

## 2024 学年八年级第一学期阶段性练习一

### 一. 选择题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列式子是最简二次根式的是 ( )

A.  $\sqrt{4}$

B.  $\sqrt{12}$

C.  $\sqrt{13}$

D.  $\sqrt{0.3}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义, 逐一判断选项, 即可.

【详解】解: A.  $\sqrt{4}=2$ , 不是最简二次根式,

B.  $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ , 不是最简二次根式,

C.  $\sqrt{13}$ , 是最简二次根式,

D.  $\sqrt{0.3}=\frac{\sqrt{30}}{10}$ , 不是最简二次根式,

故选 C.

【点睛】本题主要考查最简二次根式的概念, 注意最简二次根式的根号内不含分母以及开的尽方的因式或因数.

2. 下列计算正确的是 ( )

A.  $\sqrt{-1}=-1$

B.  $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C.  $\sqrt{4}=\pm 2$

D.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=-\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据算术平方根、立方根的定义逐项判断即可得.

【详解】A、 $\sqrt{-1}$  的被开方数小于 0, 没有意义, 此项错误;

B、 $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$ , 此项错误;

C、 $\sqrt{4}=2$ , 此项错误;

D、 $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=-\frac{1}{2}$ , 此项正确;

故选: D.

【点睛】本题考查了算术平方根、立方根, 熟练掌握算术平方根、立方根是解题关键.

3. 下列方程是关于  $x$  的一元二次方程的是 ( )

A.  $x^2 + \frac{1}{x} = 1$

B.  $x^2 + y = 2$

C.  $x^2 - 1 = 0$

D.  $ax^2 + bx + c = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的概念，根据：“只含有一个未知数，且含有未知数的项的最高次数为2的整式方程，叫做一元二次方程”，进行判断即可.

【详解】解：A、不是整式方程，不符合题意；

B、含有两个未知数，不符合题意；

C、是一元二次方程，符合题意；

D、当 $a=0$ 时，不是一元二次方程，不符合题意；

故选：C.

4. 下列各式中，不能与 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 合并的是（ ）

A.  $\sqrt{12}$

B.  $\sqrt{\frac{1}{27}}$

C.  $\sqrt{75}$

D.  $\sqrt{0.3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据同类二次根式（被开方数相同）和最简二次根式，先化简再判断.

【详解】解： $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ ， $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ， $\sqrt{0.3} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ，

故选 D.

【点睛】此题考查了二次根式的化简，同类二次根式的定义，正确掌握同类二次根式的定义是解题的关键.

5. 把 $a\sqrt{-\frac{1}{a^3}}$ 根号外的因式移入根号内，得（ ）

A.  $\sqrt{\frac{1}{a}}$

B.  $\sqrt{-\frac{1}{a}}$

C.  $-\sqrt{\frac{1}{a}}$

D.  $-\sqrt{-\frac{1}{a}}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用二次根式的性质直接化简得出即可.

【详解】解：由题意可知： $a < 0$ ，

$$\therefore a\sqrt{-\frac{1}{a^3}} = -\sqrt{-\frac{1}{a^3} \times a^2} = -\sqrt{-\frac{1}{a}}.$$

故选：D.

【点睛】此题主要考查了二次根式的化简，正确确定二次根式的符号是解题关键.

6. 如图，长方形内有两个相邻的白色正方形，其面积分别为 3 和 12，则图中阴影部分的面积为 ( )



- A.  $2\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 3                      D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二次根式混合运算的实际应用，根据二次根式的性质求出正方形的边长即可求解，解答本题的关键是明确题意，求出大小正方形的边长，利用数形结合的思想解答.

【详解】解：由题意得，大正方形的边长  $= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ,

小正方形的边长  $= \sqrt{3}$ ,

$\therefore$  阴影部分的面积  $= \sqrt{3} \times (2\sqrt{3} - \sqrt{3}) = 3$ ,

故选：C.

## 二. 填空题 (共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 化为最简二次根式  $\sqrt{24} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质化简即可.

【详解】  $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$ ,

故答案为:  $2\sqrt{6}$ .

【点睛】本题考查的是最简二次根式，掌握二次根式的性质是解题的关键.

8. 若  $x < 0$ ，化简  $\sqrt{x^2} =$  \_\_\_\_\_

【答案】  $-x$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质解答即可.

【详解】 解:  $\because x < 0, x^2 \geq 0,$

$$\therefore \sqrt{x^2} = -x,$$

故答案为  $-x$ .

【点睛】 本题考查了二次根式的性质和化简, 解题的关键是熟记二次根式的性质.

9. 计算:  $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{6a} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $2\sqrt{3a}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的乘法, 根据二次根式的乘法运算法则进行计算即可, 熟练掌握运算法则是解此题的关键.

【详解】 解:  $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{6a} = \sqrt{2a \cdot 6a} = \sqrt{12a^2} = 2\sqrt{3a},$

故答案为:  $2\sqrt{3a}.$

10. 方程  $x^2 = 3x$  的解为\_\_\_\_\_.

【答案】  $x_1 = 0, x_2 = 3$

【解析】

【分析】 此题主要考查了解一元二次方程, 熟练掌握一元二次方程的解法, 并灵活选用合适的方法解答是解题的关键. 将方程移项, 提公因式  $x$ , 将方程化为两个一元一次方程, 即可求解.

【详解】 解:  $x^2 = 3x$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x-3 = 0$$

解得:  $x_1 = 0, x_2 = 3,$

故答案为:  $x_1 = 0, x_2 = 3.$

11. 若式子  $\frac{\sqrt{x-1}}{|x|-2}$  有意义, 则实数的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \geq 1$  且  $x \neq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件, 以及分式有意义的条件, 掌握相关知识点是解题关键. 根据二次根式的被开方数大于等于 0, 得到  $x-1 \geq 0$ , 根据分式的分母不为 0, 得到  $|x|-2 \neq 0$ , 求解即可.

【详解】 解:  $\because$  式子  $\frac{\sqrt{x-1}}{|x|-2}$  有意义,

$$\therefore x-1 \geq 0, \quad |x|-2 \neq 0,$$

$$\therefore x \geq 1, \quad \text{且 } x \neq 2,$$

故答案为:  $x \geq 1$  且  $x \neq 2$

12. 在实数范围内因式分解:  $x^2 - 4x + 1 =$ \_\_\_\_\_

【答案】  $(x-2+\sqrt{3})(x-2-\sqrt{3})$

【解析】

【分析】 根据公式法可进行因式分解.

【详解】 解:  $x^2 - 4x + 1$

$$= x^2 - 4x + 4 - 3$$

$$= (x-2)^2 - 3$$

$$= (x-2+\sqrt{3})(x-2-\sqrt{3});$$

故答案为  $(x-2+\sqrt{3})(x-2-\sqrt{3})$ .

【点睛】 本题主要考查实数及因式分解, 熟练掌握因式分解是解题的关键.

13. 若最简二次根式  $\sqrt{x^2-4x}$  与  $3\sqrt{8+3x}$  是同类二次根式, 则  $x$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了同类二次根式的定义以及一元二次方程的求解, 掌握同类二次根式的定义以及一元二次方程的解法是解题的关键.

根据题意列出等式  $x^2 - 4x = 8 + 3x$ , 移项化简  $x^2 - 7x - 8 = 0$ , 再根据十字相乘法解得  $x$  的两个值, 再将  $x$

的两个值代入  $\sqrt{x^2-4x}$  与  $3\sqrt{8+3x}$  检验是否是最简二次根式与同类二次根式即可.

【详解】由题意得:  $x^2-4x=8+3x$

$$x^2-7x-8=0$$

$$(x-8)(x+1)=0$$

$$x-8=0 \text{ 或 } x+1=0$$

解得:  $x_1=8$ ,  $x_2=-1$ .

当  $x=8$  时,

$$\sqrt{x^2-4x}=\sqrt{8^2-4\times 8}=\sqrt{64-32}=\sqrt{32}=4\sqrt{2},$$

$$3\sqrt{8+3x}=3\sqrt{8+3\times 8}=3\sqrt{32}=12\sqrt{2}.$$

$\therefore$  当  $x=8$  时,  $\sqrt{x^2-4x}$  与  $3\sqrt{8+3x}$  不是最简二次根式,

$\therefore x=8$  (不合题意, 舍去)

当  $x=-1$  时,

$$\sqrt{x^2-4x}=\sqrt{(-1)^2-4\times (-1)}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5},$$

$$3\sqrt{8+3x}=3\sqrt{8+3\times (-1)}=3\sqrt{8-3}=3\sqrt{5},$$

$\therefore$  当  $x=-1$  时,  $\sqrt{x^2-4x}$  与  $3\sqrt{8+3x}$  是最简二次根式,

$\therefore x=-1$ .

14. 已知  $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+8$ , 求  $\sqrt{xy}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义求出  $x, y$  的值即可.

【详解】  $\because y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+8$ ,

$$\therefore x-3\geq 0, 3-x\geq 0,$$

解得  $x=3$ ,

$$\therefore y=8,$$

$$\therefore \sqrt{xy}=\sqrt{3\times 8}=2\sqrt{6},$$

故答案为:  $2\sqrt{6}$ .

【点睛】 本题主要考查二次根式有意义的条件, 熟知二次根式有意义的条件是被开方数为非负数是解题的关键.

15. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3cx - c + 1 = 0$  的一个根为  $x_1 = -1$ , 则另一个根为  $x_2 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $-2$

【解析】

【分析】 此题考查的是一元二次方程的解, 一元二次方程的解法, 利用方程的解的含义先求解  $c = -1$ , 再解方程即可.

【详解】 解:  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3cx - c + 1 = 0$  的一个根为  $x_1 = -1$ ,

$$\therefore (-1)^2 - 3c \times (-1) - c + 1 = 0,$$

解得:  $c = -1$ ,

$$\therefore \text{原方程为 } x^2 + 3x + 2 = 0,$$

$$\therefore (x+1)(x+2) = 0,$$

解得:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -2$ ;

故答案为:  $-2$

16. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$  有一个根为  $0$ , 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】  $-1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的定义, 一元二次方程的解的定义, 一元二次方程的解是使方程左右两边相等的未知数的值, 据此把  $x = 0$  代入原方程得到  $m^2 - 1 = 0$ , 解得  $m = \pm 1$ , 再根据二次项系数不为  $0$  得到  $m - 1 \neq 0$ , 则  $m = -1$ .

【详解】 解:  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$  有一个根为  $0$ ,

$$\therefore m^2 - 1 = 0,$$

解得  $m = \pm 1$ ,

又  $\because m - 1 \neq 0$ ,

$$\therefore m \neq 1,$$

$$\therefore m = -1,$$

故答案为：-1.

17. 已知 $\alpha$ 、 $\beta$ 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根，则 $\alpha^2 + 2\beta =$ \_\_\_\_\_.

【答案】5

【解析】

【分析】先用一元二次方程根与系数的关系，再利用方程变形即可

【详解】解：由题意可得： $\alpha + \beta = 2$ ， $\alpha\beta = -1$

$$\therefore 2\alpha + 2\beta = 4$$

$$\therefore 2\alpha = 4 - 2\beta$$

$\therefore \alpha$ 、 $\beta$ 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根

$$\therefore \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0$$

$$\therefore \alpha^2 - (4 - 2\beta) - 1 = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + 2\beta = 5$$

故答案是：5

【点睛】本题考查一元二次方程根与系数的关系，换元法是关键

18. 对于实数 $m$ ， $n$ ，先定义一种新运算“ $\otimes$ ”如下： $m \otimes n = \begin{cases} m^2 + m + n, & \text{当 } m \geq n \text{ 时} \\ n^2 + m + n, & \text{当 } m < n \text{ 时} \end{cases}$ ，若 $x \otimes (-2) = 10$ ，

则实数 $x$ 的值为\_\_\_\_\_.

【答案】3

【解析】

【分析】根据定义，分 $x \geq -2$ 和 $x < -2$ 两种情况进行解方程，得出 $x$ 的值.

【详解】解：当 $x \geq -2$ 时， $x^2 + x - 2 = 10$ ，

解得： $x_1 = 3$ ， $x_2 = -4$ （不合题意，舍去）；

当 $x < -2$ 时， $(-2)^2 + x - 2 = 10$ ，

解得： $x = 8$ （不合题意，舍去）；

$$\therefore x = 3.$$

故答案为：3.

【点睛】本题考查了解一元二次方程，体现了分类讨论的数学思想，分 $x \geq -2$ 和 $x < -2$ 两种情况进行解方程是解题的关键.

三. 解答题 (19、20 题共 24 分, 21、22、23 每题 6 分, 24、25 每题 8 分)

19. 计算:

(1)  $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$ ;

(2)  $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{27}{2}}$ ;

(3)  $\frac{2}{3x}\sqrt{9x^3} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$ .

【答案】(1)  $3\sqrt{2}$

(2)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(3)  $3\sqrt{x}$

【解析】

【分析】(1) 根据二次根式的性质, 二次根式的加减和运算解答即可;

(2) 根据二次根式的乘法解答即可;

(3) 根据二次根式的性质, 化简即可.

【小问 1 详解】

解:  $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$

$$= \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}.$$

【小问 2 详解】

解:  $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{27}{2}}$

$$= \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{27}{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{2}{3x}\sqrt{9x^3} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} \\
 &= \frac{2}{3x} \times 3x\sqrt{x} + \frac{6}{2} \times \sqrt{x} - \frac{2x}{x} \sqrt{x} \\
 &= 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \\
 &= 3\sqrt{x}.
 \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的性质，化简，乘法，加减混合运算，熟练掌握性质和运算法则是解题的关键.

20. 解下列方程:

$$(1) \quad x^2 - 4x = 7;$$

$$(2) \quad 3x^2 - 5x = 2;$$

$$(3) \quad -2x^2 + 3x + 2 = 1.$$

【答案】 (1)  $x_1 = 2 + \sqrt{11}, x_2 = 2 - \sqrt{11}$

$$(2) \quad x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$(3) \quad x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$$

【解析】

【分析】 (1) 利用配方法求解即可.

(2) 利用因式分解法求解即可.

(3) 利用配方法求解即可.

本题考查了因式分解法和配方法求解方程的根，选择适当解方程的方法是解题的关键.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x^2 - 4x = 7$$

$$\text{配方, 得 } x^2 - 4x + (-2)^2 = 7 + 4, \text{ 即 } (x-2)^2 = 11.$$

$$\text{两边开平方, 得 } x-2 = \pm\sqrt{11}.$$

$$\text{解得 } x_1 = 2 + \sqrt{11}, x_2 = 2 - \sqrt{11}.$$

【小问 2 详解】

解:  $\because 3x^2 - 5x = 2,$

$$\therefore 3x^2 - 5x - 2 = 0,$$

$$\therefore (x-2)(3x+1) = 0,$$

解得  $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}.$

【小问 3 详解】

解:  $-2x^2 + 3x + 2 = 1,$

移项, 得  $2x^2 - 3x = 1.$

系数化为 1, 得  $x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$

配方, 得  $x^2 - \frac{3}{2}x + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{16},$  即  $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}.$

两边开平方, 得  $x - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}.$

解得  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}.$

21. 已知  $a = \sqrt{7} + 2, b = \sqrt{7} - 2,$  求下列各式的值.

(1)  $a^2 - 2ab + b^2.$

(2)  $a^2 - b^2.$

【答案】(1) 16

(2)  $8\sqrt{7}$

【解析】

【分析】(1) 直接利用已知得出  $a + b, a - b$  的值, 进而结合完全平方公式计算得出答案;

(2) 结合平方差公式计算得出答案.

【小问 1 详解】

解:  $\because a = \sqrt{7} + 2, b = \sqrt{7} - 2,$

$$\therefore a + b = \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} - 2 = 2\sqrt{7},$$

$$a-b=(\sqrt{7}+2)-(\sqrt{7}-2)=4,$$

$$\therefore a^2-2ab+b^2$$

$$=(a-b)^2$$

$$=4^2$$

$$=16;$$

【小问 2 详解】

$$a^2-b^2$$

$$=(a+b)(a-b)$$

$$=2\sqrt{7}\times 4$$

$$=8\sqrt{7}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的化简求值，完全平方公式，平方差公式，求代数式的值，运用了整体代入的思想．正确运用乘法公式进行因式分解是解题关键．

22. 已知关于  $x$  的方程  $x^2+ax+a-2=0$

(1) 当该方程的一个根为 1 时，求  $a$  的值及该方程的另一根；

(2) 求证：不论  $a$  取何实数，该方程都有两个不相等的实数根．

【答案】 (1)  $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ ; (2) 证明见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据一元二次方程根与系数的关系列方程组求解即可；

(2) 要证方程都有两个不相等的实数根，只要证明根的判别式大于 0 即可．

【详解】 解：(1) 设方程的另一根为  $x_1$ ,

$\therefore$  该方程的一个根为 1,

$$\therefore \begin{cases} 1+x_1=-\frac{a}{1} \\ 1\cdot x_1=\frac{a-2}{1} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x_1=-\frac{3}{2} \\ a=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$\therefore a$  的值为  $\frac{1}{2}$ , 该方程的另一根为  $-\frac{3}{2}$ .

$$(2) \because \Delta = a^2 - 4 \times 1 \times (a-2) = a^2 - 4a + 8 = a^2 - 4a + 4 + 4 = (a-2)^2 + 4 > 0,$$

$\therefore$  不论  $a$  取何实数, 该方程都有两个不相等的实数根.

【点睛】本题考查了根的判别式和根与系数的关系, 注意: 如果  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a, b, c$  为常数,  $a \neq 0$ ) 的两个根, 则  $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ , 要记牢公式, 灵活运用.

23. 已知方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的一个根是  $m$ , 求代数式  $m^2 - 6m + \frac{m^2 + 6}{5}$  的值.

【答案】-6

【解析】

【分析】根据方程根的定义, 转化为代数式的求值解答.

本题考查了方程根的定义, 代数式的整体思想求值, 掌握定义, 活用整体思想是解题的关键.

【详解】解:  $\because m$  是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的一个根,

$$\therefore m^2 - 5m + 6 = 0,$$

$$\therefore m^2 + 6 = 5m, \quad m^2 - 5m = -6,$$

$$\therefore m^2 - 6m + \frac{m^2 + 6}{5}$$

$$= m^2 - 6m + m = m^2 - 5m = -6.$$

24. “一盔一带”安全守护行动在全国各地积极开展. 某品牌头盔的进价为 30 元/个, 经测算当售价为 40 元/个时, 月销售量为 300 个; 售价每上涨 1 元, 则月销售量减少 10 个, 为使月销售利润达到 3960 元, 并尽可能让顾客得到实惠, 求该品牌头盔的售价应定为每个多少元.

【答案】48 元

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的应用, 设该品牌头盔的售价定为  $x$  元/个, 则每个头盔的销售利润为  $(x-30)$  元, 月销售量为  $(700-10x)$  个, 利用月销售利润 = 每个头盔的销售利润  $\times$  月销售量, 列出一元二次方程, 解之可得出  $x$  值, 再结合要尽可能让顾客得到实惠, 即可确定结论. 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

【详解】解：设该品牌头盔的售价定为每个  $x$  元，则每个头盔的销售利润为  $(x-30)$  元，月销售量为：

$$300 - 10(x - 40) = (700 - 10x) \text{ (个)},$$

$$\text{根据题意得：} (x - 30)(700 - 10x) = 3960,$$

$$\text{整理得：} x^2 - 100x + 2496 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = 48, x_2 = 52,$$

又  $\because$  要尽可能让顾客得到实惠，

$$\therefore x = 48.$$

答：该品牌头盔的售价应定为每个 48 元.

25. 已知  $\triangle ABC$  的两边是关于  $x$  的方程  $x^2 - 3kx + 2k^2 = 0$  的两根第三边长为 4. 当  $k$  为何值时， $\triangle ABC$  是等腰三角形？并求  $\triangle ABC$  的周长.

【答案】当  $k = 2$  时， $\triangle ABC$  是等腰三角形，周长为 10.

【解析】

【分析】先根据题中所给方程求出  $\triangle ABC$  其中两边的长，又  $\triangle ABC$  是等腰三角形，分情况讨论即可得出答案.

$$\text{【详解】} \because x^2 - 3kx + 2k^2 = 0$$

$$\therefore (x - k)(x - 2k) = 0$$

$$\therefore x = k \text{ 或 } x = 2k$$

$$\therefore \text{三角形的三边长分别为 } k, 2k, 4$$

$\because$  三角形是等腰三角形

$$\therefore k = 2k \text{ 或 } k = 4 \text{ 或 } 2k = 4$$

$$\therefore k = 0 \text{ (舍去) 或 } k = 4 \text{ 或 } k = 2$$

当  $k = 4$  时，三边长分别为 4、8、4，则此时不能构成三角形，

$$\therefore k = 4 \text{ 舍去}$$

当  $k = 2$  时，三边长分别为 2、4、4，则此时符合题意

$$\therefore \text{当 } k = 2 \text{ 时，} \triangle ABC \text{ 是等腰三角形，周长为：} 2 + 4 + 4 = 10$$

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、解一元二次方程及三角形三边关系的知识，难度不大，解出两边长是关键.