

上海市杨浦区存志中学八年级（上）10 月月考数学试卷

时间：100 分钟 满分：150 分

一、选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1. 下列结论中正确的个数是（ ）

① $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1-\sqrt{2}$;

② $\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式;

③ $\sqrt{32}$ 和 $\sqrt{27}$ 不是同类二次根式;

④ $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 的有理化因式是 $\sqrt{x}-\sqrt{y}$;

⑤ 不等式 $(2-\sqrt{5})x > 1$ 的解集是 $x > -2-\sqrt{5}$;

⑥ 将 3560000 保留两个有效数字，可表示为 3600000.

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】A

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，判断①，最简二次根式的定义，判断②，同类二次根式的定义，判断③，分母有理化，判断④，解不等式，分母有理化判断⑤，求一个数的近似数，判断⑥.

【详解】解： $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-1$ ；故①错误；

$\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式，故②正确；

$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ ， $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ ，故 $\sqrt{32}$ 和 $\sqrt{27}$ 不是同类二次根式，故③正确；

$\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 的有理化因式是 $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ ；故④错误；

不等式 $(2-\sqrt{5})x > 1$ 的解集是 $x < -2-\sqrt{5}$ ；故⑤错误；

将 3560000 保留两个有效数字，可表示为 3.6×10^6 ；故⑥错误；

故选 A.

【点睛】本题考查二次根式的性质，最简二次根式，同类二次根式，分母有理化，解不等式，求一个数的近似数等知识点，熟练掌握相关知识点，是解题的关键.

2. 化简二次根式 $a\sqrt{-\frac{a+1}{a^2}}$ 正确的是（ ）

- A. $\sqrt{-a-1}$ B. $\sqrt{a+1}$ C. $-\sqrt{-a-1}$ D. $-\sqrt{a+1}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查化简二次根式，根据二次根式的性质，进行化简即可.

【详解】 解: $\because -\frac{a+1}{a^2} \geq 0, a^2 > 0,$

$$\therefore a+1 \leq 0,$$

$$\therefore a \leq -1,$$

$$\therefore a\sqrt{-\frac{a+1}{a^2}} = a \cdot \left(-\frac{\sqrt{-a-1}}{a}\right) = -\sqrt{-a-1},$$

故选: C.

3. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{k}x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k = 0$ B. $k \geq 0$ C. $k \geq 1$ D. $k \geq -1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查根的判别式, 根据方程有两个不相等的实数根, 结合二次根式有意义的条件, 列出不等式进行求解即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{k}x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore (-2\sqrt{k})^2 - 4 \times 1 \times (-1) > 0 \text{ 且 } k \geq 0,$$

解得: $k \geq 0$;

故选 B.

4. 设点 $P(-a, b-a)$ 在第四象限, 则点 $Q(a, b)$ 到 x 轴的距离为 ()

- A. b B. $-b$ C. a D. $-a$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了点的坐标, 记住各象限内点的坐标的符号是解题的关键, 四个象限的符号特点分别是: 第一象限 $(+, +)$; 第二象限 $(-, +)$; 第三象限 $(-, -)$; 第四象限 $(+, -)$. 根据点 $P(-a, b-a)$ 在第四象限, 可得出 a, b 的符号, 即可得出点 $Q(a, b)$ 到 x 轴的距离.

【详解】解：∵点 $P(-a, b-a)$ 在第四象限，

$$\therefore -a > 0, \quad b-a < 0,$$

$$\therefore b < a < 0,$$

∴ $Q(a, b)$ 在第三象限，

$$\therefore \text{点 } Q(a, b) \text{ 到 } x \text{ 轴的距离 } |b| = -b,$$

故选：B.

二、填空题（每小题 4 分，共 56 分）

5. $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ 成立的条件是_____.

【答案】 $x \geq 0, y > 0$

【解析】

【分析】二次根式及分式有意义的条件：被开方数为非负数、分母不为 0，据此即可得答案.

【详解】∵ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}},$

$$\therefore x \geq 0, y > 0,$$

故答案为 $x \geq 0, y > 0$,

【点睛】本题考查了二次根式和分式有意义的条件，要使二次根式有意义，被开方数为非负数；要使分式有意义，分母不为 0.

6. 若 $|a+3| + \sqrt{b-2} + (m-2)^2 = 0$ ，则 $(a+b)^m =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】本题考查非负性，根据非负性求出 a, b, m 的值，代入代数式进行求解即可.

【详解】解：∵ $|a+3| + \sqrt{b-2} + (m-2)^2 = 0,$

$$\therefore a+3=0, b-2=0, m-2=0,$$

$$\therefore a=-3, b=2, m=2,$$

$$\therefore (a+b)^m = (-3+2)^2 = 1;$$

故答案为：1.

7. 若 $\frac{\sqrt{1-x}}{2-|x|}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$

【解析】

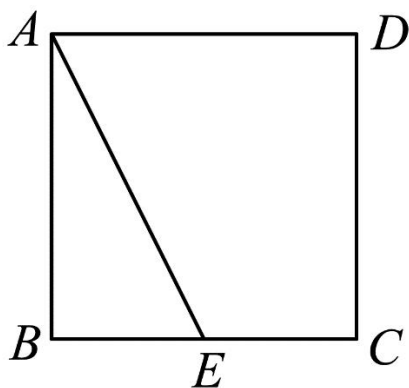
【分析】 本题考查求代数式有意义的条件, 根据二次根式有意义和分式有意义的条件进行求解即可.

【详解】 解: 由题意, 得: $1-x \geq 0$ 且 $2-|x| \neq 0$,

解得: $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$;

故答案为: $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$.

8. 如图, 在面积为 $2a$ 的正方形 $ABCD$ 中截得直角三角形 ABE 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, 则 BE 长为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{6a}}{3}$ 或 $\frac{1}{3}\sqrt{6a}$

【解析】

【分析】 本题考查了正方形的性质、直角三角形面积的计算、二次根式的化简; 熟练掌握正方形的性质是解决问题的关键, 由正方形的面积得出边长 $AB = \sqrt{2a}$, 由直角三角形 ABE 的面积 $= \frac{1}{2} AB \cdot BE = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,

即可得出 BE 的长.

【详解】 解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的面积为 $2a$,

$\therefore AB = \sqrt{2a}$, $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore$ 直角三角形 ABE 的面积 $= \frac{1}{2} AB \cdot BE = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,

即 $\frac{1}{2} \times \sqrt{2a} \times BE = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,

解得: $BE = \frac{\sqrt{6a}}{3}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{6a}}{3}$.

9. 把一元二次方程: $(x+1)^2 - x = 3(x^2 - 2)$ 化成一般形式是_____.

【答案】 $2x^2 - x - 7 = 0$

【解析】

【分析】 先利用完全平方公式展开, 再把所有的项移到等式的左边, 合并同类项即可.

【详解】 解: $(x+1)^2 - x = 3(x^2 - 2)$

去括号, 得: $x^2 + 2x + 1 - x = 3x^2 - 6$

移项, 得: $x^2 + 2x + 1 - x - 3x^2 + 6 = 0$

合并同类项, 得: $-2x^2 + x + 7 = 0$

两边同时乘以-1 得: $2x^2 - x - 7 = 0$

故答案为 $2x^2 - x - 7 = 0$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的一般式, 掌握相关知识是解题的关键.

10. 当 $x =$ _____ 时, $\sqrt{x^2 + 3x}$ 与 $\sqrt{x+15}$ 既是最简二次根式又是同类二次根式

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题考查同类二次根式, 解一元二次方程, 根据两个最简二次根式的被开方数相同, 则这两个二次根式为同类二次根式, 列出一元二次方程, 进行求解即可.

【详解】 解: 由题意, 得: $x^2 + 3x = x + 15$,

解得: $x_1 = 3, x_2 = -5$,

当 $x = 3$ 时, $x + 15 = 18$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 不是最简二次根式, 不符合题意, 舍去;

当 $x = -5$ 时, $\sqrt{x+15} = \sqrt{10}$, 是最简二次根式, 符合题意;

故答案为: -5

11. 关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 7x + m + 2 = 0$ 根的判别式的值是 6, 则此方程的解为_____.

【答案】 $x_1 = \frac{7+\sqrt{6}}{6}, x_2 = \frac{7-\sqrt{6}}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程，直接利用求根公式进行求解即可.

【详解】 解： $\because 3x^2 - 7x + m + 2 = 0$ 根的判别式的值是 $6 > 0$,

$$\therefore x = \frac{7 \pm \sqrt{6}}{2 \times 3} = \frac{7 \pm \sqrt{6}}{6},$$

$$\therefore x_1 = \frac{7+\sqrt{6}}{6}, x_2 = \frac{7-\sqrt{6}}{6};$$

故答案为: $x_1 = \frac{7+\sqrt{6}}{6}, x_2 = \frac{7-\sqrt{6}}{6}$.

12. 方程 $kx^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围为_____.

【答案】 $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程的定义，根的判别式，根据方程有两个相等的实数根，得到方程为一元二次方程，判别式大于等于 0，进行求解即可.

【详解】 解：由题意，得： $k \neq 0$ 且 $\Delta = (-2)^2 - 4k \geq 0$,

$$\therefore k \leq 1 \text{ 且 } k \neq 0;$$

故答案为: $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$.

13. 在实数范围内因式分解: $3x^2 + 2xy - 2y^2 =$ _____.

【答案】 $3(x - \frac{-1+\sqrt{7}}{3}y)(x - \frac{-1-\sqrt{7}}{3}y)$

【解析】

【分析】 本题考查实数范围内的因式分解，分解的因式一般要分解到无理数为止. 本题中利用二次三项式 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 进行因式分解即可.

【详解】 当 $3x^2 + 2xy - 2y^2 = 0$,

$$a = 3, b = 2y, c = -2y^2,$$

$$\Delta = (2y)^2 - 4 \times 3 \times (-2y^2) = 28y^2 \geq 0,$$

$$x = \frac{-2y \pm 2\sqrt{7}y}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}y,$$

$$\therefore x_1 = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3}y, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{7}}{3}y$$

$$\therefore 3x^2 + 2xy - 2y^2 = 3(x - \frac{-1 + \sqrt{7}}{3}y)(x - \frac{-1 - \sqrt{7}}{3}y),$$

$$\text{故答案为: } 3(x - \frac{-1 + \sqrt{7}}{3}y)(x - \frac{-1 - \sqrt{7}}{3}y).$$

14. 若二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 是一个完全平方式, 则 a, b, c 满足的条件是_____.

【答案】 $b^2 - 4ac = 0$ 且 $a \neq 0$

【解析】

【分析】 本题考查完全平方式, 根据完全平方式的特点: 首平方, 尾平方, 首尾的两倍放中央, 求解即可.

【详解】 解: 由题意得: $a \neq 0$,

当 $a > 0$ 时, 则 $c > 0$,

$$\therefore b = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{c}, \text{ 即: } b^2 - 4ac = 0,$$

当 $a < 0$ 时, 则: $c < 0$,

$$\therefore b = 2\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-c}, \text{ 即: } b^2 - 4ac = 0,$$

故答案为: $b^2 - 4ac = 0$ 且 $a \neq 0$

15. 一种微波炉每台成本价原来是 400 元, 经过两次技术改进后, 成本降为 256 元, 如果每次降低率相同, 则降低率为_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】 设平均每次降价的百分率为 x , 根据“原来的价格 $\times (1-x)^2$ = 两次降价后的价格”列出方程, 解方程即可.

【详解】 设平均每次降价的百分率为 x ,

根据题意得: $400(1-x)^2 = 256$

解得: $x = 20\%$ 或 $x = 1.8$ (舍去),

故答案是：20%.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用——增长率问题，设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$.

16. 已知点 $A(2,3)$ 且 $AB \parallel x$ 轴， $AB = 4$ ， 则点 B 的坐标是_____.

【答案】 $(-2,3)$ 或 $(6,3)$

【解析】

【分析】 本题考查坐标与图形，根据平行于 x 轴的直线上的点的纵坐标相等，两点间的距离等于横坐标的差的绝对值，进行求解即可.

【详解】 $\because$ 点 $A(2,3)$ 且 $AB \parallel x$ 轴， $AB = 4$

$\therefore$ 点 B 的纵坐标为 3， $|x_B - 2| = 4$ ，

$\therefore x_B = -2$ 或 $x_B = 6$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(-2,3)$ 或 $(6,3)$ ；

故答案为： $(-2,3)$ 或 $(6,3)$

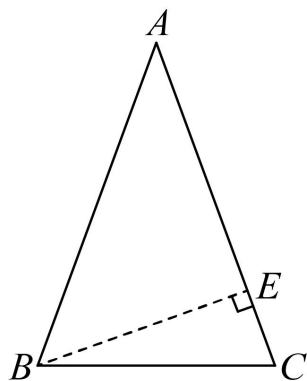
17. 若等腰三角形的一个内角为 50° ， 则它一腰上的高与底边所夹的角的度数是_____.

【答案】 25° 或 40°

【解析】

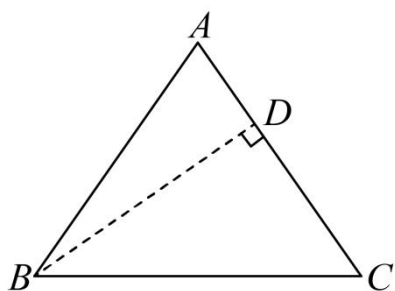
【分析】 本题考查等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，分 50° 的角分别为顶角和底角两种情况进行讨论求解即可.

【详解】 解： 当 50° 的角为顶角时， 则： 两个底角的度数为： $\frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$ ，



$\therefore$ 一腰上的高与底边所夹的角的度数是： $90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ ，

当 50° 的角为底角时， 则： 一腰上的高与底边所夹的角的度数是： $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ ；



故答案为： 25° 或 40° .

18. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$ 的整数部分是_____.

【答案】 969

【解析】

【分析】 本题考查了估算无理数的大小和二次根式的性质与化简， 能根据幂的运算法则简化指数是解此题的关键. 根据完全平方公式可得 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ ， 根据幂的运算法则可得 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 = (5 + 2\sqrt{6})^3$ ， 进一步化简即可求解.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】 解: } & \because (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}, \\
 \therefore (\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 &= (5 + 2\sqrt{6})^3 \\
 &= (49 + 20\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) \\
 &= 245 + 98\sqrt{6} + 100\sqrt{6} + 240 \\
 &= 485 + 198\sqrt{6}, \\
 \because 198\sqrt{6} &= \sqrt{235224}, \sqrt{234256} < \sqrt{235224} < \sqrt{235225}, \\
 \therefore 484 &< 198\sqrt{6} < 485, \\
 \therefore (\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 \text{ 的整数部分为: } & 485 + 484 = 969.
 \end{aligned}$$

故答案为： 969.

三、简答题 (第 19、20 题每小题 10 分， 第 21、22、23 题每题 14 分， 第 24 题 16 分)

19. 计算: $\left(\sqrt{24} - 3\sqrt{1.5} + 2\sqrt{2\frac{2}{3}}\right)(-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$

【答案】 $-11 + 11\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算，先化简二次根式，再根据二次根式的混合运算法则进行计算即可.

【详解】 解： 原式 $= \left(2\sqrt{6} - \frac{3}{2}\sqrt{6} + \frac{4}{3}\sqrt{6} \right) (-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$

$$= \frac{11}{6}\sqrt{6}(-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})$$
$$= -11 + 11\sqrt{3}.$$

20. 解方程： $\sqrt{3}x = \sqrt{2}(x+1)(x-1)$

【答案】 $x_1 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{22}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{22}}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程，将方程转化为一般式后，利用公式法求出方程的根即可.

【详解】 解： $\sqrt{3}x = \sqrt{2}(x+1)(x-1)$

$$\sqrt{3}x = \sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}x^2 - \sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$$

$$a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{3}, c = -\sqrt{2},$$

$$\therefore \Delta = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times \sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = 11,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{11}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{22}}{4},$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{22}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{22}}{4}.$$

21. 某校办工厂今年一月份生产课桌 500 套，因管理不善，二月份产量减少 10%. 从三月份起加强管理，产量逐月上升，四月份产量为 648 套，求该厂三月四月的平均月增长率为多少？

【答案】 20%.

【解析】

【分析】 由题意即可计算出 2 月份生产课桌 $500(1-10\%) = 450$ 张，根据上升以后的产量 = 上升以前的产量 $(1 + \text{增长率})$ ，设 3 月份、4 月份的平均增长率为 x ，则 3 月份的产量是 $450(1+x)$ ，4 月份的产量是 $450(1+x)^2$ ，据此即可列方程，求解即可.

【详解】解：设3月份、4月份的平均增长率为 x 。

$$500 \times (1 - 10\%) \times (1 + x)^2 = 648$$

$$x_1 = 0.2 = 20\% \text{ 或 } x_2 = -0.2 (-0.2 \text{ 不符合题意, 舍去})$$

答：3月份、4月份的平均增长率为20%。

【点睛】一元二次方程应用的关键是根据题意找到等式两边的平衡条件，找到产量前后变化的平衡关系，列出方程，解答即可。

22. 中国和美国两个国家的代表团举行一次双边会谈，在会谈前双方成员分别与对方成员一一握手，握手次数共88次。已知中国代表团成员比美国代表团成员少3人，问中、美两国代表团各有几人？

【答案】中国代表团8人，美国代表团11人。

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的应用，设中国代表团有 x 人，得到美国代表团有 $(x+3)$ 人，根据双方成员分别与对方成员一一握手，握手次数共88次，列出方程进行求解即可。

【详解】解：设中国代表团有 x 人，则美国代表团有 $(x+3)$ 人，由题意，得：

$$x(x+3) = 88,$$

解得： $x = 8$ 或 $x = -11$ (舍去)；

$$\therefore x+3 = 11;$$

答：中国代表团8人，美国代表团11人。

23. 已知等腰三角形的两条边 a, b 是方程 $x^2 - kx + 12 = 0$ 的两根，另一边 c 是方程 $x^2 - 16 = 0$ 的一个根，求 k 的值。

【答案】 $k = 7$ 或 $k = 4\sqrt{3}$

【解析】

【详解】试题分析：先解方程 $x^2 - 16 = 0$ ，得到 $c = 4$ ，再分两种情况进行讨论：① $c = 4$ 是底边，那么 $a = b$ ，由方程 $x^2 - kx + 12 = 0$ 的判别式 $\Delta = 0$ 列出方程；② $c = 4$ 是腰，那么将 $x = 4$ 代入 $x^2 - kx + 12 = 0$ 求出 k 的值。

解： $\because c$ 是方程 $x^2 - 16 = 0$ 的一个根，

$$\therefore c = 4.$$

分两种情况：

① $c = 4$ 是底边，

方程 $x^2 - kx + 12 = 0$ 的判别式 $\Delta = k^2 - 4 \times 12 = 0$,

解得 $k_1=4\sqrt{3}$, $k_2=-4\sqrt{3}$ (舍去),

$4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, 4 满足三角形三边关系定理, 符合题意;

② $c=4$ 是腰,

将 $x=4$ 代入 $x^2-kx+12=0$,

得 $4^2-4k+12=0$,

解得 $k=7$,

$\therefore x^2-7x+12=0$,

$\therefore x_1=3, x_2=4$,

4, 4, 3 满足三角形三边关系定理, 符合题意.

故 k 的值为 $4\sqrt{3}$ 或 7.

24. 设等式 $\sqrt{a(x-a)} + \sqrt{a(y-a)} = \sqrt{x-a} - \sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立, 其中 a 、 x 、 y 是两两不同的实数,

求 $\frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值.

【答案】 $\frac{1}{3}$.

【解析】

【分析】 已知等式右边成立, $x-a \geq 0$, $a-y \geq 0$, 即 $y-a \leq 0$; 由等式左边成立可知, $a=0$, 已知等式可变为 $\sqrt{x} - \sqrt{-y} = 0$, 移项、开平方得 $x = -y$, 利用代入法求式子的值.

【详解】 $\because \sqrt{a(x-a)} + \sqrt{a(y-a)} = \sqrt{x-a} - \sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立,

$\therefore x-a \geq 0$, $a-y \geq 0$, 即 $y-a \leq 0$,

又 $a(y-a) \geq 0$, $a(x-a) \geq 0$,

$\therefore a=0$, 原等式可变为 $\sqrt{x} - \sqrt{-y} = 0$,

解得: $x = -y$, $\therefore \frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2} = \frac{3y^2-y^2-y^2}{y^2+y^2+y^2} = \frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的意义的运用, 关键是通过分析左右两边四个二次根式有意义, 得出 a 的值.