

# 2024-2025 学年上海八年级上学期第二次月考卷

考试范围：二次根式、一元二次方程、正比例函数和反比例函数 共 27 题

(考试时间：90 分钟、试卷满分：100 分)

## 一. 选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 下列二次根式是最简二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{11}$       B.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       C.  $\sqrt{27}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

【答案】A

【知识点】最简二次根式的判断

【分析】根据最简二次根式的概念即可求出答案.

【详解】A、 $\sqrt{11}$  是最简二次根式，故符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$  不是最简二次根式，故不符合题意；

C、 $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$  不是最简二次根式，故不符合题意；

D、 $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$  不是最简二次根式，故不符合题意；

故选 A.

【点睛】本题考查最简二次根式，解题的关键是正确理解最简二次根式的概念，属于基础题型.

2. 下列式子中：①  $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{8}$ ，②  $\sqrt{(-4)^2} = \pm 4$ ，③  $\sqrt[3]{-8} = -2$ ，④  $(-\sqrt{5})^2 = 25$ ，中正确的有 ( )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

【答案】A

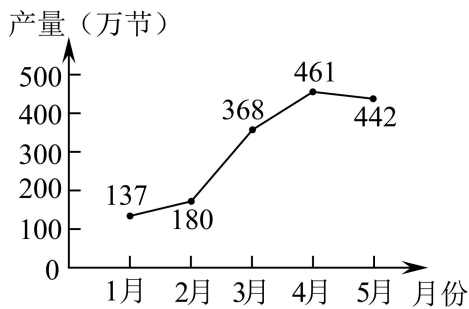
【知识点】求一个数的算术平方根、立方根概念理解、求一个数的立方根、利用二次根式的性质化简

【分析】根据二次根式的运算法则与化简计算即可.

【详解】①  $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ ，故错误；②  $\sqrt{(-4)^2} = 4$ ，故错误；③  $\sqrt[3]{-8} = -2$ ，正确；④  $(-\sqrt{5})^2 = 5$ ，故错误，所以正确的个数为 1，选 A.

【点睛】此题主要考查实数的运算.

3. 红星电池厂 2023 年 1~5 月份的电池产量如图所示. 设从 2 月份到 4 月份，该厂电池产量的平均月增长率为  $x(x > 0)$ ，根据题意可得方程为( )



- A.  $180(1-x)^2 = 461$     B.  $180(1+x)^2 = 461$     C.  $368(1-x)^2 = 137$     D.  $368(1+x)^2 = 137$

**【答案】B**

**【知识点】** 增长率问题(一元二次方程的应用)

**【分析】** 本题考查了一元二次方程的应用，设从2月份到4月份，该厂家口罩产量的月平均增长率为 $x$ ，根据题意列出一元二次方程即可，从折线统计图获取数据建立一元二次方程是解题的关键.

**【详解】** 设从2月份到4月份，该厂家口罩产量的月平均增长率为 $x$ ，根据题意得  
 $180(1+x)^2 = 461$ .

故选：B.

4. 函数  $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x+3}$  中，自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x \geq \frac{1}{2}$     B.  $x \neq -3$     C.  $x \leq \frac{1}{2}$  且  $x \neq -3$     D.  $x \leq -\frac{1}{2}$  且  $x \neq -3$

**【答案】C**

**【知识点】** 求一元一次不等式的解集、二次根式有意义的条件、分式有意义的条件

**【分析】** 根据分式有意义的条件以及二次根式有意义的条件即可求得  $x$  的取值范围.

**【详解】** 解：  $\because 1-2x \geq 0$ ，  $x+3 \neq 0$ ，

$\therefore x \leq \frac{1}{2}$  且  $x \neq -3$ ，故 C 正确.

故选：C.

**【点睛】** 本题考查了分式有意义的条件以及二次根式有意义的条件，掌握以上知识是解题的关键.

5. 某印刷厂1月份印刷了书籍50万册，第一季度共印175万册，问2、3月份平均每月的增长率是多少？若设2、3月份平均每月的增长率是 $x$ ，应列方程为 ( )

- A.  $50(1+x)^2 = 175$     B.  $175(1-x)^2 = 50$   
 C.  $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$     D.  $175 - 175(1-x) - 175(1-x)^2 = 50$

**【答案】C**

【知识点】增长率问题(一元二次方程的应用)

【分析】由印刷厂 1 月份印刷书籍的数量及 2、3 月份平均每月的增长率  $x$ ，可得出印刷厂 2 月份印刷了书籍  $50(1+x)$  万册，3 月份印刷了书籍  $50(1+x)^2$  万册，再结合第一季度共印 175 万册，即可得出关于  $x$  的一元二次方程.

【详解】 $\because$  印刷厂 1 月份印刷了书籍 50 万册，且 2、3 月份平均每月的增长率是  $x$ ,

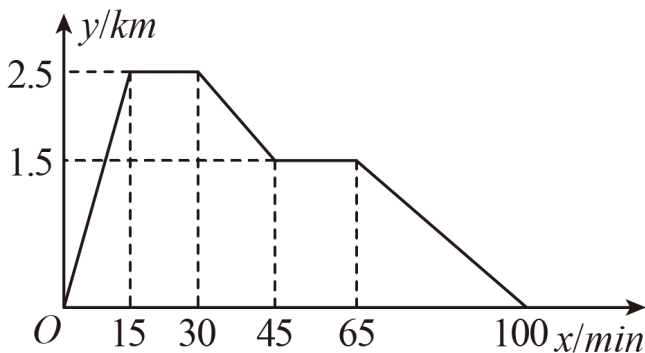
$\therefore$  印刷厂 2 月份印刷了书籍  $50(1+x)$  万册，3 月份印刷了书籍  $50(1+x)^2$  万册.

根据题意得:  $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$

故选: C

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解题的关键是找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

6. 已知张强家、体育场、文具店在同一直线上. 如图图像反映的过程是: 张强从家跑步去体育场, 在体育场锻炼了一阵后又走到文具店去买钢笔, 然后散步走回家, 图中  $x$  表示时间,  $y$  表示张强离家的距离, 则下列结论错误的是 ( )



A. 体育场离张强家 2.5 km

B. 体育场离文具店 1 km

C. 张强在文具店停留 20min

D. 张强从文具店回到家的平均速度为 25m/min

【答案】D

【知识点】从函数的图象获取信息

【分析】利用图象信息解决问题即可.

【详解】解: A. 体育场离张强家 2.5 km, 正确, 不符合题意;

B. 体育场离文具店的距离为:  $2.5 - 1.5 = 1$  km, 正确, 不符合题意;

C. 张强在文具店停留的时间为:  $65 - 45 = 20$  min, 正确, 不符合题意;

D. 张强从文具店回家的平均速度  $= \frac{1500}{35} = \frac{300}{7}$  m/min, 错误, 符合题意,

故选: D.

【点睛】 本题考查函数的应用，解题的关键是读懂图象信息，灵活运用所学知识解决问题.

## 二. 填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 二次根式作为分式的分母如  $\frac{B}{\sqrt{A}}$  有意义的条件: \_\_\_\_.

【答案】  $A > 0$

【知识点】 二次根式有意义的条件、分式有意义的条件

【解析】 略

8. 已知  $1 < a < 3$ , 则化简  $\sqrt{(1-2a+a)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$  的结果是 \_\_\_\_.

【答案】 3

【知识点】 利用二次根式的性质化简、化简绝对值

【分析】 先根据二次根式的性质得出原式  $= |1-2a+a| + |a-4|$ , 再根据绝对值的性质去掉绝对值符号, 最后求出答案即可.

【详解】 解:  $\because 1 < a < 3$ ,

$$\therefore \sqrt{(1-2a+a)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$$

$$= |1-2a+a| + |a-4|$$

$$= |1-a| + |a-4|$$

$$= a-1+4-a$$

$$= 3,$$

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了绝对值和二次根式的性质, 能熟记二次根式的性质是解此题的关键.

9.  $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{25} - |-3 + \sqrt{3}| + 2\sqrt{\frac{1}{4}}$  = \_\_\_\_.

【答案】  $\sqrt{3} + 1$

【知识点】 利用二次根式的性质化简、求一个数的立方根、求一个数的算术平方根、化简绝对值

【分析】 直接利用二次根式的性质以及立方根的性质、绝对值的性质分别化简得出答案.

【详解】 解: 原式  $= -2 + 5 + (-3 + \sqrt{3}) + 1$

$$= -2 + 5 - 3 + \sqrt{3} + 1$$

$$= \sqrt{3} + 1.$$

故答案为:  $\sqrt{3}+1$

【点睛】 本题主要考查了算术平方根, 立方根的性质, 化简绝对值, 实数的运算, 熟知其运算法则是解题的关键.

10. 已知  $\sqrt{12}$  与最简二次根式  $\sqrt{2a-1}$  是同类二次根式, 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 2

【知识点】 求二次根式中的参数

【分析】 根据  $\sqrt{12}$  与最简二次根式  $\sqrt{2a-1}$  是同类二次根式, 可以得到关于  $a$  的方程, 解之可得  $a$  的值.

【详解】 解:  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ,

$\because \sqrt{12}$  与最简二次根式  $\sqrt{2a-1}$  是同类二次根式,

$\therefore 2a-1=3$ ,

解得:  $a=2$ ,

故答案为: 2.

【点睛】 本题考查同类二次根式的判断和应用, 注意在判断同类二次根式时, 每个根式必须是最简二次根式.

11. 任意给一个非零数  $x$ , 按下列程序写出输出结果: (写出  $y$  与  $x$  的关系式) \_\_\_\_\_.

输入  $x$   $\rightarrow$  平方  $\rightarrow$   $+x$   $\rightarrow$   $\div x$   $\rightarrow$  输出  $y$

【答案】  $y=x+1$

【知识点】 用关系式表示变量间的关系

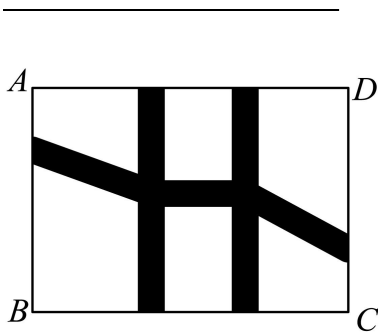
【分析】 根据给定的程序, 可知  $y = \frac{x^2+x}{x} = x+1$ , 即可确定答案.

【详解】 解: 根据给定的程序, 可知  $y = \frac{x^2+x}{x} = x+1$ ,

故答案:  $y=x+1$ .

【点睛】 本题考查了函数关系式, 理解给定的程序是解题的关键.

12. 如图所示, 矩形  $ABCD$  是一个花园, 长  $AD$  为 32m、宽  $AB$  为 20m, 现要在花园中修建等宽的小道. 剩余的地方种植花草, 要使种植花草的面积为  $504\text{m}^2$ , 那么小道进出口的宽度是\_\_\_\_\_.



【答案】  $2m/2$  米

【知识点】 与图形有关的问题(一元二次方程的应用)

【分析】 本题考查一元二次方程的应用，设小道进出口的宽度为  $x$  米，根据题意建立一元二次方程，解方程，即可求解.

【详解】 解：设小道进出口的宽度为  $x$  米，

依题意得  $(32 - 2x)(20 - x) = 504$ ，

整理，得  $x^2 - 36x + 68 = 0$ .

解得，  $x_1 = 2$ ，  $x_2 = 34$ .

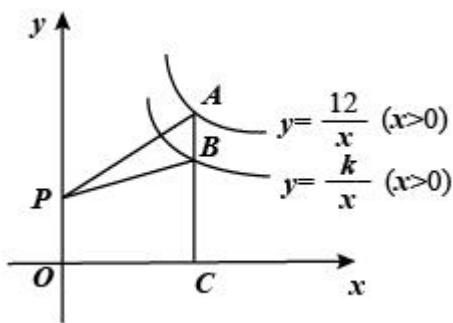
$\because 34 > 32$  (不合题意，舍去)，

$\therefore x = 2$ .

答：小道进出口的宽度应为 2 米，

故答案为： 2m .

13. 如图，点 A 是反比例函数  $y = \frac{12}{x} (x > 0)$  的图象上一点，过点 A 作  $AC \perp x$  轴于点 C，AC 交反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象于点 B，点 P 是 y 轴正半轴上一点. 若  $\triangle PAB$  的面积为 2，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

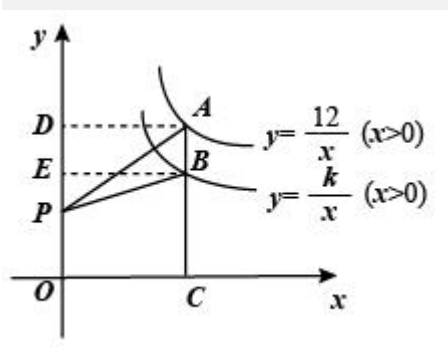


【答案】 8

【知识点】 根据图形面积求比例系数 (解析式)

【分析】 根据反比例函数系数  $k$  与几何面积的关系，列方程可以直接求出  $k$  的值.

【详解】 解：过点 A、B 分别作 y 轴垂线，垂足为 D、E，



则三角形  $APB$  的面积等于四边形  $ABED$  面积的一半,

根据反比例函数系数  $k$  与几何面积的关系可列方程:

$$2 = \frac{12 - k}{2},$$

解得:  $k = 8$ ,

故答案为: 8.

【点睛】本题主要考查反比例函数系数  $k$  与几何面积的关系, 熟悉反比例函数系数  $k$  代表的几何意义是解题关键.

$$14. \quad e^0 + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - 8^{\frac{1}{6}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】0

【知识点】利用二次根式的性质化简、零指数幂、幂的乘方运算、实数的混合运算

【分析】先计算 0 指数幂、开根号、将  $8^{\frac{1}{6}}$  可变形为  $[(2)^3]^{\frac{1}{6}}$ , 再计算幂的乘方, 最后进行实数的加减计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & e^0 + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - 8^{\frac{1}{6}} \\ &= 1 + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - [(2)^3]^{\frac{1}{6}} \\ &= 1 + \sqrt{2} - 1 - 2^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

故答案为: 0.

【点睛】本题考查实数的混合计算, 掌握零指数幂, 开根号, 幂的乘方的计算法则是解题的关键.

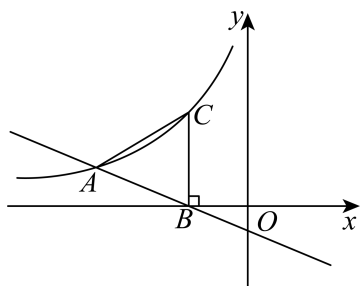
15. 已知一次函数  $y = -3x + 2$ , 它的图像不经过第\_\_\_\_\_象限

【答案】三

【知识点】根据一次函数解析式判断其经过的象限

【详解】根据一次函数  $y=-3x$  性质判断，其图像在二、四象限，向上平移 2 个单位，必过第一象限，不过第三象限

16. 如图，直线  $y=-\frac{1}{2}x-1$  与反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象交于点 A，与  $x$  轴相交于点 B，过点 B 作  $x$  轴垂线交双曲线于点 C，若  $AB=AC$ ，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



【答案】 -4

【知识点】反比例函数与一次函数的综合

【详解】解：过 A 作  $AD \perp BC$  于 D，如图，

$$\because y = -\frac{1}{2}x - 1, \text{ 令 } y=0, \text{ 则 } -\frac{1}{2}x - 1 = 0, \text{ 解得 } x = -2,$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } (-2, 0),$$

$$\because CB \perp x \text{ 轴}, \therefore C \text{ 点的横坐标为 } -2,$$

$$\because y = \frac{k}{x}, \text{ 令 } x = -2, \text{ 则 } y = -\frac{k}{2},$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (-2, -\frac{k}{2}),$$

$$\because AC=AB, AD \perp BC, \therefore DC=DB,$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (-2, -\frac{k}{4}),$$

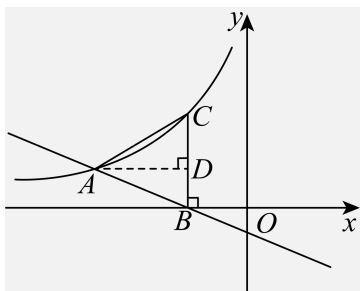
$$\therefore A \text{ 点的纵坐标为 } -\frac{k}{4}, \text{ 而点 } A \text{ 在函数 } y = \frac{k}{x} \text{ 的图象上, 把 } y = -\frac{k}{4} \text{ 代入 } y = \frac{k}{x}, \text{ 得 } x = -4,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (-4, -\frac{k}{4}),$$

$$\text{把 } A(-4, -\frac{k}{4}) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x - 1, \text{ 得 } -\frac{k}{4} = -\frac{1}{2} \times (-4) - 1,$$

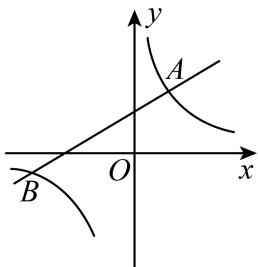
$$\therefore k = -4.$$

故答案为 -4.



【点睛】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：反比例函数与一次函数的交点坐标满足两个函数的解析式，也考查了与  $x$  轴垂直的直线上所有点的横坐标相同以及等腰三角形的性质.

17. 如图，在平面直角坐标系中，函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  与  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$  的图象相交于点  $A(2, 3)$ ,  $B(-6, -1)$ ，则关于  $x$  的不等式  $kx + b > \frac{m}{x}$  的解集是\_\_\_\_\_.



【答案】  $x > 2$  ,  $-6 < x < 0$

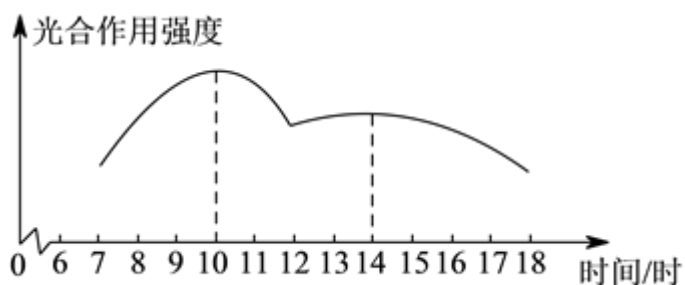
【知识点】反比例函数与一次函数的综合

【分析】不等式可理解为一次函数大于反比例函数时对应  $x$  的取值范围，从图像上看，就是一次函数在反比例函数图像上方，观察图像可得，一次函数在反比例函数上方时，对应的  $x$  取值范围为  $-6 < x < 0$  或  $x > 2$ .

【详解】由图像可得，不等式  $kx + b > \frac{m}{x}$  的解集为：  $-6 < x < 0$  或  $x > 2$ . 故答案为  $-6 < x < 0$  或  $x > 2$ .

【点睛】本题考查函数图像与不等式的关系，将不等式转化为两个函数之间比较大小是关键.

18. 光合作用是指绿色植物通过叶绿体，利用光能，把二氧化碳和水转化成储存着能量的有机物，并释放出氧的过程，如图是夏季晴朗的白天某种绿色植物叶片光合作用强度的曲线图，分析曲线图回答下列问题：



(1) 大约从7时到\_\_\_\_\_时的光合作用的强度不断增强.

(2) \_\_\_\_\_ 时和 \_\_\_\_\_ 时的光合作用强度不断下降.

【答案】 10 10~12 14~18

【知识点】从函数的图象获取信息

【详解】试题分析：(1) 观察图象即可知大约从 7 时到 10 时的光合作用的强度不断增强；

(2) 观察图象即可知在哪个时间段内光合作用的强度不断下降.

试题解析：(1) 观察图象可知大约从 7 时到 10 时的光合作用的强度不断增强，

故答案为 10；

(2) 观察图象可知在 10~12 时、14~18 时的光合作用强度不断下降，

故答案为 10~12、14~18.

### 三、解答题：(本大题共 9 题，19-23 题每题 6 分，24-27 题每题 7 分，满分 58 分)

19. 小明新买了一盏亮度可调节的台灯 (如图 1 所示)，他发现调节的原理是当电压一定时，通过调节电阻控制电流的变化从而改变灯光的明暗，台灯的电流  $I$  (单位：A) 与电阻  $R$  (单位： $\Omega$ ) 满足反比例函数关系，其图象如图 2 所示.



图 1

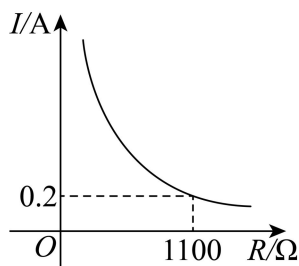


图 2

(1) 求  $I$  关于  $R$  的函数解析式；

(2) 当  $R = 1375\Omega$  时，求  $I$  的值；

(3) 若该台灯工作的最小电流为 0.1A，最大电流为 0.25A，求该台灯的电阻  $R$  的取值范围.

【答案】(1)  $I = \frac{220}{R}$

(2) 0.16A

(3)  $880\Omega \leq R \leq 2200\Omega$

【知识点】实际问题与反比例函数

【分析】本题考查反比例函数的实际应用.

(1) 待定系数法求出函数解析式；

(2) 将  $R = 1375\Omega$ ，代入解析式，求出  $I$  的值，即可；

(3) 求出最小电流和最大电流对应的电阻  $R$  的阻值，根据增减性即可得出结果.

正确的求出函数解析式，掌握反比例函数的性质，是解题的关键.

【详解】(1) 解：设  $I = \frac{k}{R}$ ，由图象可知，

当  $R = 1100\Omega$  时， $I = 0.2A$ ，

$$\therefore k = 0.2 \times 1100 = 220,$$

$$\therefore I = \frac{220}{R};$$

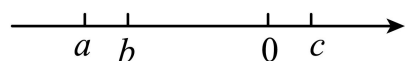
(2) 当  $R = 1375\Omega$  时， $I = \frac{220}{1375} = 0.16A$ ；

(3) 当  $I = 0.1A$ ， $R = \frac{220}{0.1} = 2200\Omega$ ，

当  $I = 0.25A$ ， $R = \frac{220}{0.25} = 880\Omega$ ，

$\therefore$  该台灯的电阻  $R$  的取值范围为  $880\Omega \leq R \leq 2200\Omega$  .

20. 已知  $a$ ， $b$ ， $c$  在数轴上对应点的位置如图所示，化简  $|a| - |a+b| + \sqrt{(c-a)^2} + |b-c|$  .



【答案】  $-a+2c$  .

【知识点】 利用二次根式的性质化简、根据点在数轴的位置判断式子的正负

【分析】 根据已知判断出  $a+b$ ， $c-a$  及  $b-c$  的符号，进而确定出二次根式、绝对值里边式子的符号，利用绝对值的代数意义化简，去括号合并即可得到结果.

【详解】 解：  $\because a < b < 0 < c$ ， $a+b < 0$ ， $c-a > 0$ ， $b-c < 0$ .

$$\therefore |a| - |a+b| + \sqrt{(c-a)^2} + |b-c|$$

$$= |a| - |a+b| + |c-a| + |b-c|$$

$$= -a + (a+b) + (c-a) + (c-b)$$

$$= -a + a + b + c - a + c - b$$

$$= -a + 2c.$$

【点睛】 此题考查了二次根式的性质与化简，整式的加减，以及绝对值的性质，去括号法则，以及合并同类项法则. 正确得出各项符号是解题关键.

21. 为深化疫情防控国际合作、共同应对全球公共卫生危机，我国有序开展医疗物资出口工作. 2020 年 3 月，国内某企业口罩出口订单额为 1000 万元，2020 年 5 月该企业口罩出口订单额为 1440 万元. 求该企业 2020 年 3 月到 5 月口罩出口订单额的月平均增长率.

【答案】 20%

【知识点】增长率问题(一元二次方程的应用)

【分析】设该企业订单额的月平均增长率为  $x$ ，根据该企业 2020 年 3 月及 5 月的出口订单额，即可得出关于  $x$  的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论.

【详解】解：设该企业 2020 年 3 月到 5 月口罩出口订单额的月平均增长率为  $x$ ，  
依题意，得： $1000(1+x)^2=1440$ ，

解得： $x_1=0.2=20\%$ ， $x_2=-2.2$ （不合题意，舍去）.

答：该企业 2020 年 3 月到 5 月口罩出口订单额的月平均增长率为 20%.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

22. 疫情形势稳定后，各行各业复工复产，地摊经济依靠其独特优势，在金融危机背景下一一定程度上缓解了就业压力某流动地的一种商品进价为 156 元/件，若以 200 元/件售出平均每天能售出 20 件在每件降价幅度不超过 10 元的情况下，若每件降价 1 元，则每天可多售出 5 件，如果每天盈利 1600 元，每件商品应降价多少元？

【答案】每件降价 4 元.

【知识点】营销问题(一元二次方程的应用)

【分析】设降价  $x$  元，根据总利润 = 每件利润  $\times$  数量列方程求解即可.

【详解】解：设降价  $x$  元，

$$(200 - x - 156)(20 + 5x) = 1600,$$

$$(44 - x)(20 + 5x) = 1600,$$

$$-5x^2 + 200x - 720 = 0,$$

$$x^2 - 40x + 144 = 0,$$

$$(x - 4)(x - 36) = 0,$$

$$x_1 = 4, x_2 = 36.$$

$\because$  降价幅度不超过 10 元，

$\therefore x = 36$  舍去，

$\therefore x = 4$ ，

答：每件降价 4 元.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的应用，找准等量关系，根据题意列出方程是解题的关键.

23. 定义：已知反比例函数  $y = \frac{k_1}{x}$  与  $y = \frac{k_2}{x}$ ，如果存在函数  $y = \frac{\sqrt{k_1 k_2}}{x}$  ( $k_1 k_2 > 0$ ) 则称函数  $y = \frac{\sqrt{k_1 k_2}}{x}$

为这两个函数的中和函数.

(1) 试写出一对函数, 使得它的中和函数为  $y = \frac{2}{x}$ , 并且其中一个函数满足: 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大.

(2) 函数  $y = \frac{-3}{x}$  和  $y = \frac{-12}{x}$  的中和函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象和函数  $y = x - 1$  的图象相交于两点, 试求当  $y = \frac{k}{x}$  的函数值大于  $y = x - 1$  的函数值时  $x$  的取值范围.

【答案】(1)  $y = \frac{-4}{x}$  与  $y = \frac{-1}{x}$  (答案不唯一, 只要满足  $k_1 < 0$ 、 $k_2 < 0$ , 且  $k_1 k_2 = 4$  都可以); (2)  $x < -2$  或  $0 < x < 3$ .

【知识点】求反比例函数解析式、判断反比例函数的增减性

【详解】试题分析: (1) 首先根据中和函数的定义和已知的  $k$  值可以求出所求函数解析式的  $k$  的取值范围, 由此即可求解, 答案不唯一;

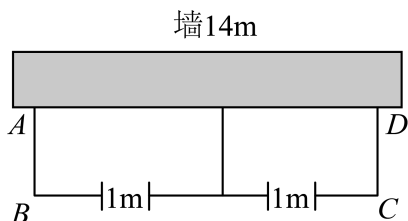
(2) 由于函数  $y = \frac{-3}{x}$  和  $y = \frac{-12}{x}$  的中和函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象和函数  $y = x - 1$  的图象相交于两点, 由此可以求出  $k$  值, 然后建立方程组, 求出方程组的解得到交点坐标, 再结合图象即可求解.

试题解析: (1)  $\because$  试写出一对函数, 使得它的中和函数为  $y = \frac{2}{x}$ , 并且其中一个函数满足: 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大.  $\therefore$  答案不唯一, 如  $y = \frac{-4}{x}$  与  $y = \frac{-1}{x}$  (只要满足  $k_1 < 0$ 、 $k_2 < 0$ , 且  $k_1 k_2 = 4$  都可以);

(2)  $\because y = \frac{-3}{x}$  和  $y = \frac{-12}{x}$  的中和函数  $y = \frac{6}{x}$ , 联立方程组  $\begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ y = x - 1 \end{cases}$ , 解得:  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -2$ , 解之得两个函数图象的交点坐标为  $(3, 2)$   $(-2, -3)$ , 结合图象得到当  $y = \frac{6}{x}$  的函数值大于  $y = x - 1$  的函数值时  $x$  的取值范围是:  $x < -2$  或  $0 < x < 3$ .

考点: 1. 反比例函数的性质; 2. 反比例函数的图象; 3. 新定义.

24. 如图所示, 小明的爷爷想用长为 25 米的篱笆, 一面利用墙 (墙的最大可用长度为 14 米), 围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃, 为了方便出入, 在建造篱笆花圃时, 在  $BC$  上用其他材料做了宽为 1 米的两扇小门. 若花圃的面积刚好为 54 平方米.



(1) 设花圃  $AB$  段的长为  $x$  米, 则  $BC$  的长可表示为 \_\_\_\_\_ 米.

(2)求花圃  $AB$  段的长  $x$  的值.

【答案】(1)  $(27 - 3x)$

(2)花圃  $AB$  段的长  $x$  的值为 6

【知识点】与图形有关的问题(一元二次方程的应用)、列代数式

【分析】本题主要考查一元二次方程的应用，解题的关键是从实际问题中整理出一元二次方程模型并运用一元二次方程解决实际问题.

(1) 设花圃的宽  $AB$  为  $x$  米，由长为 25 米的篱笆，在  $BC$  上用其他材料造了宽为 1 米的两个小门，列出  $BC$  长的代数式即可；

(2) 在  $BC$  上用其他材料造了宽为 1 米的两个小门，故长变为  $25 - 3x + 2$ ，根据面积为 54，列出方程，解得  $x$  .

【详解】(1)  $BC = 25 + 2 - 3x = 27 - 3x$  .

故答案为:  $(27 - 3x)$  ;

(2)  $x(27 - 3x) = 54$  ,

化简得:  $x^2 - 9x + 18 = 0$  ,

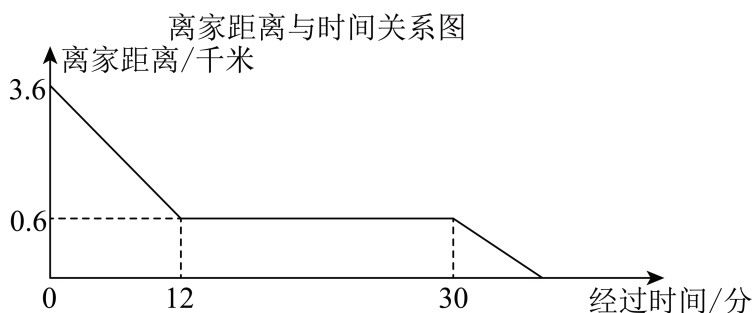
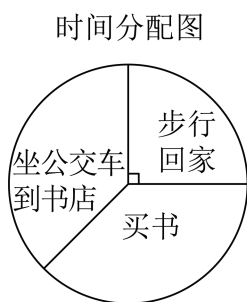
解得:  $x_1 = 3$  ,  $x_2 = 6$  .

当  $x = 3$  时,  $27 - 3x = 18 > 14$  , 不符合要求;

当  $x = 6$  时,  $27 - 3x = 9 < 14$  , 符合要求.

答: 花圃  $AB$  段的长  $x$  的值为 6.

25. 小明放学后先到书店买书，再回家．下面两幅图记录了他的行程．



(1)小明先买书再回家，一共用了多少分钟？

(2)小明买书后步行回家，平均每分钟走多少米？

【答案】(1)40 分

(2)60 米/分

【知识点】扇形统计图、从函数的图象获取信息、有理数四则混合运算的实际应用

【分析】此题考查了从图象和统计图获取信息，提取正确信息是解题的关键.

(1) 依据题意结合图象可知，小明放学后先到书店买书共用了 30 分钟，根扇形统计图可知，步行回家占总时间的  $\frac{90^\circ}{360^\circ}$ ，据此进行计算即可；

(2) 利用路程除以时间进行解答即可.

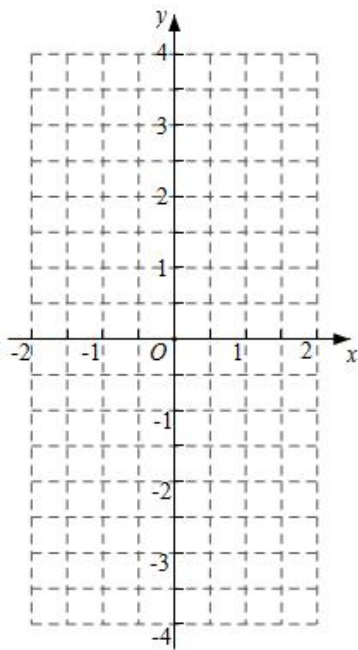
【详解】(1) 解：由题意可得， $30 \div \left(1 - \frac{90^\circ}{360^\circ}\right) = 30 \div \frac{3}{4} = 40$  (分钟)

答：小明放学后先到书店买书再回到家，一共用了 40 分钟；

(2) 解：由题意可得， $\frac{0.6 \times 1000}{40 - 30} = 60$  (米/分)，

答：小明买书后步行回家，他步行的速度是 60 米/分.

26. 在同一坐标系中画出下列函数的图像.



(1)  $y = \frac{1}{2}x^2$ ;

(2)  $y = -x^2$ .

【答案】(1)见解析；

(2)见解析

【知识点】用描点法画函数图象

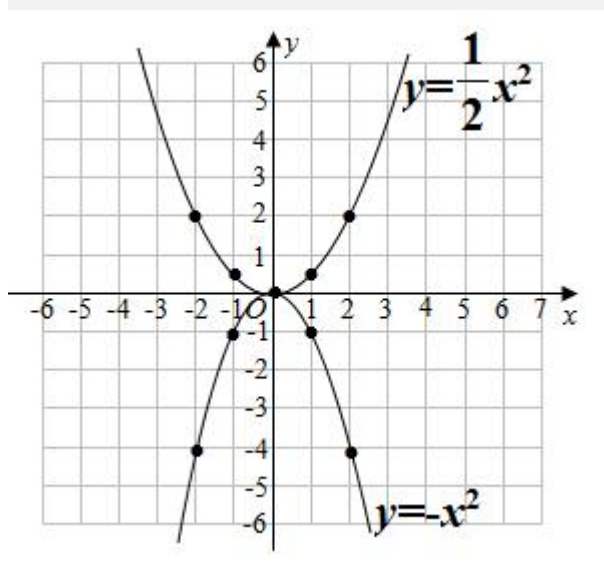
【分析】(1) 先列表，再描点，然后平滑曲线连接即可；

(2) 先列表，再描点，然后平滑曲线连接即可.

【详解】(1) 解：根据函数解析式  $y = \frac{1}{2}x^2$  列表如下：

|                      |    |               |   |               |   |
|----------------------|----|---------------|---|---------------|---|
|                      | -2 | -1            | 0 | 1             | 2 |
| $y = \frac{1}{2}x^2$ | 2  | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 2 |

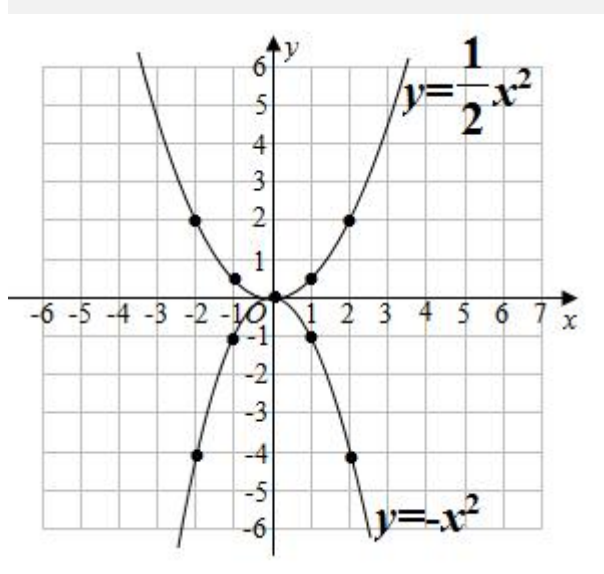
然后描点、连线，可得  $y = \frac{1}{2}x^2$  的图像如图所示：



(2) 解：根据函数解析式  $y = -x^2$  列表如下：

|            |    |    |   |    |    |
|------------|----|----|---|----|----|
|            | -2 | -1 | 0 | 1  | 2  |
| $y = -x^2$ | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 |

然后描点、连线，可得  $y = -x^2$  的图像如图所示：



【点睛】 本题主要考查了画函数图像，画函数图像的一般步骤为列表、描点、连线.

27. 阅读理解:

材料一: 若三个非零实数  $x, y, z$  满足: 只要其中一个数的倒数等于另外两个数的倒数的和, 则称这三个实数  $x, y, z$  构成“和谐三数组”, 例如三个实数  $\frac{12}{7}, 3, 4$ , 因为  $\frac{12}{7}$  的倒数为  $\frac{7}{12}$ , 而  $3$  与  $4$  的倒数和为  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ , 所以三个实数  $\frac{12}{7}, 3, 4$  构成“和谐三数组”.

材料二: 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两根分别为  $x_1, x_2$ , 则有  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ .

问题解决:

(1) 请你写出三个能构成“和谐三数组”的实数 \_\_\_\_\_;

(2) 若  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a, b, c$  均不为  $0)$  的两根,  $x_3$  是关于  $x$  的方程  $bx + c = 0 (b, c$  均不为  $0)$  的解. 求证:  $x_1, x_2, x_3$  可以构成“和谐三数组”;

(3) 若  $A(m, y_1), B(m+1, y_2), C(m+3, y_3)$  三个点均在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象上, 且三点的纵坐标恰好构成“和谐三数组”, 求实数  $m$  的值.

【答案】 (1)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$  (答案不唯一);

(2) 证明见解析

(3)  $m$  的值为 -4 或 -2 或 2

【知识点】 求反比例函数值、一元二次方程的根与系数的关系、倒数

【分析】 (1) 根据题意“和谐三数组”的定义直接写出即可;

(2) 根据材料 2 可得出  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , 从而可求出  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{c}{b}$ . 再解出一元一次方程的解, 即得出  $\frac{1}{x_3} = -\frac{c}{b}$ , 从而得出  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$ , 即证明  $x_1, x_2, x_3$  可以构成“和谐三数组”;

(3) 先用  $m$  表示出  $y_1, y_2, y_3$ , 再根据“和谐三数组”的定义分类讨论①当  $\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_3}$  时, ②当  $\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_3} = \frac{1}{y_2}$  时和③当  $\frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_3} = \frac{1}{y_1}$  时, 分别解出  $m$  即可.

【详解】 (1) 根据题意得, 能够成“和谐三数组”的实数为:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{5}$ .

理由: 实数  $\frac{1}{2}$  的倒数为 2, 实数  $\frac{1}{3}$  的倒数为 3, 实数  $\frac{1}{5}$  的倒数为 5.

$\therefore 5 = 3 + 2,$

$\therefore \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{5}$  能构成“和谐三数组”.

故答案为： $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ （答案不唯一）；

(2) 证明： $\because x_1, x_2$  是关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c$  均不为 0) 的两根，

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

$\because x_3$  是关于  $x$  的方程  $bx + c = 0$  ( $b, c$  均不为 0) 的解，

$$\therefore x_3 = -\frac{c}{b}.$$

$\because x_1, x_2, x_3$  的倒数分别为  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}$ ，

$$\text{又} \because \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c}, \quad \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{b},$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3},$$

$\therefore x_1, x_2, x_3$  可以构成“和谐三数组”；

(3)  $\because A(m, y_1), B(m+1, y_2), C(m+3, y_3)$  三个点均在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象上，

$$\therefore y_1 = \frac{4}{m}, \quad y_2 = \frac{4}{m+1}, \quad y_3 = \frac{4}{m+3}.$$

$\because A, B, C$  三点的纵坐标恰好构成“和谐三数组”，

$$\therefore \text{可分类讨论：①当 } \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_3} \text{ 时，即 } \frac{1}{\frac{4}{m}} + \frac{1}{\frac{4}{m+1}} = \frac{1}{\frac{4}{m+3}}$$

$\therefore$  解得  $m = 2$ ，经检验符合题意；

$$\text{②当 } \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_3} = \frac{1}{y_2} \text{ 时，即 } \frac{1}{\frac{4}{m}} + \frac{1}{\frac{4}{m+3}} = \frac{1}{\frac{4}{m+1}}$$

$\therefore$  解得  $m = -2$ ，经检验符合题意；

$$\text{③当 } \frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_3} = \frac{1}{y_1} \text{ 时，即 } \frac{1}{\frac{4}{m+1}} + \frac{1}{\frac{4}{m+3}} = \frac{1}{\frac{4}{m}}$$

$\therefore$  解得  $m = -4$ ，经检验符合题意。

综上所述当  $m$  的值为 -4 或 -2 或 2 时  $A, B, C$  三点的纵坐标恰好构成“和谐三数组”。

【点睛】本题主要考查新定义的理解与运用，反比例函数图象上的点的坐标特征。读懂题意，理解“和谐三数组”的定义是解题关键。