

上海市淞谊实验学校 2024-2025 学年八年级数学上学期期中考试试卷

淞谊实验学校八年级数学期中考试

一、单选题

1. 下列各式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{8}$

C.

$\sqrt{12}$

D. $\sqrt{24}$

【答案】B

【解析】

【分析】先将各个选项化为最简二次根式再和 $\sqrt{2}$ 比较即可

【详解】A. $\sqrt{4}=2$ ，与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，此项错误

B. $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，此项正确

C. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，此项错误

D. $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，此项错误

故选 B

【点睛】本题考查了二次根式的基本概念，解题的关键是先化成最简二次根式

2. 下列方程中，没有实数根的是（ ）

A. $x^2-3x=0$

B. $x^2-3x-2=0$

C. $x^2-3x+3=0$

D. $x^2-3x+2=0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据根的判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$ ，有两个不相等的实数根； $\Delta=b^2-4ac=0$ 有两个相等的实数根； $\Delta=b^2-4ac<0$ ，没有实数根；逐个分析计算即可。

【详解】A. $x^2-3x=0$ ， $\Delta=(-3)^2-4\times 1\times 0=9>0$ ，有两个不相等的实数根；

B. $x^2-3x-2=0$ ， $\Delta=(-3)^2-4\times 1\times (-2)=9+8=17>0$ ，有两个不相等的实数根；

C. $x^2-3x+3=0$ ， $\Delta=(-3)^2-4\times 1\times 3=9-12=-3<0$ ，没有实数根；

D. $x^2-3x+2=0$ ， $\Delta=(-3)^2-4\times 1\times 2=9-8=1>0$ ，有两个不相等的实数根；

故选 C

【点睛】 本题考查利用根的判别式判断一元二次方程根的情况，熟练掌握根的判别式与一元二次方程的根之间的关系是解题关键.

3. 下列方程一定是一元二次方程的是 ()

A. $xy + x = y$

B. $x^2 = -2$

C. $ax^2 + 2x = 0$

D. $(x-5)x = x^2 - 5x - 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的定义，根据一元二次方程的定义逐项判断即可.

【详解】 因为 $xy + x = y$ 是二元方程，所以 A 不符合题意；

因为 $x^2 = -2$ 是一元二次方程，所以 B 符合题意；

因为当 $a = 0$ 时 $ax^2 + 2x = 0$ 不是一元二次方程，所以 C 不符合题意；

因为 $(x-5)x = x^2 - 5x - 1$ 整理得 $x^2 - 5x = x^2 - 5x - 1$ ，即 $0 = -1$ ，所以 D 不符合题意.

故选： B.

4. 下列命题中，假命题的是 ()

A. 在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行

B. 面积相等的两个三角形全等

C. 等腰三角形的顶角平分线垂直于底边

D. 三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角

【答案】 B

【解析】

【分析】 分别利用平行线的判定、三角形全等的判定方法、等腰三角形的性质以及三角形外角的性质逐一判断即可.

【详解】 A. 在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行，是真命题，故选项 A 不合题意；

B. 面积相等的两个三角形不一定全等， 故选项 B 是假命题，符合题意；

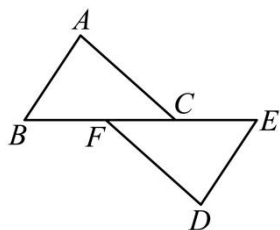
C. 等腰三角形的顶角平分线垂直于底边，是真命题，故选项 C 不合题意；

D. 三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角，是真命题，故选项 D 不合题意，

故选： B

【点睛】 本题考查了命题的真假，熟练掌握已经学过的概念、性质、定理是解题的关键.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中, B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上, 若 $BF = CE$, $AC = FD$, 则下列补充的条件: ① $\angle E = \angle B$; ② $AC \parallel DF$; ③ $\angle A = \angle D$, 能说明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 0 个

【答案】A

【解析】

【分析】 本题主要考查三角形全等的判定; 熟练应用三角形的判定方法中的条件是解题的关键; 根据全等三角形的判定方法逐个判断即可.

【详解】 解: $\because BF = CE$,

$\therefore BC = EF$,

又 $\because AC = FD$,

$\therefore$ 当 $\angle E = \angle B$ 时, 是 “SSA”, 故①不能;

当 $AC \parallel DF$ 时, 可得 $\angle ACB = \angle DFE$, 满足 “SAS”, 故②可以;

当 $\angle A = \angle D$ 时, 是 “SSA”, 故③不能;

综上所述能说明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的有 1 个,

故选 A

6. 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为 ()

- A. $\sqrt{x}$ B. $-\sqrt{-x}$ C. $-\sqrt{x}$ D. $\sqrt{-x}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质, 熟练掌握性质是解答本题的关键. 根据二次根式的性质

$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$ 化简即可.

【详解】 解: $\because -\frac{1}{x} > 0$,

$\therefore x < 0$,

$$\therefore x\sqrt{-\frac{1}{x}} = x\sqrt{-\frac{x}{x^2}} = x \times \left| \frac{1}{x} \right| \sqrt{-x} = x \times \left(-\frac{1}{x} \right) \sqrt{-x} = -\sqrt{-x}.$$

故选 B.

二、填空题

7. 化简: $\sqrt{18} =$ _____.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的性质，据此化简作答即可，会利用二次根式的性质正确化简是解答的关键.

【详解】 解: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2},$

故答案为: $3\sqrt{2}.$

8. 使得二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 的 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式有意义的条件，根据二次根式有意义的条件是被开方数大于等于 0 进行求解即可.

【详解】 解: $\because$ 二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 有意义,

$$\therefore 2x+1 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2},$$

故答案为: $x \geq -\frac{1}{2}.$

9. 若 $ac < 0$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的情况是_____.

【答案】 有两个不相等的实数根

【解析】

【分析】 先判断出 Δ 的符号，再根据一元二次方程的根与 Δ 的关系即可得出结论.

【详解】 解: $\because \Delta = b^2 - 4ac, ac < 0,$

$$\therefore -4ac > 0,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根.

故答案为有两个不相等的实数根.

【点睛】 本题考查的是根的判别式，熟知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中，当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根是解答此题的关键.

10. 在实数范围内分解因式: $3x^2 - x - 1 =$ _____.

【答案】 $3\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)$

【解析】

【分析】 先解方程 $3x^2 - x - 1 = 0$ ，求得方程的两个根，即可求解.

【详解】 解: $3x^2 - x - 1 = 0$,

$$\therefore a = 3, b = -1, c = -1,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13,$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6},$$

$$\therefore x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{6}, x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{6},$$

$$\therefore 3x^2 - x - 1 = 3\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right).$$

故答案为: $3\left(x - \frac{1+\sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)$.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程，因式分解，正确的求得方程的两根是解题的关键.

11. 若最简二次根式 $\sqrt{1-2a}$ 和 $b\sqrt{7}$ 是同类二次根式，那么 $a+b$ 的值是_____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 先根据同类二次根式的定义求出 a 、 b ，再代入计算即可.

【详解】 解: $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{1-2a}$ 和 $b\sqrt{7}$ 是同类二次根式，

$$\therefore 1-2a = 7, \quad b-1 = 2,$$

$$\therefore a = -3, \quad b = 3,$$

$$\therefore a+b = -3+3 = 0,$$

故答案为 0.

【点睛】 本题考查了同类二次根式的定义，熟练掌握同类二次根式的定义是解答本题的关键. 化成最简二

次根式后，如果被开方式相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

12. 解不等式 $\sqrt{3x+1} > 2x$ ，原不等式的解集是 x _____.

【答案】 $< 2 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式，直接根据解一元一次不等式的步骤计算即可求解，掌握不等式的基本性质是解题的关键.

【详解】 解：移项得， $\sqrt{3x} - 2x > -1$ ，

合并同类项得， $(\sqrt{3} - 2)x > -1$ ，

系数化为1得， $x < \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ ，

即 $x < 2 + \sqrt{3}$ ，

故答案为： $< 2 + \sqrt{3}$.

13. 当 $x < 1$ 时，化简二次根式 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} =$ _____.

【答案】 $2 - x$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质可得 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ ，再结合 $x < 1$ 去掉绝对值符号即可.

【详解】 解： $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ ，

$\because x < 1$ ，

$\therefore x - 2 < 0$ ，

$\therefore \sqrt{x^2 - 4x + 4} = |x - 2| = 2 - x$ ，

故答案为： $2 - x$.

【点睛】 本题考查了二次根式的化简，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

14. 关于 x 的一元二次方程 $(m+3)x^2 - 5x - m^2 - 5m - 6 = 0$ 有一个根为 0，则 $m =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义、一元二次方程的解、解一元二次方程. 首先根据一元二次方程

的定义可知 $m \neq -3$ ，根据一元二次方程 $(m+3)x^2 - 5x - m^2 - 5m - 6 = 0$ 有一个根为 0，可得关于 m 的一元二次方程，用十字相乘法分解因式解方程可得： $m = -2$ 或 $m = -3$ (舍去)，把不符合要求的解舍去即可。

【详解】解：∵ $(m+3)x^2 - 5x - m^2 - 5m - 6 = 0$ 是一元二次方程，

$$\therefore m+3 \neq 0,$$

解得： $m \neq -3$ ，

∵ 一元二次方程 $(m+3)x^2 - 5x - m^2 - 5m - 6 = 0$ 有一个根为 0，

$$\therefore (m+3) \times 0^2 - 5 \times 0 - m^2 - 5m - 6 = 0,$$

$$\therefore m^2 + 5m + 6 = 0,$$

分解因式得： $(m+2)(m+3) = 0$ ，

$$\therefore m+2 = 0 \text{ 或 } m+3 = 0,$$

解得： $m = -2$ 或 $m = -3$ (舍去)，

故答案为：-2.

15. 方程 $x(x-1) = 2(x-1)$ 的根为_____.

【答案】 $x_1 = 1, x_2 = 2$

【解析】

【分析】利用因式分解法解一元二次方程即可得.

【详解】 $x(x-1) = 2(x-1)$,

$$x(x-1) - 2(x-1) = 0,$$

$$(x-1)(x-2) = 0,$$

$$x-1 = 0 \text{ 或 } x-2 = 0,$$

$$x = 1 \text{ 或 } x = 2,$$

$$\text{即 } x_1 = 1, x_2 = 2,$$

故答案为： $x_1 = 1, x_2 = 2$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程，主要解法包括：直接开平方法、配方法、公式法、因式分解法、换元法等，熟练掌握各解法是解题关键.

16. 某型号的手机六月份的售价为 2000 元，连续两次降价后，现售价为 1620 元. 如果设每次降价的百分率

为 x ，则可以列出方程_____.

【答案】 $2000(1-x)^2 = 1620$

【解析】

【分析】 根据题意，找到等量关系，列出方程即可.

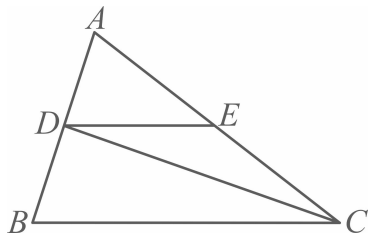
【详解】 解： 设每次降价的百分率为 x ，

由“售价为 2000 元，连续两次降价后，现售价为 1620 元”可得： $2000(1-x)^2 = 1620$ ，

故答案为： $2000(1-x)^2 = 1620$

【点睛】 此题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是理解题意，找到等量关系，正确列出方程.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 平分 $\angle ACB$ ，且 $CD \perp AB$ 于点 D ， $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E ， $BC = 3\text{cm}$ ， $AB = 2\text{cm}$. 那么 $\triangle ADE$ 的周长为_____ cm .



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的判定与性质、三角形中位线定理等知识，熟练掌握三角形中位线定理和等腰三角形的判定与性质是解题的关键.

先由等腰三角形的性质得 $AD = 1\text{cm}$ ，再证 $CE = AE = DE$ ，然后由三角形中位线定理得 $DE = AE = \frac{3}{2}\text{cm}$ ，即可解决问题.

【详解】 解： $\because CD$ 平分 $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD,$$

$\because CD \perp AB$ 于 D ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle B,$$

$$\therefore AC = BC = 3\text{cm},$$

$\because CD \perp AB$ ，

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 1\text{cm}, \quad \angle ADC = 90^\circ,$$

$\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle EDC = \angle BCD, \quad \angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ACD, \quad \angle A = \angle ADE,$$

$$\therefore DE = CE, \quad DE = AE,$$

$$\therefore CE = AE = DE,$$

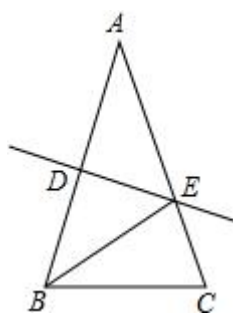
$\therefore DE$ 是 ABC 的中位线,

$$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}BC = \frac{3}{2}\text{cm},$$

$$\therefore ADE \text{ 的周长} = AD + DE + AE = 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 4\text{cm},$$

故答案为: 4.

18. 已知: 如图, 在 ABC 中, $AB = AC$, 线段 AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , 如果 $\angle EBC = 42^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____.



【答案】 32° ##32 度

【解析】

【分析】先根据等腰三角形的性质求出 $\angle ABC = \angle ACB$, 再根据线段垂直平分线的性质求出 $\angle A$ 与 $\angle ABE$ 的关系, 根据三角形内角和定理列方程解答即可.

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$\because DE$ 是线段 AB 的垂直平分线,

$$\therefore \angle A = \angle ABE,$$

设 $\angle A = x^\circ$, 则 $\angle ABC = \angle ACB = x^\circ + 42^\circ$,

$$\therefore \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\text{即 } x^\circ + x^\circ + 42^\circ + x^\circ + 42^\circ = 180^\circ,$$

解得, $x = 32^\circ$.

故 $\angle A = 32^\circ$.

故答案为: 32° .

【点睛】此题主要考查线段的垂直平分线的性质等几何知识. ①线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等; ②可得到等腰三角形, 再利用等腰三角形的知识解答.

19. “两个一元二次方程有且只有一个公共根, 这两个方程叫做互为好友方程, 这两个公共根叫做好友根.”

例如 $x^2 - x - 2 = 0$ 和 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 就是互为好友方程, 好友根为 $x = -1$. 如果 $x^2 - 1 = 0$ 和

$ax^2 - x - 2 = 0$ 就是互为好友方程, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】1 或 3

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的解及解一元二次方程, 正确理解“互为好友方程”的定义是解题关键. 先解出 $x^2 - 1 = 0$, 然后分为 $x = -1$ 和 $x = 1$ 两种情况, 再代入计算即可.

【详解】解: $\because x^2 - 1 = 0$,

$\therefore x = \pm 1$,

当好友根为 $x = -1$ 时, 则 $a + 1 - 2 = 0$,

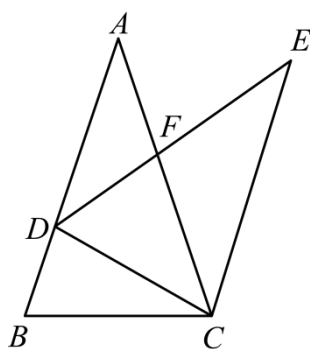
即 $a = 1$;

当好友根为 $x = 1$ 时, 则 $a - 1 - 2 = 0$,

即 $a = 3$;

故答案为: 1 或 3.

20. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转得 $\triangle CDE$, 使点 B 恰好落在边 AB 上点 D 处, 边 DE 交边 AC 于点 F (如图), 如果 $\triangle CDF$ 为等腰三角形, 则 $\angle A$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



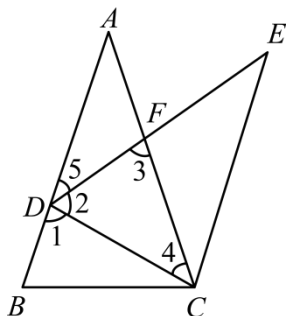
【答案】 36° 或 $\frac{180^\circ}{7}$

【解析】

【分析】如图, 设 $\angle B = x$, 利用等腰三角形的性质和三角形内角和定理得到 $\angle A = 180^\circ - 2x$, 再利用旋转的性质得 $CB = CD$, $\angle 2 = \angle B = x$, 则 $\angle 1 = \angle B = x$, 利用平角定理得 $\angle 5 = 180^\circ - 2x$, 利用三角形外角性质 $\angle 3 = 360^\circ - 4x$ 得, 讨论: 当 $CD = CF$ 时, $\angle 2 = \angle 3 = x$, 则 $x = 360^\circ - 4x$; 当 $CD = DF$ 时,

$\angle 4 = \angle 3$ ，利用 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 得到 $x + 2(360^\circ - 4x) = 180^\circ$ ；当 $CF = DF$ 时， $\angle 2 = \angle 4 = x$ ，利用 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 得到 $x + x + 360^\circ - 2x = 180^\circ$ ，然后分别解关于 x 的方程，然后计算 $180^\circ - 2x$ 即可得到 $\angle A$ 的度数。

【详解】解：如图，设 $\angle B = x$ ，



$\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle B = x$

$\therefore \angle A = 180^\circ - 2x$ ，

$\because \triangle ABC$ 绕点 C 旋转得 $\triangle CDE$ ，使点 B 恰好落在边 AB 上点 D 处，

$\therefore CB = CD$ ， $\angle 2 = \angle B = x$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle B = x$ ，

$\therefore \angle 5 = 180^\circ - 2x$ ， $\angle 3 = \angle A + \angle 5 = 360^\circ - 4x$ ，

当 $CD = CF$ 时， $\triangle CDF$ 为等腰三角形，即 $\angle 2 = \angle 3 = x$ ，则 $x = 360^\circ - 4x$ ，解得 $x = 72^\circ$ ，此时 $\angle A = 180^\circ - 2x = 36^\circ$ ；

当 $CD = DF$ 时， $\triangle CDF$ 为等腰三角形，即 $\angle 4 = \angle 3$ ，而 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，则 $x + 2(360^\circ - 4x) = 180^\circ$ ，

解得 $x = \frac{540^\circ}{7}$ ，此时 $\angle A = 180^\circ - 2x = \frac{180^\circ}{7}$ ，

当 $CF = DF$ 时， $\triangle CDF$ 为等腰三角形，即 $\angle 2 = \angle 4 = x$ ，而 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，

则 $x + x + 360^\circ - 4x = 180^\circ$ ，解得 $x = 90^\circ$ （舍去），

综上所述， $\triangle CDF$ 为等腰三角形时 $\angle A$ 的度数为 36° 或 $\frac{180^\circ}{7}$ ，

故答案为 36° 或 $\frac{180^\circ}{7}$ 。

【点睛】本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等。也考查了三角形内角和、等腰三角形的性质和分类讨论思想。

三、解答题

21. 计算: $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{10} + \sqrt{45} + \sqrt{1\frac{1}{4} - \frac{1}{2-\sqrt{5}}}$.

【答案】 $\frac{33}{2}\sqrt{5} + 2$

【解析】

【分析】 根据二次根式的混合运算法则进行计算即可求解.

【详解】 解: $2\sqrt{2} \times 3\sqrt{10} + \sqrt{45} + \sqrt{1\frac{1}{4} - \frac{1}{2-\sqrt{5}}}$

$$= 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$$

$$= 12\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} + 2 + \sqrt{5}$$

$$= \frac{33}{2}\sqrt{5} + 2.$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算, 掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

22. 计算: $\frac{2}{m}\sqrt{m^2n} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{mn^2}\right) \div \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{m}{n}}\right) \quad (m>0).$

【答案】 $9n^2$

【解析】

【分析】 先把除法转换为乘法, 再分别计算系数和被开方数, 最后化简即可.

【详解】 $\frac{2}{m}\sqrt{m^2n} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{mn^2}\right) \div \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{m}{n}}\right)$

$$= \frac{2}{m}\sqrt{m^2n} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{mn^2}\right) \times \left(3\sqrt{\frac{n}{m}}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{m} \times \frac{3}{2} \times 3\right) \sqrt{m^2n \times mn^2 \times \frac{n}{m}}$$

$$= \frac{9}{m} \sqrt{m^2n^4}$$

$$= \frac{9}{m} \times mn^2$$

$$= 9n^2$$

【点睛】 本题考查了二次根式的乘除混合运算, 熟练掌握乘法法则是解答本题的关键. 二次根式相乘, 把

系数相乘作为积的系数，被开方数相乘，并化为最简二次根式.

23. 解方程: $(x-2)(x+4)=1$.

【答案】 $x_1 = -1 + \sqrt{10}$, $x_2 = -1 - \sqrt{10}$

【解析】

【分析】 先将原方程化为一元二次方程的一般式，再利用公式法解方程即可.

【详解】 解：原方程化为 $x^2 + 2x - 9 = 0$,

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 40 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{40}}{2} = -1 \pm \sqrt{10},$$

$$\therefore x_1 = -1 + \sqrt{10}, x_2 = -1 - \sqrt{10}.$$

【点睛】 本题考查解一元二次方程，熟练掌握一元二次方程的解法是解答的关键.

24. 解方程: $\frac{x^2 - x}{2} - 2 = x$

【答案】 $x_1 = 4$, $x_2 = -1$

【解析】

【分析】 整理后分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【详解】 $\frac{x^2 - x}{2} - 2 = x$,

$$x^2 - x - 4 = 2x,$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0,$$

$$(x-4)(x+1) = 0,$$

$$x_1 = 4, x_2 = -1.$$

【点睛】 本题考查了解一元二次方程的应用，关键是能把一元二次方程转化成一元一次方程.

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k-2)x^2 - 2x - 3 = 0$.

(1) 如果 $x = -1$ 是该方程的一个根，求另一个根；

(2) 如果方程有两个实数根，求 k 的取值范围.

【答案】 (1) 另一个根为 $x = 3$;

(2) k 的取值范围是 $k \geq \frac{5}{3}$ 且 $k \neq 2$.

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的根、根与系数的关系、根的判别式.

(1) 将 $x = -1$ 代入 $(k-2)x^2 - 2x - 3 = 0$, 然后解方程即可得到 $k = 3$, 再根据根与系数的关系求得另一个根;

(2) 根据一元二次方程的定义得 $k-2 \neq 0$, 根的判别式 $\Delta \geq 0$, 可求得 k 的取值范围.

【小问 1 详解】

解: 将 $x = -1$ 代入 $(k-2)x^2 - 2x - 3 = 0$ 得

$$k - 2 + 2 - 3 = 0,$$

解方程得: $k = 3$,

故关于 x 的一元二次方程为: $x^2 - 2x - 3 = 0$,

解得: $x_1 = -1, x_2 = 3$,

故另一个根为 $x = 3$;

【小问 2 详解】

解: $\because k - 2 \neq 0$,

$$\therefore k \neq 2,$$

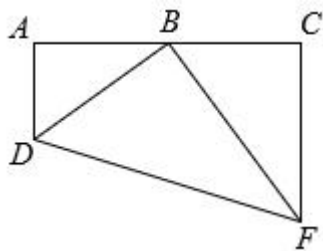
$\therefore$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times (k-2) \times (-3) \geq 0,$$

解之得: $k \geq \frac{5}{3}$,

故 k 的取值范围是 $k \geq \frac{5}{3}$ 且 $k \neq 2$.

26. 已知: 如图, $AD \parallel CF$, DB 平分 $\angle ADF$, $AD + CF = DF$. 求证: FB 平分 $\angle CFD$.

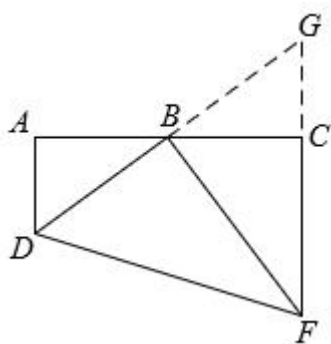


【答案】 见解析

【解析】

【分析】延长 DB 交 FC 的延长线于点 G ，根据等腰三角形的性质，要证明 FB 平分 $\angle CFD$ ，只需证明 $DB = GB$ 即可。

【详解】证明：如图，



延长 DB 交 FC 的延长线于点 G ，

$\because DB$ 平分 $\angle ADF$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle FDB$ ，

$\because AD \parallel CF$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle G$ ， $\angle A = \angle GCB$ ，

$\therefore \angle G = \angle FDB$ ，

$\therefore GF = DF$ ，

$\because GF = CG + CF$ ， $DF = AD + CF$ ，

$\therefore CG = AD$ ，

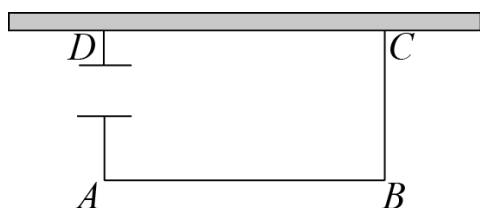
$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CGB$ (ASA)，

$\therefore DB = GB$ ，

$\therefore FB$ 平分 $\angle CFD$ (等腰三角形，三线合一)

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定和性质，角平分线的定义，全等三角形的判定与性质，添加合适的辅助线构造等腰三角形是解题的关键。

27. 如图，要建一个面积为 140 平方米的仓库，仓库的一边靠墙，这堵墙的长为 18 米，在与墙垂直的一边要开一扇 2 米宽的门。已知围建仓库的现有木板材料可使新建板墙的总长为 32 米，那么这个仓库的宽和长分别为多少米？



【答案】这个仓库的长和宽分别为 14 米、10 米

【解析】

【分析】首先设这个仓库的长为 x 米，则宽表示为 $\frac{1}{2}(32+2-x)$ ，再根据面积为 140 平方米的仓库可得 $x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140$ ，再解一元二次方程即可。

【详解】解：设这个仓库的长为 x 米，由题意得： $x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140$ ，

解得： $x_1=20$ ， $x_2=14$ ，

$\therefore$ 这堵墙的长为 18 米，

$\therefore x=20$ 不合题意舍去，

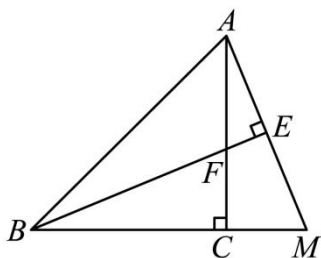
$\therefore x=14$ ，

宽为： $\frac{1}{2} \times (32+2-14) = 10$ (米)。

答：这个仓库的长和宽分别为 14 米、10 米。

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的应用，关键是正确理解题意，正确表示出长方形的长和宽。

28. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， BF 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 F ， $AE \perp BF$ 于点 E ， AE ， BC 的延长线交于点 M 。



(1) 求证： $AB = BM$ ；

(2) 求证： $BF = 2AE$ 。

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 根据角平分线的定义证明 $\triangle AEB \cong \triangle MEB$ 即可得到证明；

(2) 先结合对顶角相等证明 $\triangle BCF \cong \triangle ACM$ 得到 $BF = AM$ ，再结合 $\triangle AEB \cong \triangle MEB$ 得到 $AE = ME$ 即可得到证明。

【小问 1 详解】

由题意得 $BE \perp AM$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle MEB = 90^\circ$ ，

$\therefore BF$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle MBE,$$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle MEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle MEB = 90^\circ \\ BE = BE \\ \angle ABE = \angle MBE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle MEB (\text{ASA}),$$

$$\therefore AB = BM;$$

【小问 2 详解】

$$\because \angle FBC + \angle BFC = 90^\circ, \angle CAM + \angle AFE = 90^\circ,$$

由图可得 $\angle BFC = \angle AFE$,

$$\therefore \angle FBC = \angle CAM,$$

在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle ACM$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle ACM = 90^\circ \\ BC = AC \\ \angle FBC = \angle CAM \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle ACM (\text{ASA}),$$

$$\therefore BF = AM,$$

$$\because \triangle AEB \cong \triangle MEB,$$

$$\therefore AE = ME,$$

$$\therefore BF = AM = AE + ME = 2AE.$$

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质、对顶角相等和角平分线的定义 (从一个角的顶点 引出一条射线, 把这个角分成两个完全相同的角, 这条射线叫做这个角的角平分线), 灵活运用所学知识证明是解决本题的关键.

29. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 60^\circ$, $CE = DE$, $\angle CED = 120^\circ$, 连接 AE .

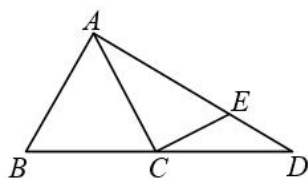


图 1

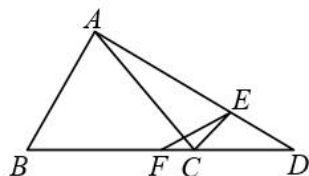


图 2

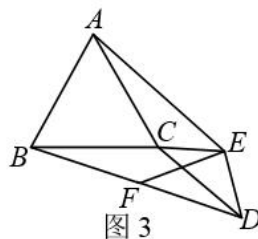


图 3

(1) 当 B 、 C 、 D 在一条直线上时,

①如图 1, 若 A 、 E 、 D 也在同一直线上, 且 $BC = CD$, 求证: $\angle AEC = 60^\circ$;

②如图 2, 若 $BC \neq CD$, 点 F 是 BD 的中点, 连接 EF , 求证: $\angle AEF = 60^\circ$;

(2) 如图 3, 当 B 、 C 、 D 不在一条直线上时, 且 $BC \neq CD$, 连接 BD , 点 F 是 BD 的中点, 连接 EF , 求证: $\angle AEF = 60^\circ$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) ①可直接得出 $\angle AEC = 180^\circ - \angle CED = 60^\circ$;

②延长 EF 至 G , 使 $GF = EF$, 证 $\triangle BGF \cong \triangle EDF$, 再证 $\triangle ABG \cong \triangle ACE$, 可推出 $\triangle AEG$ 是等边三角形, 命题得证;

(2) 与②方法相同.

【小问 1 详解】

解: ①证明: $\angle AEC = 180^\circ - \angle CED$

$$= 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60^\circ;$$

②证明: 如图 2,

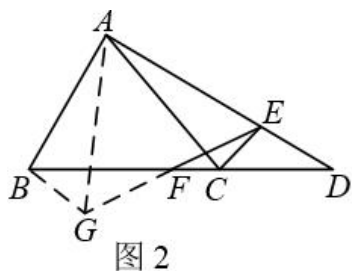


图 2

$$\because CE = DE, \angle CED = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle ECD = 30^\circ,$$

$$\because AB = AC, \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle ACB - \angle ECD = 90^\circ,$$

延长 EF 至 G , 使 $GF = EF$, 连接 BG , AG ,

$$\because \angle BFG = \angle EFD, BF = DF,$$

$$\therefore \triangle BFG \cong \triangle DFE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle GBF = \angle D = 30^\circ, BG = DE = CE,$$

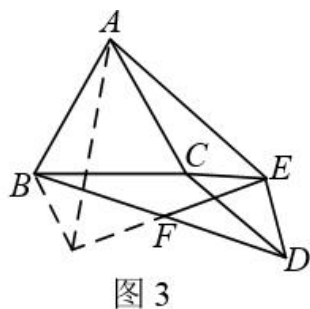
$$\therefore \angle ABG = \angle ABC + \angle FBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = \angle ACE,$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ACE$ (SAS),
 $\therefore AG = AE, \angle BAG = \angle CAE,$
 $\therefore \angle BAG + \angle GAC = \angle CAE + \angle GAC,$
 $\therefore \angle GAE = \angle BAC = 60^\circ,$
 $\therefore \triangle AGE$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle AEF = 60^\circ;$

【小问 2 详解】

如图 3, 延长 EF 至 G , 使 $GF = EF$, 连接 BG, AG ,



不妨设 $\angle CDF = \alpha, \angle CBD = \beta,$
 由②得, $\triangle BFG \cong \triangle DFE, AB = AC,$
 $\therefore BG = DE = CE, \angle GBF = \angle EDF = 30^\circ + \alpha,$
 $\therefore \angle ACE = 360^\circ - \angle ABC - \angle ECD - \angle BCD, \angle BCD = 180^\circ - (180^\circ - \angle CBD - \angle CDF),$
 $\therefore \angle ACE = 360^\circ - 60^\circ - 30^\circ - (180^\circ - \alpha - \beta) = 90^\circ + \alpha + \beta,$
 $\therefore \angle ABG = \angle ABC + \angle CBD + \angle GBF = 60^\circ + \beta + (30^\circ + \alpha) = 90^\circ + \alpha + \beta,$
 $\therefore \angle ABG = \angle ACE,$
 $\therefore \triangle ABG \cong \triangle ACE$ (SAS),

故由②得, $\angle AEF = 60^\circ.$

【点睛】本题考查了等边三角形性质, 全等三角形的判定和性质等知识, 解决问题的关键是熟悉“倍长中线”辅助线.