3}(a^2-b^2),$$

$\therefore$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的有 $\sqrt{\frac{a^4}{3}}$ ， $\sqrt{3a}$ ， $\sqrt{27}$ ， $\frac{\sqrt{12}}{b}$ ， $(a^2-b^2)\sqrt{75}$ 中共 5 个，

故选：D.

3. 若方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $a+b+c=0$ 和 $a-b+c=0$, 则方程的根是 ()

- A. 1, 0 B. -1, 0 C. 1, -1 D. 无法确定

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程的根的定义, 将未知数的值代入方程, 计算后即可得出结论.

【详解】解: $\because ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$,

把 $x=1$ 代入得: $a+b+c=0$,

即方程的一个解是 $x=1$,

把 $x=-1$ 代入得: $a-b+c=0$,

即方程的一个解是 $x=-1$;

故选: C.

【点睛】本题考查了方程的解的定义, 掌握方程的解的定义并能准确利用定义进行判断是解题的关键.

4. 已知 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 是直线 $y = -\frac{1}{3}x$ 上的两点, 且 $x_1 > x_2$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 以上都不可能

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数的性质, 由 $k = -\frac{1}{3} < 0$, 利用一次函数的性质可得出 y 随 x 的增大而减小,

结合 $x_1 > x_2$, 即可得出 $y_1 < y_2$.

【详解】解: $\because k = -\frac{1}{3} < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

又 $\because x_1 > x_2$,

$\therefore y_1 < y_2$.

故选: B.

5. 函数 $y = kx$ 的图像过点 $(2, 6)$, 那么 $y = \left(\frac{3}{2} - k\right)x$ 的图像经过的象限是 ()

- A. 一、三 B. 一、二 C. 二、四 D. 三、四

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查求函数解析式，以及正比例函数的图象与性质. 利用待定系数法求得 $k=3$ ，得到

$y = \left(\frac{3}{2} - k\right)x$ 的解析式，再根据正比例函数的图象与性质判断，即可解题.

【详解】 解：∵ 函数 $y = kx$ 的图像过点 $(2,6)$ ，

$$\therefore 2k = 6,$$

解得 $k = 3$ ，

$$\therefore y = \left(\frac{3}{2} - 3\right)x = -\frac{3}{2}x,$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0,$$

那么 $y = \left(\frac{3}{2} - k\right)x$ 的图像经过的象限是二、四象限，

故选：C.

6. 下列说法中，正确的是（ ）

A. 一年中，时间 t 是气温 T 的函数

B. 正方形面积公式 $S = a^2$ 中， S 不是变量

C. 公共汽车全线有 15 个站，其中乘坐 1~5 站票价为 5 角，乘坐 6~10 站票价为 1 元，乘坐 11~15 站票价为 1.5 元，则票价 y 是乘车站数 x 的函数

D. 圆的周长与半径之间无函数关系

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查的是函数的定义，结合函数的概念可知，一个函数关系式有两个变量，其中一个自变量，另一个是自变量的函数，根据函数的定义进行判断即可.

【详解】 解：A. 一年中，同一个气温可以对应很多个时间，则时间 t 不一定是气温 T 的函数，原说法错误，故该选项不符合题意；

B. 正方形的面积公式 $S = a^2$ 中， S 和 a 都是变量，原说法错误，故该选项不符合题意；

C. 公共汽车全线有 15 个站. 其中 1~5 站票价 5 角，6~10 站票价 1 元，11~15 站票价 1.5 元，则票价 y 是乘车站数 x 的函数，原说法正确，故该选项符合题意；

D. 圆的周长 C 与半径 r 之间有函数关系为 $C = 2\pi r$ ，原说法错误，故该选项不符合题意；

故选：C.

二、填空题: (共 24 分)

7. 在 $\sqrt{14}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{\frac{1}{8}}$, $\sqrt{9}$ 中, 是最简二次根式的是_____.

【答案】 $\sqrt{14}$.

【解析】

【分析】 根据最简二次根式的定义 (被开方数不含有能开的尽方的因式或因数, 被开方数不含有分数), 判断即可.

【详解】 $\because \sqrt{14} = \sqrt{14}$, $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $\sqrt{9} = 3$,

$\therefore$ 在 $\sqrt{14}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{\frac{1}{8}}$, $\sqrt{9}$ 中是最简二次根式的是 $\sqrt{14}$,

故答案为 $\sqrt{14}$.

【点睛】 本题考查了对最简二次根式的理解, 能熟练地运用定义进行判断是解此题的关键.

8. 函数 $y = \frac{1}{-\sqrt{2-x}}$ 的定义域是_____.

【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】 本题考查的是函数自变量的取值范围的确定, 掌握二次根式的被开方数是非负数、分式分母不为 0 是解题的关键. 根据二次根式的被开方数是非负数、分式分母不为 0 列出不等式求解, 即可解题.

【详解】 解: 由题意得, $-\sqrt{2-x} \neq 0$ 且 $2-x \geq 0$,

整理得 $x \neq 2$ 且 $x \leq 2$,

解得 $x < 2$,

$\therefore$ 函数 $y = \frac{1}{-\sqrt{2-x}}$ 的定义域是 $x < 2$.

9. 计算: $\sqrt{a^2 - b^2} \div \sqrt{3a + 3b} =$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3(a-b)}}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的除法运算, 根据二次根式的除法运算法则进行计算即可.

【详解】解： $\sqrt{a^2 - b^2} \div \sqrt{3a + 3b}$

$$= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{3a + 3b}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{3a + 3b}}$$

$$= \sqrt{\frac{(a+b)(a-b)}{3(a+b)}}$$

$$= \sqrt{\frac{a-b}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3(a-b)}}{3}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3(a-b)}}{3}$.

10. 比较大小： $-3\sqrt{\frac{1}{3}}$ _____ $-2\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的大小比较，利用二次根式的性质将根号外的系数转入根号内是解题的关键.

利用二次根式的性质将 $-3\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $-2\sqrt{\frac{1}{2}}$ 变形，再比较大小.

【详解】解： $-3\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3}$ ， $-2\sqrt{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2}$ ，

$$\because \sqrt{3} > \sqrt{2},$$

$$\therefore -\sqrt{3} < -\sqrt{2},$$

$$\therefore -3\sqrt{\frac{1}{3}} < -2\sqrt{\frac{1}{2}},$$

故答案为： <.

11. 关于 x 的方程 $(m-2)x^2 + (m+2)x + 5m+2 = 0$ ，当 m _____ 时为一元一次方程.

【答案】 = 2

【解析】

【分析】此题利用了一元一次方程的概念，根据一元一次方程的定义进行解答即可.

【详解】解：当关于 x 的方程 $(m-2)x^2 + (m+2)x + 5m + 2 = 0$ 是一元一次方程时， $m-2=0$ 且 $m+2 \neq 0$ ，解得 $m=2$.

故答案为： $=2$.

12. 在实数范围内分解因式 $-2x^2 + x + 2 =$ _____.

【答案】 $-2\left(x - \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)$

【解析】

【分析】本题考查了实数范围内的因式分解，完全平方公式，以及平方差公式，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键，利用完全平方公式将 $-2x^2 + x + 2$ 化为 $-2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$ ，再提公因式 -2 ，最后结合平方差公式进行因式分解，即可解题.

【详解】解： $-2x^2 + x + 2 = -2\left[x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right] + \frac{17}{8}$

$$= -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$
$$= -2\left[\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{17}{16}\right]$$
$$= -2\left(x - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}\right)$$
$$= -2\left(x - \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right).$$

故答案为： $-2\left(x - \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)$.

13. 已知 $f(x) = x^2 + 1$ ，则 $f(\sqrt{2}) =$ _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的性质，正确计算是关键.

将 $x = \sqrt{2}$ 代入求解即可.

【详解】解: $\because f(x) = x^2 + 1$

$$\therefore f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 + 1 = 3.$$

故答案为: 3.

14. 如果函数 $y = mx + 3 - m$ 是正比例函数, 则 $m =$ _____.

【答案】3

【解析】

【分析】此题主要考查了正比例函数的定义. 解题关键是掌握正比例函数 $y = kx$ 的定义条件: k 为常数且 $k \neq 0$, 自变量次数为 1.

由正比例函数的定义: 可得 $3 - m = 0$, 且 $m \neq 0$, 然后解答即可.

【详解】解: 由正比例函数的定义可得: $3 - m = 0$, 且 $m \neq 0$,
解得, $m = 3$;

故答案为: 3.

15. 上海与杭州两地之间的距离是 140 km, 若汽车以每小时 60 km 的速度匀速从杭州开往上海, 则汽车距杭州的路程 s 与行驶的时间 t 之间的函数关系式为_____.

【答案】 $s = 60t \left(0 \leq t \leq \frac{7}{3} \right)$

【解析】

【分析】本题主要考查了根据实际问题列一次函数关系, 正确掌握路程、时间、速度之间的关系是解题关键. 根据题意得到时间 t 的取值范围, 再结合路程、时间、速度之间的关系列出函数关系式即可.

【详解】解: $140 \div 60 = \frac{7}{3}$ (小时),

$$\therefore s = 60t \left(0 \leq t \leq \frac{7}{3} \right).$$

故答案为: $s = 60t \left(0 \leq t \leq \frac{7}{3} \right)$.

16. 2014 年某市人均 GDP 约为 2012 年的 1.21 倍, 如果该市每年的人均 GDP 增长率相同, 那么增长率为_____.

【答案】0.1##10%

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的实际运用，根据题意找出等量关系，并列式求解，即可解题.

【详解】 解：设该市每年的人均 GDP 增长率为 x ，

根据题意得： $(1+x)^2 = 1.21$ ，

整理得 $x = -1 \pm 1.1$ ，

解得 $x_1 = 0.1$ ， $x_2 = -2.1$ （不合题意，舍去），

故答案为： 0.1.

17. 若方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根是 -3 和 4 ，则 $p =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系，对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，若 x_1, x_2 是该方程的两个实数根，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ ，据此可得 $-p = -3 + 4 = 1$ ，即 $p = -1$.

【详解】 解： $\because$ 方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根是 -3 和 4 ，

$\therefore -p = -3 + 4 = 1$ ，

$\therefore p = -1$ ，

故答案为： -1 .

18. 已知： $a > 0$ ， $b > 0$ ， $a + 3\sqrt{ab} - 10b = 0$ ， $\frac{2a-b}{a+\sqrt{ab}} =$ _____.

【答案】 $\frac{7}{6}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，化简二次根式，分式的求值，先根据题意得到 $3\sqrt{ab} = 10b - a$ ，进而得到 $9ab = 100b^2 - 20ab + a^2$ ，则可求出 $a = 4b$ 或 $a = 25b$ （舍去），据此把 $a = 4b$ 代入所求式子中计算求解即可.

【详解】 解： $\because a + 3\sqrt{ab} - 10b = 0$ ，

$\therefore 3\sqrt{ab} = 10b - a$ ，

$\therefore 9ab = 100b^2 - 20ab + a^2$ ，

$$\therefore 100b^2 - 29ab + a^2 = 0,$$

$$\therefore (25b - a)(4b - a) = 0,$$

$$\therefore a = 4b \text{ 或 } a = 25b \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \frac{2a-b}{a+\sqrt{ab}} = \frac{8b-b}{4b+\sqrt{4b^2}} = \frac{7b}{4b+2b} = \frac{7}{6},$$

故答案为: $\frac{7}{6}$.

三、解答题: (19-23 题每题 8 分, 24、25 题每题 9 分, 共 58 分)

19. (1) 计算: $\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{0.5}$

(2) 解不等式: $\sqrt{3}x + \sqrt{8} < \sqrt{27}x + \sqrt{32}$

【答案】(1) $\frac{4\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2}$; (2) $x > -\frac{\sqrt{6}}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式的混合计算, 解一元一次不等式:

(1) 先化简二次根式和计算二次根式除法, 再计算二次根式加减法即可得到答案;

(2) 先化简二次根式, 再按照移项, 合并同类项, 系数化为 1 的步骤解不等式即可得到答案.

【详解】解: (1) $\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{0.5}$

$$= 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2};$$

(2) $\because \sqrt{3}x + \sqrt{8} < \sqrt{27}x + \sqrt{32},$

$$\therefore \sqrt{3}x + 2\sqrt{2} < 3\sqrt{3}x + 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}x < 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2},$$

$$\therefore -2\sqrt{3}x < 2\sqrt{2},$$

$$\therefore x > -\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}, \text{ 即 } x > -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

20. (1) 用配方法解方程: $3x^2 + 6x - 1 = 0$

(2) 解方程: $2x(2x-1) = 1-2x$

【答案】 (1) $x_1 = -1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = -1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$; (2) $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了配方法解一元二次方程, 因式分解法解一元二次方程, 解题时要注意解题步骤的准确应用.

(1) 先将二次项系数化为 1, 利用配方法求解, 即可解题;

(2) 利用因式分解法求解, 即可解题.

【详解】 解: (1) $3x^2 + 6x - 1 = 0$

$$x^2 + 2x - \frac{1}{3} = 0$$

$$(x^2 + 2x + 1) - 1 - \frac{1}{3} = 0$$

$$(x+1)^2 = \frac{4}{3}$$

$$x+1 = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x_1 = -1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad x_2 = -1 - \frac{2\sqrt{3}}{3};$$

(2) $2x(2x-1) = 1-2x$

$$2x(2x-1) + 2x - 1 = 0$$

$$(2x+1)(2x-1) = 0$$

即 $2x+1=0$ 或 $2x-1=0$,

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

21. 已知 y 与 $x-1$ 成正比例, 当 $x=2$ 时, $y=-6$.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式

(2) 当 $x=-2$ 时, 求函数值 y

(3) 当 $y=6$, 求自变量 x 的值

【答案】 (1) $y = -6x + 6$

(2) 18

(3) $x = 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数解析式, 求一次函数自变量的值或函数值, 正比例函数的定义:

(1) 根据题意可设 $y = k(x-1) (k \neq 0)$, 再利用待定系数法求解即可;

(2) 把 $x = -2$ 代入 (1) 所求解析式中求出 y 的值即可;

(3) 把 $y = 6$ 代入 (1) 所求解析式中求出 x 的值即可.

【小问 1 详解】

解: $\because y$ 与 $x-1$ 成正比例,

$\therefore$ 可设 $y = k(x-1) (k \neq 0)$,

$\because$ 当 $x = 2$ 时, $y = -6$,

$\therefore -6 = k(2-1)$,

$\therefore k = -6$,

$\therefore y = -6(x-1) = -6x + 6$;

【小问 2 详解】

解: 在 $y = -6x + 6$ 中, 当 $x = -2$ 时, $y = -6 \times (-2) + 6 = 12 + 6 = 18$;

【小问 3 详解】

解: 在 $y = -6x + 6$ 中, 当 $y = 6$ 时, $-6x + 6 = 6$, 解得 $x = 0$.

22. 已知: 关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m = 0$ 有两个相等的实数根

(1) 求 m 的值

(2) 求此时方程的根

【答案】 (1) $m = -\frac{4}{3}$

(2) $x_1 = x_2 = -2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式，解一元二次方程：

(1) 根据题意可得 $\Delta = [-2(m+2)]^2 - 4m(m+1) = 0$ ，据此求出 m 的值，再根据二次项系数不为 0 进行验证即可得到答案；

(2) 根据 (1) 所求求出原方程，再解方程即可得到答案.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = [-2(m+2)]^2 - 4m(m+1) = 0,$$

$$\therefore 4(m^2 + 4m + 4) - 4m^2 - 4m = 0,$$

$$\therefore 4m^2 + 16m + 16 - 4m^2 - 4m = 0,$$

$$\therefore m = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{此时 } m+1 = -\frac{1}{3} \neq 0,$$

$$\therefore m = -\frac{4}{3};$$

【小问 2 详解】

解： 由 (1) 得原方程为 $-\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = 0$ ，即 $x^2 + 4x + 4 = 0$ ，

$$\therefore (x+2)^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = x_2 = -2.$$

23. 已知： $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ， $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ，求 $x^2 + xy + y^2$ 的平方根；

【答案】 $\pm 3\sqrt{11}$

【解析】

【分析】 本题考查平方差公式，完全平方公式的运用，二次根式的混合运算，求一个数的平方根，根据题意结合平方差公式，完全平方公式得到 xy ， $x+y$ 的值，再将 $x^2 + xy + y^2$ 变形为 $(x+y)^2 - xy$ 求解，最后利用平方根概念求解，即可解题.

【详解】 解： $\because x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ， $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ，

$$\therefore xy = \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \right) \times \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \right) = 1,$$

$$x+y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$= 3 - 2\sqrt{6} + 2 + 3 + 2\sqrt{6} + 2$$

$$= 10,$$

$$\text{则 } x^2 + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - xy = (x+y)^2 - xy = 10^2 - 1 = 99,$$

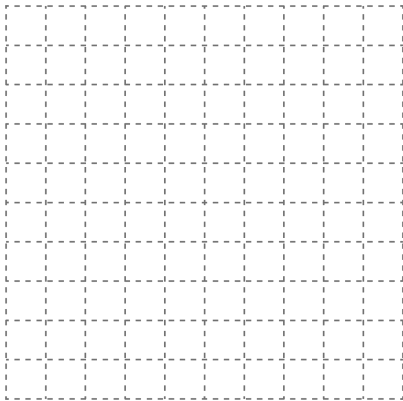
$$\therefore x^2 + xy + y^2 \text{ 的平方根为 } \pm\sqrt{99} = \pm 3\sqrt{11}.$$

24. 探究活动：函数 $y = |x-1|$ 的图象与性质.

(1) 函数 $y = |x-1|$ 的自变量 x 取值范围是_____;

(2) 在下面网格中，建立平面直角坐标系 xOy ，参考画正比例函数图形的经验，画出 $y = |x-1|$ 的图象；

(3) 根据画出的函数图象，得出了如下几条结论：



①函数有最小值为 0；②当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大；

③图像关于过点 $(1,0)$ 且垂直于 x 轴的直线对称；

④图像关于点 $(1,0)$ 中心对称.

上述结论中正确的是_____. (只填序号)

(4) 已知 $P(m, 2)$ 为 $y = |x-1|$ 图像上一点，A 点是 $y = |x-1|$ 图像与 x 轴的交点， $B(0, 3)$ ，那么 $\triangle ABP$ 的面积是_____.

【答案】(1) 任意实数

(2) 见解析 (3) ①②③

(4) 4 或 2

【解析】

【分析】 本题考查的是函数的自变量的取值范围，画函数的图象，根据函数的图象归纳函数的性质，

(1) 根据题目中的函数解析式，可知含有自变量的代数式是整式，从而可得 x 的取值范围；

(2) 根据 $y = |x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ 1-x & (x < 1) \end{cases}$ ，结合取值范围分别画两个正比例函数的函数图象即可；

(3) 根据函数图象可以判断该函数的性质；

(4) 先求出 $P(m, 2)$ 点坐标，再根据割补法求 $\triangle ABP$ 的面积即可.

【小问 1 详解】

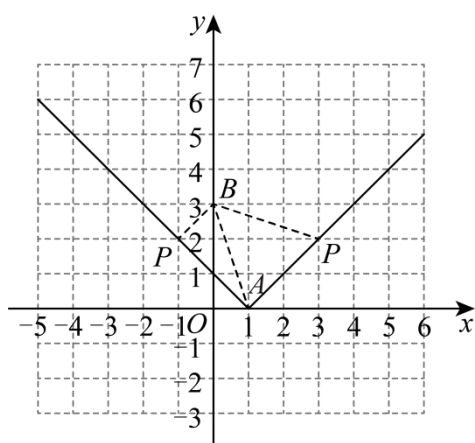
解：在函数 $y = |x-1|$ 中，自变量 x 的取值范围是 x 为任意实数，

故答案为：任意实数；

【小问 2 详解】

解： $\because y = |x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ 1-x & (x < 1) \end{cases}$ ，

$\therefore$ 函数 $y = |x-1|$ 图象如图所示：



【小问 3 详解】

解：由函数图象可知，

①函数有最小值为 0，正确；

②当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，正确；

③图象关于过点 $(1, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线对称，正确；

④图像关于点(1,0)中心对称, 错误.

故答案为: ①②③.

【小问 4 详解】

解: $\because P(m, 2)$ 为 $y = |x-1|$ 图像上一点,

$$\therefore 2 = |m-1|,$$

解得 $m = 3$ 或 $m = -1$,

$$\therefore P(3, 2) \text{ 或 } P(-1, 2),$$

$\because A$ 点是 $y = |x-1|$ 图像与 x 轴的交点,

$$\therefore A(1, 0),$$

$$\therefore B(0, 3),$$

$$\text{当 } P(3, 2) \text{ 时, } S_{\triangle ABP} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 9 - 2 - 3 = 4;$$

$$\text{当 } P(-1, 2) \text{ 时, } S_{\triangle ABP} = 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 6 - \frac{1}{2} - 2 - \frac{3}{2} = 2;$$

故答案为: 4 或 2.

25. “中秋季”是我国传统节日, 某商店销售“美心”和“杏花楼”两个品牌的月饼, 每盒“美心”月饼的售价是 100 元, 每盒“杏花楼”月饼的售价是 80 元. 8 月份, 两个品牌的月饼一共销售 180 盒, 且总销售额为 16400 元,

(1) 8 月份卖出“美心”月饼多少盒?

(2) 9 月份, 月饼大量上市, 受此影响, “美心”月饼售价降低了 $a\%$ ($a\% < 30\%$), 销售量在 8 月份销售量的基础上增加了 $5a\%$, “杏花楼”月饼的售价降低了 $\frac{5}{4}a\%$, 销售量在 8 月份销售量的基础上增加了 $\frac{5}{2}a\%$, 结果 9 月份总销售额比 8 月份总销售额增加了 6800 元, 那么 9 月份“美心”月饼的售价为_____
(用含 a 的代数式表示), 9 月份“杏花楼”月饼的销售量为_____
(用含 a 的代数式表示), 直接写出 a 的值是_____

【答案】(1) 8 月份卖出“美心”月饼 100 盒

$$(2) 100(1-a\%), 80\left(1+\frac{5}{2}a\%\right), 20$$

【解析】

【分析】本题考查一元一次方程的运用, 代数式表示, 以及一元二次方程的运用, 解题的关键在于根据题

意找准等量关系.

(1) 设 8 月份卖出“美心”月饼 x 盒, 则 8 月份卖出“杏花楼”月饼 $(180-x)$ 盒, 根据“总销售额为 16400 元,” 建立方程求解, 即可解题;

(2) 根据题意列出代数式即可得到 9 月份“美心”月饼的售价与 9 月份“杏花楼”月饼的销售量, 再根据“9 月份总销售额比 8 月份总销售额增加了 6800 元,” 建立方程求解, 即可解题.

【小问 1 详解】

解: 设 8 月份卖出“美心”月饼 x 盒,

则 8 月份卖出“杏花楼”月饼 $(180-x)$ 盒,

根据题意可知: $100x + 80(180-x) = 16400$,

整理得 $20x = 2000$,

解得 $x = 100$,

答: 8 月份卖出“美心”月饼 100 盒.

【小问 2 详解】

解: 根据题意可知, 9 月份“美心”月饼的售价为 $100(1-a\%)$,

9 月份“美心”月饼的销售量为 $100(1-5a\%)$,

9 月份“杏花楼”月饼的售价为 $80\left(1-\frac{5}{4}a\%\right)$,

9 月份“杏花楼”月饼的销售量为 $80\left(1+\frac{5}{2}a\%\right)$,

$$\therefore 100(1-a\%) \times 100(1-5a\%) + 80\left(1-\frac{5}{4}a\%\right) \times 80\left(1+\frac{5}{2}a\%\right) = 16400 + 6800,$$

整理得 $-7a^2 + 480a - 6800 = 0$,

解得 $a_1 = 20$, $a_2 = \frac{340}{7}$,

$Q a\% < 30\%$,

$\therefore a = 20$.

故答案为: $100(1-a\%)$, $80\left(1+\frac{5}{2}a\%\right)$, 20.