

八年级数学练习

一、选择题

1. 下列式子一定是二次根式的是 ()

A. $\sqrt{-x-2}$

B. $\sqrt{x}$

C. $\sqrt{x^2+2}$

D. $\sqrt{x^2-2}$

【答案】C

【解析】

【分析】直接利用二次根式的定义，一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的代数式叫做二次根式进行判断即可.

【详解】解: $\because x^2 \geq 0$,

$$\therefore x^2 + 2 \geq 2,$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 2} \text{ 一定是二次根式,}$$

而 $\sqrt{-x-2}$ 、 $\sqrt{x}$ 和 $\sqrt{x^2-2}$ 中的被开方数均不能保证大于等于0, 故不一定是二次根式,

故选: C.

【点睛】此题主要考查了二次根式的定义, 正确把握定义是解题关键.

2. 下列二次根式中, 不能与 $\sqrt{5}$ 合并的是 ()

A. $2\sqrt{5}$

B. $\sqrt{15}$

C. $\sqrt{20}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了同类二次根式, 二次根式的性质与化简, 根据同类二次根式的定义, 逐一判断即可解答.

【详解】解: A、 $2\sqrt{5}$ 能与 $\sqrt{5}$ 合并, 不符合题意;

B、 $\sqrt{15}$ 不能与 $\sqrt{5}$ 合并, 符合题意;

C、 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 能与 $\sqrt{5}$ 合并, 不符合题意;

D、 $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 能与 $\sqrt{5}$ 合并, 不符合题意;

故选: B

3. 下列方程中, 是一元二次方程的有 ()

① $x^2 + x = 1$; ② $2x^2 - 3xy + 4 = 0$; ③ $x^2 - \frac{1}{x} = 1$; ④ $x^2 = 0$; ⑤ $x^2 + \frac{x}{3} = 3$.

A. 1 个;

B. 2 个;

C. 3 个;

D. 4 个.

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查一元二次方程的定义，熟练掌握一元二次方程的定义是解题的关键；因此此题可根据“只含有一个未知数，并且未知数的最高次数为 2 的整式方程叫做一元二次方程”，据此问题可求解.

【详解】解：① $x^2 + x = 1$ 是一元二次方程；② $2x^2 - 3xy + 4 = 0$ 不是一元二次方程；③ $x^2 - \frac{1}{x} = 1$ 不是一元二次方程；④ $x^2 = 0$ 是一元二次方程；⑤ $x^2 + \frac{x}{3} = 3$ 是一元二次方程；所以是一元二次方程的有 3 个；
故选 C.

4. 方程 $2x^2 - 3x - 1 = x + 1$ 的二次项系数和一次项系数分别为 ()

A. 2 和 3

B. 1 和 -3

C. 2 和 -4

D. 2 和 -3

【答案】C

【解析】

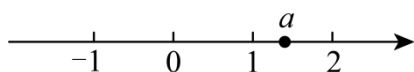
【分析】本题主要考查了一元二次方程的一般形式，掌握一元二次方程的一般形式是解题的关键. 根据方程的一般形式和二次项系数以及一次项系数的定义即可直接得出答案.

【详解】解： $2x^2 - 3x - 1 = x + 1$
整理得， $2x^2 - 4x - 2 = 0$

∴ 二次项系数和一次项系数分别为 2 和 -4.

故选：C.

5. 已知实数 a 在数轴上的位置如图所示，化简 $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{a^2}$ 的结果为 ().



A. $2a - 2$

B. $2 - 2a$

C. -2

D. 2

【答案】D

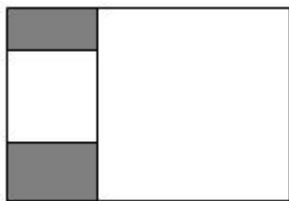
【解析】

【分析】根据数轴确定 $1 < a < 2$ ，结合 $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{a^2} = |a-2| + |a|$ ，化简计算即可.
本题考查了数轴，绝对值，二次根式的化简，熟练掌握化简的基本步骤是解题的关键.

【详解】解：根据题意，得 $1 < a < 2$ ，
故 $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{a^2} = |a-2| + |a| = 2 - a + a = 2$.

故选 D.

6. 如图，长方形内有两个相邻的正方形，其面积分别为 6 和 24，则图中阴影部分面积为 ()



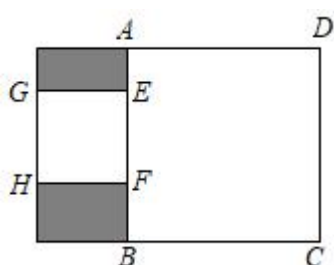
- A. 5 B. $5\sqrt{5}$ C. 6 D. $6\sqrt{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据图形可以求得图中两个小正方形的边长，本题得以解决.

【详解】解：由题意可得，



大正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{6}$ ，小正方形 $EFHG$ 的边长为 $\sqrt{6}$ ，

$\therefore$ 图中阴影部分的面积为： $\sqrt{6} \times (2\sqrt{6} - \sqrt{6}) = \sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查二次根式的混合运算和正方形，长方形的面积，解答本题的关键是明确题意，求出大小正方形的边长，利用数形结合的思想解答.

二、填空题

7. 若二次根式 $\sqrt{x-9}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 _____.

【答案】 $x \geq 9$

【解析】

【分析】根据二次根式被开方数的非负性求出答案.

【详解】解：由题意得 $x-9 \geq 0$ ，解得 $x \geq 9$ ，

故答案为： $x \geq 9$.

【点睛】此题考查了二次根式的非负性，熟记二次根式的被开方数大于等于零的性质是解题的关键.

8. 计算： $\sqrt{12} - \sqrt{\frac{3}{4}} =$ _____.

【答案】 $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的减法运算，熟练掌握二次根式的减法是解题的关键；先对二次根式进行化简，然后再进行二次根式的减法运算即可.

【详解】 解： $\sqrt{12} - \sqrt{\frac{3}{4}} = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$;

故答案为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

9. 计算： $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查的是二次根式的乘法运算，直接利用平方差公式进行简便运算即可.

【详解】 解： $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1) = 7-1=6$;

故答案为： 6

10. 化简： $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{3}-1$.

【解析】

【分析】 直接根据二次的性质进行化简即可.

【详解】 解： 因为 $\sqrt{3} > 1$,

所以 $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-1$

故答案为： $\sqrt{3}-1$.

【点睛】 此题主要考查了二次根式的性质，掌握 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ a(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$ 是解答此题的关键.

11. 方程 $4x^2 + x = 0$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x_1=0, x_2=-\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程—因式分解法，先把方程右边化为 0，再把左边因式分解，这样把原方程化为两个一元一次方程，然后解一次方程即可得到原方程的解.

方程左边分解得到 $x(4x+1)=0$ ，原方程化为 $x=0$ 或 $4x+1=0$ ，然后解一次方程即可.

【详解】解： $4x^2+x=0$

$$x(4x+1)=0$$

$$x=0 \text{ 或 } 4x+1=0,$$

$$\therefore x_1=0, \quad x_2=-\frac{1}{4}.$$

$$\text{故答案为: } x_1=0, \quad x_2=-\frac{1}{4}.$$

12. 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+k-1=0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是_____

【答案】 2

【解析】

【分析】此题考查了根的判别式，根据根的情况确定参数 k 的范围，熟练掌握一元二次方程

$ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ，当方程有两个不相等的实数根时， $\Delta>0$ ；当方程有两个相等的实数根时， $\Delta=0$ ；当方程没有实数根是解题的关键.

【详解】解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2+2x+k-1=0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=4-4(k-1)=0,$$

解得 $k=2$.

故答案为： 2.

13. 一元二次方程 $x^2-4x+3=0$ 配方为 $(x-2)^2=k$ ，则 k 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】将原方程 $x^2-4x+3=0$ 变形成与 $(x-2)^2=k$ 相同的形式，即可求解.

【详解】解： $x^2-4x+3=0$

$$x^2-4x+3+1=0+1$$

$$x^2-4x+4=1$$

$$(x-2)^2=1$$

$$\therefore k=1$$

故答案为：1.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程中的配方法，掌握配方法的解题步骤是解本题的关键.

14. 若 $y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + 1$ ，则 $xy =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件得到关于 x 的不等式组，求出 x ，代入求出 y ，即可求解.

【详解】 解：由题意得：
$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases},$$

解得 $x = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + 1 = 1,$$

$$\therefore xy = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}.$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了二次根式有意义的条件，代数式求值，熟练掌握二次根式有意义的条件，代数式求值，根据二次根式有意义的条件求出 x 、 y 的值是解题关键.

15. 已知 $a = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ ，则 $a^2 - 2a + 7 =$ _____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的知识，解题的关键是先对 a 进行分母有理化，然后再根据完全平方公式求解即可.

【详解】 $\because a = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1,$

$$\therefore a^2 - 2a + 7$$

$$= a^2 - 2a + 1 + 6$$

$$\begin{aligned}
 &= (a-1)^2 + 6 \\
 &= (\sqrt{3}+1-1)^2 + 6 \\
 &= 3+6 \\
 &= 9;
 \end{aligned}$$

故答案为：9.

16. 已知： m ， n 是方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根，则 $(m^2 + 3m + 3)(n^2 + 3n - 3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -8

【解析】

【分析】 本题主要考查一元二次方程的解，熟练掌握一元二次方程的解是解题的关键；由题意易得 $m^2 + 3m = 1, n^2 + 3n = 1$ ，然后代入求解即可.

【详解】 解：由题意得： $m^2 + 3m = 1, n^2 + 3n = 1$,

$$\therefore (m^2 + 3m + 3)(n^2 + 3n - 3) = (1 + 3) \times (1 - 3) = -8;$$

故答案为-8.

17. 我国著名的数学家秦九韶在《数书九章》中提出了一种求三角形面积的求法——“三斜求积术”，即可以利用三角形的三条边长来求三角形面积. 若设三角形的三条边长分别为 a 、 b 、 c ，三角形的面积为 S ，

$$\text{则 } S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]}. \text{ 已知在 } \triangle ABC \text{ 中, } AB = \sqrt{6}, AC = \sqrt{3}, BC = \sqrt{5}, \text{ 那么 } \triangle ABC$$

的面积为_____.

【答案】 $\frac{\sqrt{14}}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的应用，熟练掌握二次根式的运算是解题的关键；由题意易得 $AB = \sqrt{6} = c$ ， $AC = \sqrt{3} = b$ ， $BC = \sqrt{5} = a$ ，然后代入题中所给公式即可求解.

【详解】 解：由题意得： $AB = \sqrt{6} = c$ ， $AC = \sqrt{3} = b$ ， $BC = \sqrt{5} = a$ ，

$$\therefore S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[(\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{3})^2 - \left(\frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6})^2}{2} \right)^2 \right]} = \frac{\sqrt{14}}{2};$$

故答案为 $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

18. 已知 a 满足 $|2024 - a| + \sqrt{a - 2025} = a$, 则 $a - 2024^2$ 的值为_____.

【答案】 2025

【解析】

【分析】 本题主要考查了实数的性质，代数式求值，根据实数的性质可得 $a - 2025 \geq 0$ ，进而得到 $a - 2024 + \sqrt{a - 2025} = a$ ，则可求出 $a - 2024^2 = 2025$.

【详解】 解： $\because |2024 - a| + \sqrt{a - 2025} = a$ 有意义，

$$\therefore a - 2025 \geq 0,$$

$$\therefore a \geq 2025,$$

$$\therefore 2024 - a < 0,$$

$$\therefore |2024 - a| + \sqrt{a - 2025} = a,$$

$$\therefore a - 2024 + \sqrt{a - 2025} = a,$$

$$\therefore \sqrt{a - 2025} = 2024,$$

$$\therefore a - 2025 = 2024^2,$$

$$\therefore a - 2024^2 = 2025$$

故答案为：2025.

三、解答题

19. 计算： $\sqrt{24} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{18} + \sqrt{32}$

【答案】 $6\sqrt{2} - 3$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键。先算除法和乘法，再化为最简二次根式，然后算加减即可。

【详解】解： $\sqrt{24} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{18} + \sqrt{32}$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{9} + \sqrt{32}$$

$$= 2\sqrt{2} - 3 + 4\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} - 3.$$

20. 计算： $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{8}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$

【答案】 $\frac{3\sqrt{2x}}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的性质和运算规则是解题的关键．先将各个二次根式化简，再进行加减运算，合并同类二次根式即可．

【详解】解： $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{8}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$

$$= \frac{2}{3} \times 3\sqrt{x} + 6 \times \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{2}} - 2\sqrt{x}$$

$$= 2\sqrt{x} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{x} - 2\sqrt{x}$$

$$= \frac{3\sqrt{2x}}{2}$$

21. 解方程： $2x^2 - 7x - 4 = 0$

【答案】 $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 4$

【解析】

【分析】 先把方程左边分解因式化为 $(2x+1)(x-4)=0$ ，再把方程化为两个一元一次方程，再解一元一次方程即可．

【详解】解： $\because 2x^2 - 7x - 4 = 0,$

$$\therefore (2x+1)(x-4) = 0,$$

$$\therefore 2x+1=0 \text{ 或 } x-4=0,$$

解得: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 4$,

∴ 原方程的解是 $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 4$.

【点睛】 本题考查的是一元二次方程的解法, 掌握“利用因式分解的方法解一元二次方程”是解本题的关键.

22. 解方程: $2x^2 - 6x + 1 = 0$ (用配方法).

【答案】 $x_1 = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$, $x_2 = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$

【解析】

【分析】 在本题中, 先化二次项系数为 1, 然后把常数项 $\frac{1}{2}$ 移项后, 应该在左右两边同时加上一次项系数

-3 的一半的平方.

【详解】 解: $x^2 - 3x = -\frac{1}{2}$,

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{9}{4},$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{4},$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\text{所以 } x_1 = \frac{3+\sqrt{7}}{2}, x_2 = \frac{3-\sqrt{7}}{2}.$$

【点睛】 本题主要考查了配方法解一元二次方程, 配方法的一般步骤: (1) 把常数项移到等号的右边; (2) 把二次项的系数化为 1; (3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方. 选择用配方法解一元二次方程时, 最好使方程的二次项的系数为 1, 一次项的系数是 2 的倍数.

23. 解方程: $\frac{x^2 - x}{2} - 1 = x$.

【答案】 $x_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$, $x_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查一元二次方程的解法, 熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键; 因此此题可根据一元二次方程的公式法可进行求解

【详解】解： $\frac{x^2-x}{2}-1=x$

化简得： $x^2-3x-2=0$,

$\therefore a=1, b=-3, c=-2$,

$\therefore \Delta=b^2-4ac=9+8=17>0$,

$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$,

$\therefore x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

24. 化简并求值： $\frac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+y}+\frac{\sqrt{xy}-y}{x-\sqrt{xy}}$ ，其中 $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ， $y=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 。

【答案】 $\frac{\sqrt{xy}(x+y)}{xy}$ ，4

【解析】

【分析】 本题主要考查二次根式的运算，熟练掌握二次根式的运算是解题的关键；由题意易得 $xy=1$ ， $x+y=4$ ，然后代入进行求解即可。

【详解】解： $\because x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ ， $y=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ，

$\therefore xy=1$ ， $x+y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$ ，

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+y}+\frac{\sqrt{xy}-y}{x-\sqrt{xy}} \\ &= \frac{(x+\sqrt{xy})(\sqrt{xy}-y)}{xy-y^2} + \frac{(\sqrt{xy}-y)(\sqrt{xy}+x)}{x^2-xy} \\ &= \frac{-xy+(x-y)\sqrt{xy}+xy}{xy-y^2} + \frac{-xy+(x-y)\sqrt{xy}+xy}{x^2-xy} \\ &= \frac{\sqrt{xy}}{y} + \frac{\sqrt{xy}}{x} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{xy}(x+y)}{xy}$$

$$= \frac{1 \times 4}{1} = 4.$$

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 - (2m+5)x + (m+4) = 0$ 有两个实数根

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 请写出 m 的最小整数值, 并求出此时方程的根.

【答案】 (1) $m \geq -\frac{41}{8}$ 且 $m \neq 1$;

(2) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}.$

【解析】

【分析】 (1) 根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $m-1 \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$, 然后解不等式即可;

(2) 根据 (1) 的结论得到 m 满足条件的最小负整数为 -5 , 则原方程化为 $6x^2 - 5x + 1 = 0$, 然后利用公式法解方程.

【小问 1 详解】

解: 根据题意, 得 $m-1 \neq 0$ 且 $\Delta = [-(2m+5)]^2 - 4(m-1)(m+4) \geq 0$,

解得 $m \geq -\frac{41}{8}$ 且 $m \neq 1$;

【小问 2 详解】

解: m 满足条件的最小整数值 -5 , 则原方程化为 $6x^2 - 5x + 1 = 0$,

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4 \times 6 \times 1 = 1,$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm 1}{12},$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的定义.

26. 我们定义: 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根, 且其中一个根为另一个根的 2

倍，则称这样的方程为“倍根方程”。

(1) 请判断方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 是不是倍根方程，并说明理由；

(2) 若是 $(x-8)(x-n)=0$ 倍根方程，则 $n =$ _____。

【答案】(1) 是，理由见解析

(2) 4 或 16

【解析】

【分析】(1) 根据题意和题目中的方程，求得方程的解，据此即可判定；

(2) 根据题目中的方程和题意，利用分类讨论的方法可以求得 n 的值。

【小问 1 详解】

解：方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 是倍根方程，

理由如下：

由方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ ，

解得 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 2$ ，

$\therefore x_1 = 2x_2$ ，

$\therefore$ 方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 是倍根方程；

【小问 2 详解】

解：由方程 $(x-8)(x-n)=0$ ，

解得 $x_1 = 8$ ， $x_2 = n$ ，

$\therefore$ 方程是 $(x-8)(x-n)=0$ 倍根方程，

$\therefore x_1 = 2x_2$ 或 $x_2 = 2x_1$ ，

得 $8 = 2n$ 或 $n = 2 \times 8 = 16$ ，

故 $n = 4$ 或 $n = 16$ ，

故答案为：4 或 16。

【点睛】本题考查了一元二次方程的解，正确理解“倍根方程”的定义是解题的关键。