

2024 学年第一学期初二年级数学第二次过程性评价

时间：90 分钟 满分：100 分

(本次考试不得使用计算器)

一、填空 (本大题共 16 空, 每空 3 分, 共 48 分)

1. 一个命题是由_____两部分组成.

【答案】题设 (或条件) 和结论

【解析】

【分析】此题考查了命题的组成. 命题有两部分组成, 即题设 (或条件) 和结论. 据此回答即可.

【详解】解: 一个命题由题设 (或条件) 和结论两部分组成.

故答案为: 题设 (或条件) 和结论

2. 把 $x = \frac{5y+6}{2y-3}$ 化成 $y = f(x)$ 形式, 则 $y =$ _____.

【答案】 $\frac{3x+6}{2x-5}$

【解析】

【分析】本题考查的是用含 x 的代数式表示 y , 函数关系式的变形, 先去分母, 把 x 看作是自变量, 求解因变量 y 即可.

【详解】解: $\because x = \frac{5y+6}{2y-3},$

$$\therefore 2xy - 3x = 5y + 6,$$

$$\therefore 2xy - 5y = 3x + 6,$$

$$\therefore (2x - 5)y = 3x + 6,$$

$$\text{解得: } y = \frac{3x+6}{2x-5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3x+6}{2x-5}$$

3. 已知反比例函数 $y = \frac{2k-3}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数的性质, 根据反比例函数的增减性得出比例系数的正负是解题的关键. 由

于反比例函数的图象当 $x > 0$ 时, y 随 x 的值增大而增大, 可知比例系数为负数, 据此列出不等式解答即可.

【详解】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{2k-3}{x}$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore 2k-3 < 0,$$

$$\text{解得: } k < \frac{3}{2},$$

$$\text{故答案为: } k < \frac{3}{2}.$$

4. 有一直线方程 $2x+3y+5=0$, 则此直线在 y 轴上的截距为_____.

$$\text{【答案】 } -\frac{5}{3}$$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质, 熟知截距的概念是解题的关键. 根据截距的定义, 令 $x=0$ 即可解答.

【详解】解: $\because 2x+3y+5=0$,

$$\therefore \text{令 } x=0, \text{ 得 } y = -\frac{5}{3},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{5}{3}.$$

5. 直线 $y=2x-1$ 可由直线 $y=2x+3$ 向_____ (左或右) 平移_____个单位得到.

$$\text{【答案】 } \quad \text{①. 右} \quad \text{②. 2}$$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象与几何变换: 对于一次函数 $y=kx+b$, 把直线 $y=kx+b$ 向右平移或向左平移 $m(m>0)$ 个单位所得直线解析式为 $y=k(x-m)+b$ (或 $y=k(x+m)+b$).

利用直线平移的规律求解即可.

【详解】解: 直线 $y=2x-1=2(x-2)+3$ 可以由直线 $y=2x+3$ 向右平移 2 个单位得到.

故答案为: 右, 2.

6. 直线 $y=kx+b$ 和直线 $y=3x+2$ 在 y 轴上交点相同且过点 $(2,-3)$, 则 $k+b=_____$.

$$\text{【答案】 } -\frac{1}{2} \text{ 或 } -0.5$$

【解析】

【分析】本题主要考查待定系数法求解函数解析式, 一次函数图象与 y 轴的交点坐标. 先求解 $y=3x+2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,2)$, 再利用待定系数法求解解析式, 进一步可得答案.

【详解】解： $\because y = 3x + 2$,

当 $x = 0$, 则 $y = 2$,

$\therefore y = 3x + 2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 2)$,

$\because$ 直线 $y = kx + b$ 和直线 $y = 3x + 2$ 在 y 轴上交点相同,

$\therefore b = 2$,

$\because$ 直线 $y = kx + 2$ 过 $(2, -3)$,

$\therefore -3 = 2k + 2$,

解得: $k = -\frac{5}{2}$,

$\therefore k + b = -\frac{5}{2} + 2 = -\frac{1}{2}$;

故答案是: $-\frac{1}{2}$.

7. 函数 $y = (1 - 2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 牢记 $k < 0, b \leq 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象不经过第一象限是解题的关键. 由函数 $y = (1 - 2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限, 利用一次函数图象与系数的关系, 可得出关于 a 的一元一次不等式组, 解之即可求出 a 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = (1 - 2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限,

$$\therefore \begin{cases} 1 - 2a < 0 \\ 3a - 5 \leq 0 \end{cases},$$

解得: $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$,

$\therefore a$ 的取值范围是 $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$.

8. 一次函数 $y = kx + 4$ 的图像与两坐标轴所围三角形面积为 8, 则 $k =$ _____.

【答案】 ± 1

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与坐标轴的交点，三角形的面积计算，正确计算交点，学会把坐标转换成线段长度是解题的关键，求解交点坐标，利用面积建立方程求解即可.

【详解】解：∵一次函数 $y = kx + 4$

当 $x = 0$ ，则 $y = 4$ ，

当 $y = 0$ ，则 $y = kx + 4 = 0$ ，

解得： $x = -\frac{4}{k}$ ，

∴一次函数与 x 轴的交点为 $\left(-\frac{4}{k}, 0\right)$ ，与 y 轴的交点坐标为 $(0, 4)$ ，

∴一次函数 $y = kx + 4$ 的图像与两坐标轴围成的三角形面积为 8，

故 $\frac{1}{2} \times \left| -\frac{4}{k} \right| \times 4 = 8$ ，

∴ $|k| = 1$ ，

解得 $k = \pm 1$ ，经检验符合题意.

故答案为： ± 1 .

9. 命题“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”的逆命题是 _____. 它是 _____ 命题（填“真”或“假”）.

【答案】 ①. 如果一个三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形 ②. 真

【解析】

【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题. 命题“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”的条件是直角三角形，结论是斜边上的中线等于斜边的一半，故其逆命题：如果一个三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形.

【详解】解：定理“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”的逆命题：如果一个三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形. 它是真命题.

故答案为如果一个三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形；真.

【点睛】本题考查了互逆命题的知识及命题的真假判断，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

10. 若 k 为任意实数，直线 $y = kx - 2 + 3k$ 必过一定点，此定点坐标为_____.

【答案】 $(-3, -2)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征：一次函数图象上点的坐标满足其解析式。由

$y = kx - 2 + 3k$ 变形为 $y = k(x + 3) - 2$ ，则当 $x = -3$ 时无论 k 取什么值， y 都等于 -2 ，所以对任意实数 k ，直线 $y = kx + y = kx - 2 + 3k (2k + 1)$ 必过一定点 $(-3, -2)$ 。

【详解】 解：∵ $y = kx - 2 + 3k$

$$\therefore y = k(x + 3) - 2,$$

当 $x = -3$ 时， $y = -2$ ，

∴ 此定点坐标为 $(-3, -2)$ ，

故答案为 $(-3, -2)$ 。

11. 有一个长 110 米，宽为 100 米矩形操场，现长增加 x 米，宽也增加某个长度，使其扩建成周长为 520 米的矩形操场且面积为 S ，则 S 关于 x 的函数解析式为_____，定义域为_____。

【答案】 ①. $S = -x^2 + 40x + 16500$ ②. $0 < x < 50$

【解析】

【分析】 本题考查了函数的解析式，根据题意，找到所求量的等量关系是解决问题的关键。设宽增加了 y 米，依题意有 $2(110 + 100 + x + y) = 520$ ，则 $y = -x + 50$ ，则 $S = (110 + x)(100 - x + 50)$ ，再求出定义域即可。

【详解】 解：设宽增加了 y 米，

依题意有 $2(110 + 100 + x + y) = 520$ ，

则 $y = -x + 50$ ，

$$\therefore S = (110 + x)(100 - x + 50),$$

$$= (110 + x)(150 - x),$$

$$= -x^2 + 40x + 16500.$$

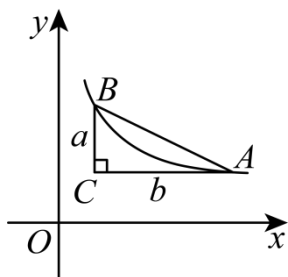
$$\therefore \begin{cases} x > 0 \\ 50 - x > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 < x < 50,$$

∴ 定义域为 $0 < x < 50$,

故答案为: $S = -x^2 + 40x + 16500$, $0 < x < 50$

12. 如图, 第一象限内 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两直角边 $a=1, b=2$ 且斜边顶点 A, B 均在 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图像上, 则

A 点坐标为_____.



【答案】 $\left(\sqrt{7}+1, \frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查的是反比例函数的性质, 一元二次方程的解法, 点的平移的性质, 设 $B\left(x, \frac{3}{x}\right)$, 则

$A\left(x+2, \frac{3}{x}-1\right)$, 再建立方程求解即可.

【详解】 解: ∵ 第一象限内 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两直角边 $a=1, b=2$ 且斜边顶点 A, B 均在 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图像上,

∴ 设 $B\left(x, \frac{3}{x}\right)$, 则 $A\left(x+2, \frac{3}{x}-1\right)$,

$$\therefore x \cdot \frac{3}{x} = (x+2)\left(\frac{3}{x}-1\right),$$

整理得: $x^2 + 2x - 6 = 0$,

解得: $x_1 = -1 + \sqrt{7}$, $x_2 = -1 - \sqrt{7}$ (不符合题意, 舍去), 经检验符合题意;

$$\therefore x+2 = -1 + \sqrt{7} + 2 = 1 + \sqrt{7}, \quad \frac{3}{x} - 1 = \frac{3}{-1 + \sqrt{7}} - 1 = \frac{\sqrt{7}-1}{2},$$

$$\therefore A\left(\sqrt{7}+1, \frac{\sqrt{7}-1}{2}\right),$$

故答案为: $\left(\sqrt{7}+1, \frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)$

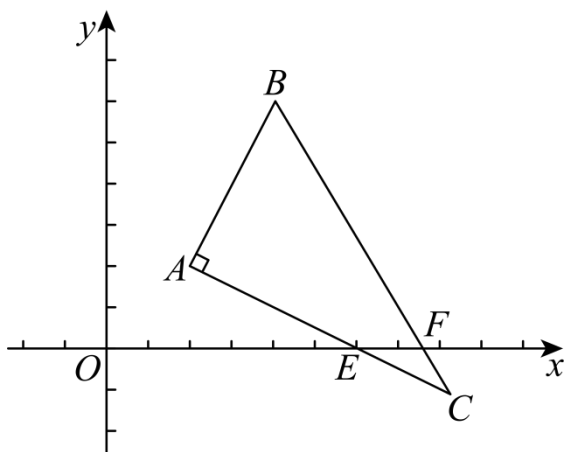
13. 已知平面直角坐标系中有三点 $A(2,2), B(4,6), C(8,-1)$, 三点连线组成一个 $\angle A = 90^\circ$ 的直角三角形, $AB = 2\sqrt{5}, AC = 3\sqrt{5}$, x 轴把 $\triangle ABC$ 分成上下两部分, 则上下两部分的面积之比为_____.

【答案】 20:1

【解析】

【分析】 本题考查的是坐标与图形, 一次函数的应用, 二次根式的乘法运算, 先计算 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 15$, 再求解直线 AC , BC 的解析式, 求解直线与坐标轴的交点坐标, 再进一步求解即可.

【详解】 解: 如图,



$$\because \angle A = 90^\circ, AB = 2\sqrt{5}, AC = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 15,$$

$$\because A(2,2), B(4,6), C(8,-1),$$

设直线 AC 为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 2 \\ 8k + b = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 为: } y = -\frac{1}{2}x + 3,$$

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{2}x+3=0$,

解得: $x=6$,

$\therefore E(6,0)$,

同理可得: 直线 BC 为 $y=-\frac{7}{4}x+13$,

当 $y=0$, 则 $-\frac{7}{4}x+13=0$,

解得: $x=\frac{52}{7}$,

$\therefore F\left(\frac{52}{7},0\right)$,

$\therefore EF=\frac{52}{7}-6=\frac{10}{7}$,

$\therefore S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}\times\frac{10}{7}\times 1=\frac{5}{7}$,

$\therefore S_{\text{四边形}AEFB}=15-\frac{5}{7}=\frac{100}{7}$,

$\therefore x$ 轴把 ABC 分成上下两部分, 则上下两部分的面积之比为 $\frac{100}{7}:\frac{5}{7}=20:1$;

故答案为: $20:1$.

二、选择 (本大题共 4 题, 每题 3 分, 共 12 分)

14. 若 $ac<0, ab>0$, 则一次函数 $y=\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}$ 的图象不经过第 () 象限

A. 一

B. 二

C. 三

D. 四

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数图象的性质, 熟练掌握一次函数图象与系数的关系是解决本题的关键. 由 $ac<0, ab>0$, 可得 a, c 异号, a, b 同号, b, c 异号, 可得函数图象经过二、三、四象限即可进行判断即可.

【详解】解: $\because ac<0, ab>0$,

$\therefore a, c$ 异号, a, b 同号,

$\therefore b, c$ 异号,

$\therefore \frac{a}{c}<0, \frac{b}{c}<0$,

$\therefore y = \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}$ 的图象经过第二、三、四象限，不过第一象限，

故选：A.

15. 下列命题中，逆命题是真命题的是（ ）

A. 若 $a > 0, b < 0$ ，则 $ab < 0$

B. 个位数字是 5 的数能被 5 整除

C. 等腰三角形两腰上高相等

D. 不相等的两个角不是对顶角

【答案】C

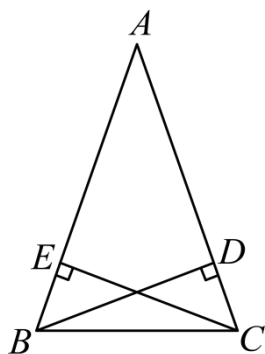
【解析】

【分析】本题考查的是命题的逆命题，真假命题的判断，有理数的乘法运算的理解，对顶角的含义，等腰三角形的定义，整除的含义，先把每个命题的逆命题写出来，再逐一判断即可.

【详解】解：A、若 $a > 0, b < 0$ ，则 $ab < 0$ 的逆命题为：若 $ab < 0$ ，则 $a > 0, b < 0$ ，错误，为假命题；
B、个位数字是 5 的数能被 5 整除的逆命题为：能被 5 整除的数的个位数为 5，错误，为假命题；
C、等腰三角形两腰上高相等的逆命题为：两条边上的高相等的三角形是等腰三角形，

已知：如图， CE, BD 为 AB, AC 上的高， $CE = BD$ ，

求证： ABC 为等腰三角形，



证明： $\because CE, BD$ 为 AB, AC 上的高， $CE = BD$ ，

$$\text{而 } \frac{1}{2} AB \cdot CE = \frac{1}{2} AC \cdot BD,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore ABC$ 为等腰三角形，

$\therefore$ 逆命题为真命题；符合题意，

D、不相等的两个角不是对顶角的逆命题为：若两个角不是对顶角，则这两个角不相等，错误，为假命题，

故选：C.

16. 要使直线 $y = x - 1$ 向上平移后过点 $(-2, 2)$ ，那么直线应向上平移 () 个单位

A. 1

B. 3

C. 5

D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了直线平移变换的规律：对直线 $y = kx$ 而言：上下移动，上加下减；左右移动，左加右减. 设直线 $y = x - 1$ 向上平移 h 个单位，其图象经过点 $(-2, 2)$ ，根据平移规律得出 $y = x - 1 + h$ ，再将点 $(-2, 2)$ 代入，得 $2 = -2 - 1 + h$ ，解方程即可求出 h 的值.

【详解】解：设直线 $y = x - 1$ 向上平移 h 个单位后经过点 $(-2, 2)$ ，

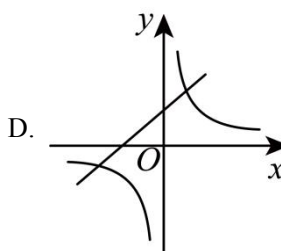
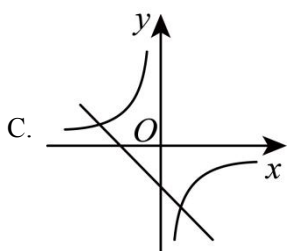
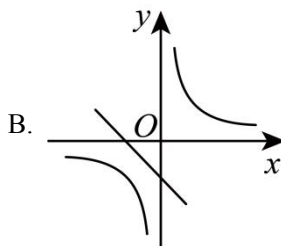
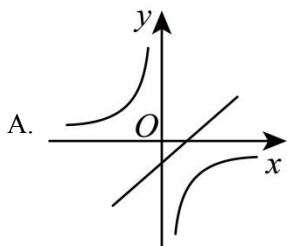
则函数解析式为 $y = x - 1 + h$ ，将点 $(-2, 2)$ 代入，

得 $2 = -2 - 1 + h$ ，

解得 $h = 5$.

故选：C.

17. 若 $k \neq 0$ ，函数 $y = k(1 - x)$ 和函数 $y = \frac{k}{x}$ 在同一个坐标系中图像大致是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】此题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质，关键是由 k 的取值确定函数所在的象限. 分别根据一次函数和反比例函数图象的特点进行逐一分析即可，由于 k 的符号不确定，所以需分类讨论.

【详解】解：函数 $y = k(1 - x)$ 可化为 $y = -kx + k$ ，

当 $k > 0$ 时, $-k < 0$,

$\therefore$ 函数 $y = k(1-x)$ 的图象一、二、四象限; 函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象在一、三象限, 无此选项;

当 $k < 0$ 时, $-k > 0$,

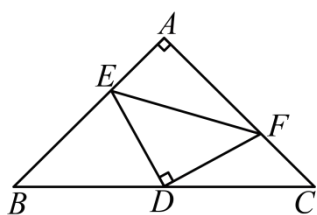
$\therefore$ 函数 $y = k(1-x)$ 的图象一、三、四象限, 函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象在二、四象限, 只有 A 符合

故选: A.

三、看图说话 (本大题共 5 空, 每空 4 分, 共 20 分)

18. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC = 1$, D 是 BC 的中点, E 是 AB 边上动点 (E 不与 A 、 B 重合),

$DF \perp DE$ 交 AC 于 F . 设 $BE = x$, $CF = y$.



(1) 写出 y 关于 x 的函数解析式及定义域_____.

(2) $EF \parallel BC$ 时, $x =$ _____.

【答案】(1) $y = 1 - x$, $0 < x < 1$

(2) $\frac{1}{2}$

【解析】

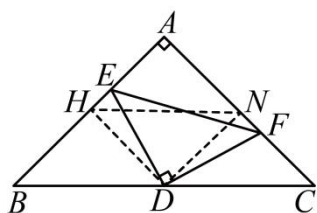
【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 三角形中位线的性质, 正确证明 $\triangle EDH \cong \triangle FDN$ 是关键.

(1) 取 AB 的中点记为 H , 取 AC 的中点记为 N . 根据三角形中位线的性质可得 $DH = DN$, 根据余角的性质可得 $\angle EDH = \angle FDN$, 根据 ASA 可证 $\triangle EDH \cong \triangle FDN$, 根据全等三角形的性质即可证明 $HE = NF$, 从而得到 y 关于 x 的函数关系式, 以及 x 的定义域;

(2) 连接 HN , 根据三角形中位线的性质可得, 当 $EF \parallel BC$, $x = \frac{1}{2}$.

【小问 1 详解】

解: 取 AB 的中点记为 H , 取 AC 的中点记为 N . 连接 DH , DN ,



$\because \angle A = 90^\circ$, 点 D 是 BC 边的中点,

$\therefore DH, DN$ 都是三角形中位线,

$$\therefore DN \parallel AB, DN = \frac{1}{2}AB, DH \parallel AC, DH = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because AB = AC = 1,$$

$$\therefore DH = DN = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle NDH = 90^\circ,$$

$$\because \angle NDF + \angle NDE = 90^\circ, \angle NDE + \angle EDH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDH = \angle FDN,$$

在 $\triangle EDH$ 与 $\triangle FDN$ 中,

$$\begin{cases} \angle EDH = \angle FDN \\ DH = DN \\ \angle EHD = \angle FND \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EDH \cong \triangle FDN,$$

$$\therefore HE = FN,$$

$$\therefore x - \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC - y,$$

$$\text{即 } y = 1 - x,$$

$\because E$ 是 AB 边上的一个动点 (不与 A, B 重合),

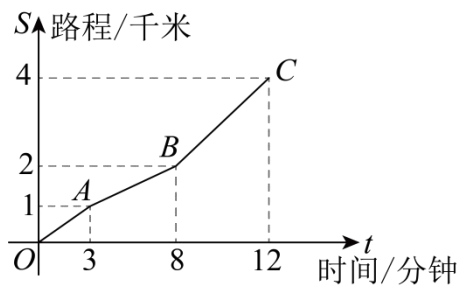
$$\therefore 0 < x < 1;$$

【小问 2 详解】

解: 连接 HN , 当 E 与 H 重合时, $EF \parallel BC$,

$$\therefore x = BH = \frac{1}{2},$$

19. 如图, 一人从 O 到 C 再原路返回, OA 为平路, 去时 AB 为上坡路, BC 为下坡路, 若该人在上、下坡及平路的速度来回一致.



(1) 下坡的速度为_____千米/分钟;

- (2) BC 段所在直线的解析式为_____;
- (3) 该人来回的平均速度为_____.

【答案】 (1) 0.5 (2) $y = 0.5x - 2$

- (3) $\frac{8}{27}$ 千米/分钟

【解析】

【分析】 本题考查利用函数的图象解决实际问题及一次函数的应用，正确理解函数图象横纵坐标表示的意义，理解问题的过程，就能够通过图象得到函数问题的相应解决.

- (1) 由函数的图象可得下坡的速度为 $\frac{4-2}{12-8}$ ，再计算即可；

- (2) 设 BC 段所在直线的解析式为 $y = kx + b$ ，将 $(8, 2), (12, 4)$ 代入，用待定系数法求解即可；

- (3) 先求出上坡的速度，再求出回来时用时，最后再求解即可.

【小问 1 详解】

解：下坡的速度为 $\frac{4-2}{12-8} = 0.5$ (千米/分钟)，

故答案为：0.5；

【小问 2 详解】

解：设 BC 段所在直线的解析式为 $y = kx + b$ ，将 $(8, 2), (12, 4)$ 代入得：

$$\begin{cases} 8k + b = 2 \\ 12k + b = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 0.5 \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore BC$ 段所在直线的解析式为 $y = 0.5x - 2$ ，

故答案为： $y = 0.5x - 2$ ；

【小问 3 详解】

解：由题意得，上坡的速度为 $\frac{2-1}{8-3} = 0.2$ (千米/分钟)，

$\therefore$ 回来时用时 $\frac{2}{0.2} + \frac{1}{0.5} + 3 = 15$ (分钟)，

$\therefore$ 该人来回的平均速度为 $\frac{4+4}{12+15} = \frac{8}{27}$ (千米/分钟)，

故答案为： $\frac{8}{27}$ 千米/分钟

四、解答题 (本大题共 2 题，每题 6 分，共 12 分)

20. a 取何值时, 关于 x 的方程 $\frac{ax}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{x+2}{x^2-2x} = 0$ 只有一个实数根, 并求此实数根.

【答案】当 $a = -\frac{5}{8}$ 时, 方程的实数根为 $x = 4$.

【解析】

【分析】本题考查的是分式方程的解法, 一元二次方程的解法, 先去分母可得 $(a+1)x^2 - 3x + 6 = 0$, 再分情况: 当 $a+1=0$, 当 $a+1 \neq 0$, 再进一步解答即可.

【详解】解: $\because \frac{ax}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{x+2}{x^2-2x} = 0$,

去分母得: $ax^2 + (x-2)^2 + x + 2 = 0$,

整理得: $(a+1)x^2 - 3x + 6 = 0$,

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{ax}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{x+2}{x^2-2x} = 0$ 只有一个实数根,

当 $a+1=0$, 即 $a=-1$,

此时方程的根为 $x=2$,

经检验 $x=2$ 是增根, 不符合题意;

当 $a+1 \neq 0$ 时, 即 $a \neq -1$,

此时 $(a+1)x^2 - 3x + 6 = 0$ 有两个相等的实根,

$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 6(a+1) = 0$,

解得: $a = -\frac{5}{8}$,

$\therefore$ 方程为 $\frac{3}{8}x^2 - 3x + 6 = 0$,

解得: $x_1 = x_2 = 4$, 经检验符合题意;

$\therefore$ 当 $a = -\frac{5}{8}$ 时, 方程的实数根为 $x = 4$.

21. 现有两条直线 $L_1: y = kx + b$, $L_2: y = k^2x + b$, 已知 L_2 与直线 $y = 4x$ 平行, L_1 的 y 随 x 增大而增大,

L_1 、 L_2 与直线 $y = 3x - 4$ 的交点均在 x 轴下方, 求:

(1) k 的值;

(2) b 的范围.

【答案】(1) $k = 2$

$$(2) -\frac{16}{3} < b < -\frac{8}{3}$$

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数的性质，一次函数的交点坐标，不等式组的解法；

(1) 由 $L_2: y = k^2x + b$ 与直线 $y = 4x$ 平行，可得 $k = \pm 2$ ，结合 $L_1: y = kx + b$ 的 y 随 x 增大而增大，可得 $k > 0$ ，从而可得答案；

(2) 分别求解 L_1 、 L_2 与直线 $y = 3x - 4$ 的交点坐标，再利用交点均在 x 轴下方，再建立不等式组求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because L_2: y = k^2x + b$ 与直线 $y = 4x$ 平行,

$$\therefore k^2 = 4,$$

解得: $k = \pm 2$,

$\because L_1: y = kx + b$ 的 y 随 x 增大而增大,

$$\therefore k > 0,$$

$$\therefore k = 2;$$

【小问 2 详解】

解: $\because k = 2$,

$$\therefore L_1: y = 2x + b, \quad L_2: y = 4x + b,$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = 3x - 4 \\ y = 2x + b \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} x = b + 4 \\ y = 3b + 8 \end{cases},$$

$\therefore$ 函数的交点坐标为: $(b + 4, 3b + 8)$;

$$\text{同理:} \begin{cases} y = 4x + b \\ y = 3x - 4 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} x = -b - 4 \\ y = -3b - 16 \end{cases},$$

$\therefore$ 交点坐标为: $(-b - 4, -3b - 16)$,

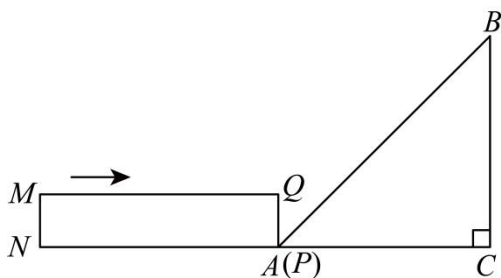
$\therefore L_1, L_2$ 与直线 $y = 3x - 4$ 的交点均在 x 轴下方,

$$\therefore \begin{cases} 3b + 8 < 0 \\ -3b - 16 < 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } -\frac{16}{3} < b < -\frac{8}{3}.$$

五. (本题 8 分)

22. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 8$, 矩形 $MNPQ$ 中, $NP = 9, MN = 2$, P 与 A 重合且 N, P, C 共线. 现矩形 $MNPQ$ 沿 NP 射线以每秒 1cm 速度向右移动, P 与 C 重合则停止. 设移动 t 秒后, 重叠部分面积为 S , 求: S 关于 t 的函数解析式及定义域.



【答案】 $s = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & (0 < t \leq 2) \\ 2t - 2 & (2 < t \leq 8) \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求函数关系式, 掌握矩形的性质, 等腰直角三角形的性质, 利用分类讨论的思想求解是解题的关键. 分两种情况画出图形, 再利用重叠部分的面积公式列函数关系式即可.

【详解】 解: 运动过程中, 重叠部分图形的形状在发生改变, 重叠部分面积也随之而变化, 由此进行以下分类讨论:

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC, \angle C = 90^\circ, AC = BC = 8,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{矩形 } MNPQ \text{ 中, } NP = 9, MN = 2,$$

$$\therefore MN = PQ = 2, PN = MQ = 9,$$

$$\therefore \text{当 } AP = PQ = 2 \text{ 时, } t = 2,$$

当 $0 < t \leq 2$ 时, 如图 1 所示, 重叠部分为等腰直角三角形, 腰长为 $x\text{cm}$,

$$\text{得: } y = \frac{1}{2}t^2;$$

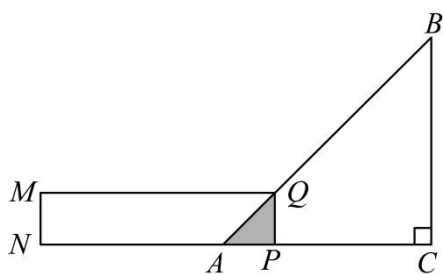


图1

当 C, P 重合时, $t = 8$,

当 $2 < t \leq 8$ 时, 如图 2 所示, 过 R 作 $RS \perp PN$ 于 S , 则 $AS = SR = 2$,

重叠部分为直角梯形, 梯形高即为矩形宽为 2cm ,

梯形下底长为 $t\text{cm}$, 上底长为 $(t-2)\text{cm}$,

得: $y = \frac{1}{2}(t-2+t) \cdot 2 = 2t-2$;

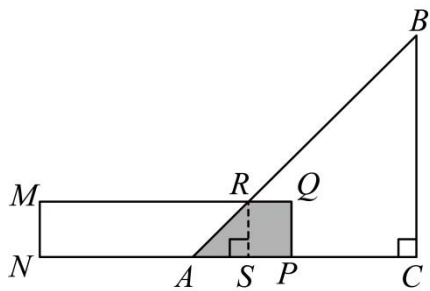


图2

综上所述, $s = \begin{cases} \frac{1}{2}t^2 & (0 < t \leq 2) \\ 2t-2 & (2 < t \leq 8) \end{cases}$.