

八年级数学

(沪科版)

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 本试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分.“试题卷”共 4 页, “答题卷”共 6 页.
3. 请务必在“答题卷”上答题, 在“试题卷”上答题是无效的.
4. 考试结束后, 请将“试题卷”和“答题卷”一并交回.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分) 每小题都给出 A 、 B 、 C 、 D 四个选项, 其中只有一个是正确的.

1. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-4, 3)$ 到 x 轴的距离是 ()

- A. 4 B. 3 C. -4 D. -3

【答案】B

【解析】

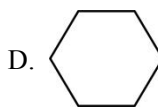
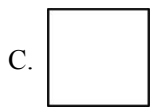
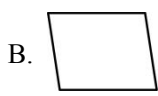
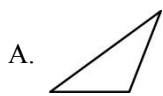
【分析】此题主要考查点到坐标轴的距离, 解题的关键是熟知坐标点的含义. 点到 x 轴的距离等于其纵坐标的绝对值.

【详解】解: $\because$ 点 $A(-4, 3)$ 的纵坐标为 3,

$\therefore$ 点 A 到 x 轴的距离为 $|3| = 3$.

故选: B.

2. 下列图形中, 最具有稳定性质的是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是三角形的性质, 熟记三角形具有稳定性是解题的关键. 根据三角形具有稳定性判断.

【详解】解: A、图形具有稳定性, 符合题意;

B、图形不具有稳定性, 不符合题意;

C、图形不具有稳定性, 不符合题意;

D、图形不具有稳定性，不符合题意；

故选：A.

3. 一次函数 $y = ax - 3$ 的值随 x 的增大而减小；则点 $P(3, a)$ 所在象限为 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查一次函数的性质，根据题意知， $a < 0$ ，由此即可求解.

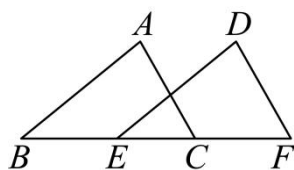
【详解】解：∵ $y = ax - 3$ 的值随 x 的增大而减小，

∴ $a < 0$ ，

∴ 点 $P(3, a)$ 在第四象限，

故选：D.

4. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，点 B, E, C, F 共线，已知 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle D = 80^\circ$ ，则 $\angle ACF$ 的度数为 ()



- A. 135° B. 125° C. 120° D. 100°

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查三角形外角性质，全等三角形的性质，熟练掌握其性质是解题的关键. 根据三角形外角性质得： $\angle ACF = \angle A + \angle B$ ，由全等三角形的性质得 $\angle A = \angle D = 80^\circ$ ，即可求解.

【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\angle D = 80^\circ$ ，

∴ $\angle A = \angle D = 80^\circ$ ，

∵ 点 B, E, C, F 共线，

∴ $\angle ACF$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，

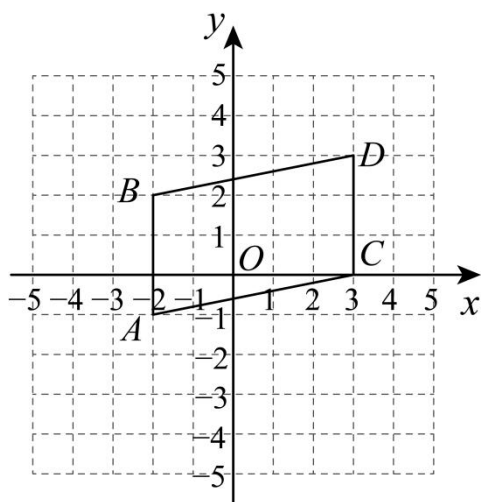
又∵ $\angle B = 40^\circ$ ，

∴ $\angle ACF = \angle A + \angle B = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$ ，

故选：C.

5. 如图，在平面直角坐标系，线段 AB 的两个端点坐标依次为 $A(-2, -1), B(-2, 2)$ ，将线段 AB 向右平移

5个单位，再向上平移1个单位，得到对应线段 CD ，则四边形 $ABDC$ 的面积为（ ）



A. 7.5

B. 10.5

C. 15

D. 18

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查坐标与平移，分割法求图形面积. 根据平移规则，求得 C, D 的坐标，用长方形的面积减去两个直角三角形的面积求解即可. 掌握点的平移规则：左减右加，上加下减，是解题的关键.

【详解】解：由题意， $C(3, 0), D(3, 3)$,

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 的面积为 $5 \times 3 - 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = 15$;

故选C.

6. 一次函数 $y = -2x + 1$ 中，当 $-1 \leq x \leq 3$ 时，则函数 y 的取值范围为（ ）

A. $3 \leq y \leq 5$

B. $-5 \leq y \leq 3$

C. $-3 \leq y \leq 5$

D. $-3 \leq y \leq 3$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征及一次函数的性质，熟练掌握由 k 的符号判断一次函数的增减性是解答的关键. 先根据一次函数的解析式判断出其增减性，再求出 $x = -1$ 与 $x = 3$ 时 y 的值即可.

【详解】解：对于一次函数 $y = -2x + 1$,

$\because k = -2 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时, $y = 3$, 当 $x = 3$ 时, $y = -5$,

∴当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $-5 \leq y \leq 3$,

故选: B.

7. 下列条件能确定 $\triangle ABC$ 的形状与大小的是 ()

A. $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 90^\circ$

B. $AB = AC$, $BC = 6$

C. $AB = 10$, $AC = 8$, $\angle ABC = 30^\circ$

D. $\angle A = 90^\circ$, $BC = 5$, $AB = 2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的 5 种判定方法是解决此题的关键. 根据三角形全等的判定定理, 若条件能唯一确定三角形, 则对应全等条件, 据此一一分析即可求解.

【详解】解: A、仅三个角角度, 缺少边长, 三角形大小不确定, 故不符合题意;

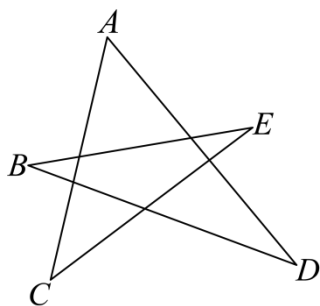
B、已知 $AB = AC$ 和 $BC = 6$, 但缺少角度或其他边, 等腰三角形形状和大小不确定, 故不符合题意;

C、 $AB = 10$, $AC = 8$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\triangle ABC$ 的形状和大小不能确定, 故不符合题意;

D、 $\angle A = 90^\circ$, $BC = 5$, $AB = 2$, 在直角三角形中, 斜边 BC 和直角边 AB 已知, 满足 HL 全等条件, 能唯一确定三角形, 故符合题意.

故选: D.

8. 如图是一个不规则的“五角星”, 已知 $\angle A = 54^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, $\angle D = 32^\circ$, $\angle B = \angle E$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()



A. 27

B. 30

C. 34°

D. 40°

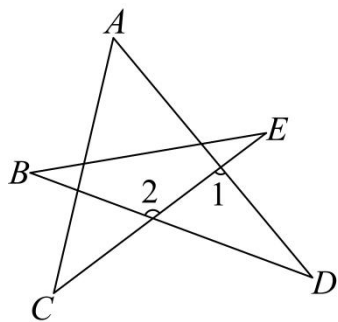
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了三角形内角和定理、三角形外角的性质, 解题的关键是“数形结合”, 三角形的外角等于和它不相邻的两个内角之和. 根据三角形外角的性质得到 $\angle 1 = \angle A + \angle C$, $\angle 2 = \angle 1 + \angle D$, 再根据三

角形的内角和，即可求解.

【详解】解：如图所示；



$$\because \angle A = 54^\circ, \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A + \angle C = 54^\circ + 40^\circ = 94^\circ,$$

$$\because \angle D = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle D = 94^\circ + 32^\circ = 126^\circ,$$

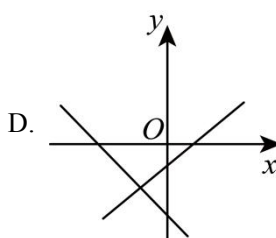
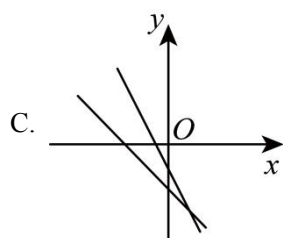
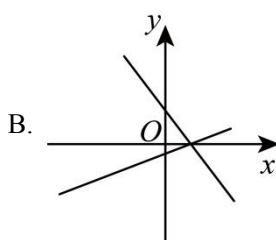
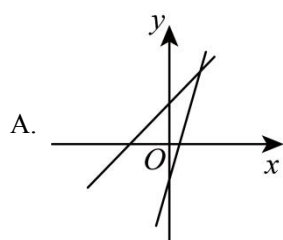
$$\therefore \angle B + \angle E = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ,$$

$$\because \angle B = \angle E,$$

$$\therefore \angle B = 54^\circ \times \frac{1}{2} = 27^\circ$$

故选：A.

9. 在同一直角坐标系中，一次函数 $y = mx + n$ (m 和 n 是常数) 与 $y = nx + m$ 的图象可能是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象和性质；

首先求出交点的横坐标为 1，排除 D 选项；然后根据 A 选项中函数图象的增减性，与 y 轴的交点位置推出

矛盾，可得 A 错误；根据 B 选项中交点在 x 轴上，可得 $m+n=0$ ，则两函数图象的陡峭程度应该相同，故 B 错误；根据 C 选项中函数图象的增减性，交点位置进行验证，可知 C 选项符合题意。

【详解】解：联立 $\begin{cases} y = mx + n \\ y = nx + m \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} x = 1 \\ y = m + n \end{cases}$ ，

$\therefore$ 交点的横坐标为 1，D 排除；

由 A 选项中函数图象的增减性可得 $m > 0$ ， $n > 0$ ，则两函数图象都与 y 轴正半轴相交，不符合题意；

B 选项中交点在 x 轴上，则 $m+n=0$ ，

所以 m 和 n 互为相反数，

所以两函数图象的陡峭程度应该相同，不符合题意；

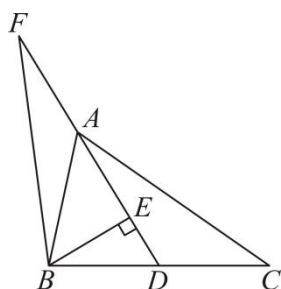
由 C 选项中函数图象的增减性可得 $m < 0$ ， $n < 0$ ，

所以 $m+n < 0$ ，

所以交点位于第四象限，符合题意；

故选：C。

10. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC > AB$ ，点 D 是 BC 边的中点，过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，点 F 是 DA 延长线上一点，已知 $\angle BFD = \angle CAD$ ，下列结论不一定正确的是（ ）



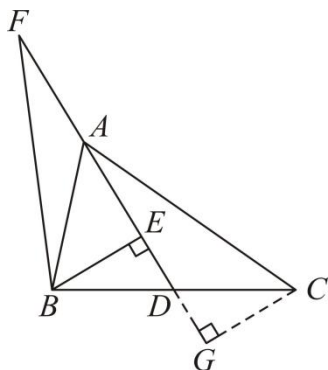
- A. $BF = AC$ B. $AE = BE$ C. $AF = 2DE$ D. $S_{BEF} = S_{BDE} + S_{ACD}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质；过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 G ，根据条件证明出 $\triangle BDE \cong \triangle CDG$ ，进一步证明出 $\triangle BEF \cong \triangle CGA$ ，利用全等的性质及等量代换得到 $AF = EG = 2DE$ 关系即可进行判断。

【详解】解：如图，过点 C 作 $CG \perp AD$ 交 AD 延长线于点 G ，



$\because \angle BED = \angle CGD = 90^\circ, \angle BDE = \angle CDG, BD = CD,$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDG,$

$\therefore DE = DG, BE = CG,$

又 $\because \angle BFE = \angle CAG, \angle BEF = \angle CGA,$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CGA,$

$\therefore BF = AC, EF = GA,$

$\therefore AF = EG = 2DE,$

$\therefore S_{\triangle BEF} = S_{\triangle ACG},$

又 $\because S_{\triangle BDE} = S_{\triangle CDG},$

$\therefore S_{\triangle BEF} = S_{\triangle ACG} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle CDG} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BDE},$

故选项 A、C、D 正确,

而 AE 与 BE 不一定相等,

故选: B.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 把命题“全等三角形的对应高线相等”改写成“如果……, 那么……”的形式: _____.

【答案】 如果两个三角形是全等三角形, 那么它们的对应高线相等

【解析】

【分析】 此题考查命题的结构, 根据命题的改写规则, “如果”后面是条件, “那么”后面是结论. 原命题的条件是两个三角形全等, 结论是它们的对应高线相等.

【详解】 原命题“全等三角形的对应高线相等”中, “全等三角形”是条件, “对应高线相等”是结论. 因此, 改写成“如果……, 那么……”的形式为: 如果两个三角形是全等三角形, 那么它们的对应高线相等.

故答案为如果两个三角形是全等三角形，那么它们的对应高线相等.

12. 在平面直角坐标系中, 已知点 $P(-1, -3)$ 和 $Q(3a+1, 3-2a)$, 且 $PQ \parallel x$ 轴, 则 a 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了坐标与图形, 根据平行于 x 轴的直线上的点纵坐标都相等得到 $-3 = 3 - 2a$, 解之即可得到答案.

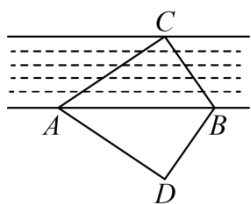
【详解】 解: $\because$ 点 $P(-1, -3)$ 和 $Q(3a+1, 3-2a)$, 且 $PQ \parallel x$ 轴,

$$\therefore -3 = 3 - 2a,$$

$$\therefore a = 3,$$

故答案为: 3.

13. 某数学兴趣小组利用全等三角形的知识测试某小河的宽度, 如图, 点 A, B, C 是小河两边的三点, 在河边 AB 下方选择一点, 使得 $\angle BAD = \angle BAC$, $\angle ABD = \angle ABC$, 若测得 $AB = 10$ 米, $\triangle ABD$ 的面积为 30 平方米, 则点 C 到 AB 的距离为_____米.



【答案】 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 根据 $AB = 10$ 米, $\triangle ABD$ 的面积为 30 平方米, 得到点 D 到 AB 距离, 根据题意证明 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$, 由全等三角形的性质即可求解.

【详解】 解: $\because AB = 10$ 米, $\triangle ABD$ 的面积为 30 平方米,

$$\therefore \text{点 } D \text{ 到 } AB \text{ 距离为: } 30 \times 2 \div 10 = 6 \text{ (米),}$$

$$\because \angle BAD = \angle BAC, \angle ABD = \angle ABC, AB = AB,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ABC (\text{ASA}),$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 到 } AB \text{ 的距离为 } 6 \text{ 米,}$$

故答案为: 6.

14. 已知一次函数 $y = ax + 8 - 2a$ (a 为常数且 $a \neq 0$).

(1) 若该一次函数图象经过点 $(-1, 2)$, 则 $a =$ _____;

(2) 当 $-2 \leq x \leq 5$ 时, 函数 y 有最大值 11, 则 a 的值为_____.

【答案】 ①. 2 ②. 1 或 $-\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的性质, 熟练掌握一次函数的性质, 利用分类讨论思想解答是解题的关键.

(1) 把点 $(-1, 2)$ 代入一次函数的表达式中, 即可求解;

(2) 分两种情况讨论: 当 $a > 0$ 时, 当 $a < 0$ 时, 结合一次函数的增减性, 即可求解.

【详解】 (1) 把点 $(-1, 2)$ 代入一次函数的表达式中,

得: $-a + 8 - 2a = 2$,

解得: $a = 2$;

(2) 当 $a > 0$ 时, y 随 x 增大而增大, 则当 $x = 5$ 时, y 有最大值,

$\therefore 5a + 8 - 2a = 11$, 解得 $a = 1$;

当 $a < 0$ 时, y 随 x 增大而减小, 则当 $x = -2$ 时, y 有最大值,

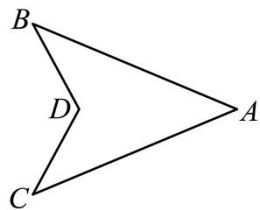
$\therefore -2a + 8 - 2a = 11$, 解得 $a = -\frac{3}{4}$.

综上所述, a 的值为 1 或 $-\frac{3}{4}$.

故答案为: 2; 1 或 $-\frac{3}{4}$.

三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. 如图, 已知 $AB = AC$, $BD = CD$, 证明: $\angle B = \angle C$.

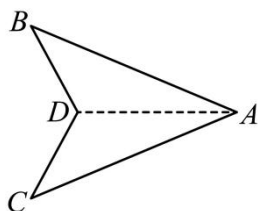


【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键. 连接 AD , 由 “SSS” 即可判定 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 再由全等三角形的对应角相等即可证得.

【详解】 证明: 如图, 连接 AD .



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD, \\ BD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS),

$\therefore \angle B = \angle C$.

16. 已知一次函数的图象与正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图象平行且经过点 $(4, 1)$, 求该一次函数的表达式.

【答案】 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

【解析】

【分析】 本题考查求一次函数解析式, 根据题意设一次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$, 代入点 $(4, 1)$, 利用待定系数法求解即可, 根据正比例函数解析式及平行设出表达式是解决问题的关键.

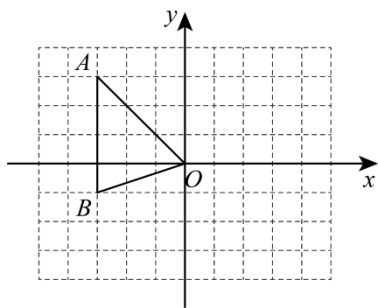
【详解】 解: 由题意可设该一次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$,

代入点 $(4, 1)$, 得 $-\frac{1}{2} \times 4 + b = 1$, 解得 $b = 3$,

$\therefore$ 该一次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

四、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

17. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 和点 B 的坐标分别为 $(-3, 3), (-3, -1)$.



(1) 将 $\triangle AOB$ 向右平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到 $\triangle A_1O_1B_1$, 画出 $\triangle A_1O_1B_1$;

(2) 用无刻度直尺在网格内画出 $\triangle ACB$, 使得 $\triangle AOB \cong \triangle BCA$, 并写出点 C 的坐标.

【答案】(1) 见解析 (2) 图见解析, 点 $C(0, 2)$

【解析】

【分析】此题主要考查了平移作图及全等三角形的判定, 关键是正确确定坐标系原点位置, 确定 A 、 B 、 C 平移后的对应点位置.

(2) 首先将 AOB 向右平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位后的对应点位置, 然后再连接即可;

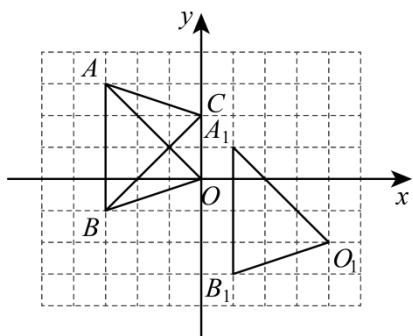
(3) 根据全等三角形的判定确定点 C 的位置, 再连接 AC 、 BC 即可.

【小问 1 详解】

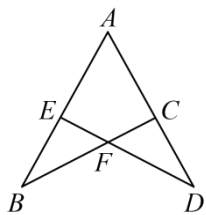
$\triangle A_1O_1B_1$ 如图所示;

【小问 2 详解】

$\triangle ACB$ 如图所示, 点 $C(0, 2)$.



18. 如图, 在 ABC 和 ADE 中, 点 C 和点 E 分别是 AD 和 AB 上的点, DE 与 BC 交于点 F , 已知 $\angle ACB = \angle AED$, $BC = DE$.



(1) 证明: $BE = DC$;

(2) 若 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 32^\circ$, 求 $\angle BFD$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) 104°

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 三角形外角的性质, 解题的关键是证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$.

(1) 根据题意推出 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 由全等三角形的性质即可求解;

(2) 由 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 得到 $\angle D = \angle B = 32^\circ$, 结合 $\angle A = 40^\circ$ 和三角形外角的性质即可求解.

【小问 1 详解】

解: 证明: 在 ABC 和 ADE 中,

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DAE \\ \angle ACB = \angle AED, \\ BC = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE (\text{AAS})$$

$$\therefore AB = AD, \quad AC = AE,$$

$$\therefore AB - AE = AD - AC,$$

即 $BE = DC$;

【小问 2 详解】

由 (1) 可知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$,

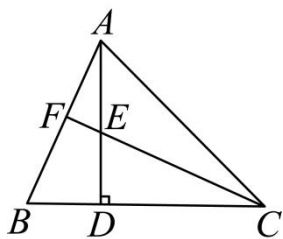
$$\therefore \angle D = \angle B = 32^\circ,$$

$$\because \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle D + \angle BCD = \angle D + \angle A + \angle B = 32^\circ + 40^\circ + 32^\circ = 104^\circ.$$

五、(本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 满分 20 分)

19. 如图, 在 ABC 中, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E 是 AD 上一点, 连接 CE 并延长交 AB 于点 F , 已知 $AB = CE$, $BD = ED$.



(1) 证明: $CE \perp AB$;

(2) 若 $BD = 2$, $CD = 5$, 求 $\triangle ACE$ 的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) 7.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 解题的关键是灵活运用全等三角形的性质.

(1) 根据题意证明 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CED (\text{HL})$, 从而得到 $\angle BAD = \angle ECD$, 结合 $\angle AEF = \angle CED$ 和 $AD \perp BC$ 即可求解;

(2) 由 (1) 知 $\text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CED$, 根据全等三角形的性质和题意, 即可求解.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle CDE = 90^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle CED$ 中,
$$\begin{cases} AB = CE \\ BD = ED \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CED (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ECD,$$

$$\text{又 } \angle AEF = \angle CED,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CDE = 90^\circ,$$

即 $CE \perp AB$;

【小问 2 详解】

$$\because \text{Rt}\triangle ABD \cong \text{Rt}\triangle CED,$$

$$\therefore AD = CD = 5$$

$$\text{又 } ED = BD = 2,$$

$$\therefore AE = AD - ED = 5 - 2 = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times AE \times CD = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7.5$$

20. 某种中性笔在甲、乙两家文具店的标价都是 4 元/支, 在“双 11”期间, 两家文具店都进行了优惠活动. 甲文具店: 购买不超过 20 支按原价销售, 超出 20 支的部分按 6 折销售; 乙文具店: 不论买多少, 全部按八折销售.

(1) 分别写出甲、乙两家文具店购买这种中性笔所付总费用 $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ (元) 与购买支数 $x(x > 20)$ 之间的函数表达式;

(2) 若某学校购买 50 枝这种中性笔, 请你通过计算说明在哪家文具店购买划算.

【答案】(1) $y_{\text{甲}} = 2.4x + 32$; $y_{\text{乙}} = 3.2x$

(2) 购买 50 支这种中性笔时, 选择在甲文具店购买划算

【解析】

【分析】此题考查一次函数的应用, 解题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质解答.

(1) 根据题意得出等量关系即可求解;

(2) 分别计算出 $x = 50$ 时甲、乙的费用, 即可求解.

【小问 1 详解】

解：甲文具店： $y_{\text{甲}} = 20 \times 4 + 0.6 \times 4 \times (x - 20) = 2.4x + 32$ ；

乙文具店： $y_{\text{乙}} = 0.8 \times 4x = 3.2x$ 。

【小问 2 详解】

当 $x = 50$ 时， $y_{\text{甲}} = 2.4 \times 50 + 32 = 152$ （元），

$y_{\text{乙}} = 3.2 \times 50 = 160$ （元），

$152 < 160$ ，

$\therefore$ 当购买 50 支这种中性笔时，选择在甲文具店购买划算。

六、(本题满分 12 分)

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E 。

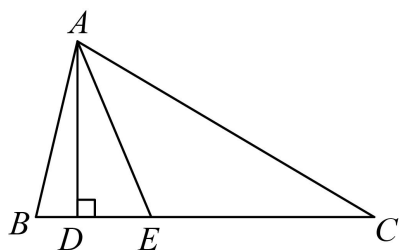


图 1

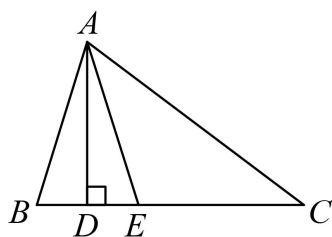


图 2

(1) 若 $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle C = 28^\circ$ ，如图 1，求 $\angle DAE$ 的度数；

(2) 若 $\angle BAC = \angle B = 2\angle C$ ，如图 2，证明： $\triangle ABD \cong \triangle AED$ 。

【答案】(1) 26°

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了角平分线的定义，三角形的内角和，全等三角形的判定，灵活运用各知识点是解题的关键。

(1) 根据三角形的内角和得出 $\angle BAC = 72^\circ$ ，由角平分线的定义得到 $\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 36^\circ$ ，由 $AD \perp BC$ ，得到 $\angle ADB = 90^\circ$ ，进而求出 $\angle BAD = 10^\circ$ ，最后根据 $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD$ 即可求解；

(2) 根据题意求出 $\angle C = 36^\circ$ ， $\angle B = \angle BAC = 72^\circ$ ， $\angle ADB = \angle ADE = 90^\circ$ ，进而得到 $\angle BAD = \angle EAD$ ，由此可得出结论。

【小问 1 详解】

解： $\because \angle B = 80^\circ$ ， $\angle C = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 72^\circ$ 。

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 36^\circ,$$

$\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle B = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 36^\circ - 10^\circ = 26^\circ;$$

【小问 2 详解】

$\because AD \perp BC$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle BAC = \angle B = 2\angle C$,

$$\therefore 2\angle C + 2\angle C + \angle C = 180^\circ,$$

解得 $\angle C = 36^\circ$,

$$\text{则 } \angle B = \angle BAC = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 36^\circ, \quad \angle BAD = 90^\circ - \angle B = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 36^\circ - 18^\circ = 18^\circ,$$

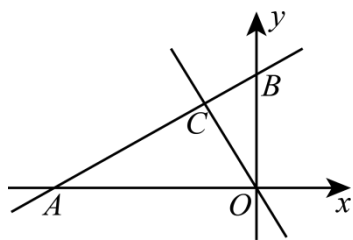
在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle EAD \\ AD = AD \\ \angle ADB = \angle ADE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED (\text{SAS}).$$

七、(本题满分 12 分)

22. 如图, 直线 $l_1: y_1 = k_1x (k_1 \neq 0)$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x + b (k_2 \neq 0)$ 交于点 $C(-2, 3)$, 直线 l_2 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A , $B(0, 4)$.



(1) 求 k_1 , k_2 , b 的值;

(2) 直接写出不等式组 $k_2x + b \geq k_1x \geq 0$ 的解集: _____;

(3) 点 P 是直线 l_2 上一点, 且满足 $S_{\triangle AOP} = 2S_{\triangle BOC}$, 求点 P 的坐标.

【答案】(1) $-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 4$

(2) $-2 \leq x \leq 0$

(3) $(-4, 2)$ 或 $(-12, -2)$

【解析】

【分析】此题考查一次函数的图像和性质, 以及两直线相交问题, 解决此类题目的关键是灵活运用待定系数法求函数的解析式, 进而利用图形的面积确定点的坐标.

(1) 利用待定系数法即可求解;

(2) 由图可得 $k_2x + b \geq k_1x$ 时, 在 C 点的右侧, 而当 $x > 0$ 时, $y_1 < 0$, 由此可得不等式组 $k_2x + b \geq k_1x \geq 0$ 的解集;

(3) 设点 P 的坐标为 $\left(t, \frac{1}{2}t + 4\right)$, 根据 $S_{\triangle AOP} = 2S_{\triangle BOC}$ 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 把点 $C(-2, 3)$ 代入 $y_1 = k_1x$, 得 $-2k_1 = 3$,

解得 $k_1 = -\frac{3}{2}$,

分别把点 $B(0, 4)$ 和点 $C(-2, 3)$ 代入 $y_2 = k_2x + b$,

$$\text{得} \begin{cases} b = 4 \\ -2k_2 + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = \frac{1}{2} \\ b = 4 \end{cases},$$

即 k_1, k_2, b 的值分别为 $-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 4$;

【小问 2 详解】

若 $k_2x + b \geq k_1x$, 即 $y_2 \geq y_1$,

由图可知 $y_2 \geq y_1$ 时在 C 点的右侧, 包括点 C ,

$k_2x + b \geq k_1x \geq 0$, 则 $y_2 \geq y_1 \geq 0$,

而当 $x > 0$ 时, $y_1 < 0$,

$\therefore$ 不等式组 $k_2x + b \geq k_1x \geq 0$ 的解集为: $-2 \leq x \leq 0$;

【小问 3 详解】

由 (1) 知, $y_2 = \frac{1}{2}x + 4$,

当 $y_2 = 0$ 时, $\frac{1}{2}x + 4 = 0$, 解得 $x = -8$,

即 $A(-8, 0)$,

$\therefore OA = 8$,

由点 B 的坐标, 得 $OB = 4$,

$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$,

设点 P 的坐标为 $\left(t, \frac{1}{2}t + 4\right)$,

则 $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} \times 8 \times \left|\frac{1}{2}t + 4\right| = 4\left|\frac{1}{2}t + 4\right|$.

由 $S_{\triangle AOP} = 2S_{\triangle BOC}$, 得:

$4\left|\frac{1}{2}t + 4\right| = 2 \times 4$,

整理得: $\left|\frac{1}{2}t + 4\right| = 2$,

$\therefore \frac{1}{2}t + 4 = 2$ 或 $\frac{1}{2}t + 4 = -2$,

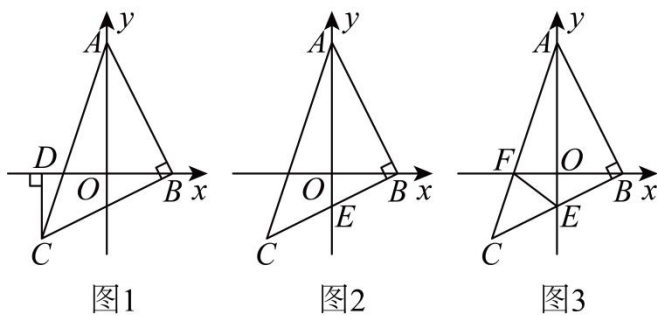
解得 $t = -4$ 或 $t = -12$,

当 $t = -4$ 时, $\frac{1}{2}t + 4 = 2$; 当 $t = -12$ 时, $\frac{1}{2}t + 4 = -2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-4, 2)$ 或 $(-12, -2)$.

八、(本题满分 14 分)

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$, $\angle ACB = 45^\circ$, 点 A 和点 B 分别落在 y 轴的正半轴和 x 轴的正半轴上, 已知点 C 的坐标为 $(-2, -2)$.



- (1) 如图 1, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 证明: $\triangle BCD \cong \triangle ABO$, 并直接写出点 A 的坐标;
 (2) 如图 2, 若 BC 与 y 轴交于点 E , 证明: AE 是 ABC 的中线;
 (3) 如图 3, 若 AC 与 x 轴交于点 F , 连接 EF , 探索线段 AE, EF 和 BF 之间的数量关系, 并加以证明.

【答案】(1) $(0, 4)$

(2) 见解析 (3) $AE = BF + EF$, 理由见解析

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形, 全等三角形的判定和性质, 添加辅助线构造全等三角形是解题的关键.

(1) 根据 AAS 证明 $\triangle BCD \cong \triangle ABO$, 求出 BD , 根据全等三角形对应边相等可得 $OA = DB$, 即可得出点 A 的坐标;

(2) 过点 C 作 $CG \perp y$ 轴于点 G , 则 $CG \parallel OB$. 根据 $\triangle BCD \cong \triangle ABO$ 可得 $OB = CD = CG = 2$, 进而证明 $\triangle ECG \cong \triangle EBO$ (ASA), 推出 $CE = BE$, 即可证明 AE 是 ABC 的中线;

(3) 在 AE 上截取 AH , 使得 $AH = BF$, 连接 BH . 先证 $\triangle ABH \cong \triangle BCF$ (SAS), 再证 $\triangle FCE \cong \triangle HBE$ (SAS), 推出 $EF = EH$, 可证 $AE = AH + EH = BF + EF$.

【小问 1 详解】

证明: $\because C(-2, -2)$,

$\therefore CD = 2, OD = 2$,

由题意可知 $\angle AOB = \angle BDC = 90^\circ$,

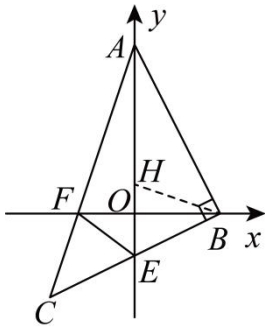
$\therefore \angle BAO + \angle ABO = \angle CBD + \angle ABO = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAO = \angle CBD$,

又 $\because AB = BC$,

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ABO$ (AAS),

$\therefore OB = DC = 2$,



在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle BAH = \angle CBF \\ AH = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle BCF$ (SAS),

$\therefore BH = CF, \angle BCF = \angle ABH = 45^\circ$,

$\therefore \angle HBE = \angle ABC - \angle ABH = 45^\circ$,

则 $\angle FCE = \angle HBE$.

由(2)可知 $CE = BE$,

$\therefore \triangle FCE \cong \triangle HBE$ (SAS),

$\therefore EF = EH$,

$\therefore AE = AH + EH = BF + EF$.