

上海市徐汇区 2024-2025 学年八年级上学期部分学校联考 12 月月考数学试卷

考生注意：

1. 本试卷含五个大题，共 23 题。答题时，考生务必按答题要求在规定的位上作答，在草稿纸上答题一律无效。
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在试卷的相应位上写出证明或计算的主要步骤。
3. 本次考试不能使用计算器。

一、选择题（本大题共 7 题，每题只有一个正确答案，每题 3 分，满分 21 分）

1. 把一元二次方程化成一般式 $2x(x-1) = (x-3) + 4$ 之后，其二次项系数与一次项系数分别是（ ）
- A. 2, -3 B. -2, -3 C. 2, -3x D. -2, -3x

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的一般形式，熟练把一元二次方程转换为一般形式是解题的关键；通过移项，合并同类项，转化为一元二次方程的一般形式即可得出答案。

【详解】解： $2x(x-1) = (x-3) + 4$

$$2x^2 - 2x = x - 3 + 4$$

$$2x^2 - 2x - x + 3 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0,$$

$$\therefore a = 2, \quad b = -3, \quad c = -1,$$

$\therefore$ 一元二次方程 $2x(x-1) = (x-3) + 4$ 的二次项系数是 2 与一次项系数是 -3，

故选：A.

2. 下列方程中，是一元二次方程的为（ ）

A. $x + \frac{1}{x} = 2$

B. $ax^2 + bx + c = 0$

C. $x(x+2) = x(x-1)$

D. $2x^2 = 5x - 7$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫一元二次方程．根据一元二次方程的定义即可解答．

【详解】 解：A、 $x + \frac{1}{x} = 2$ 是分式方程，故此选项错误；

B、当 $a \neq 0$ ，且 a 、 b 、 c 为常数时， $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程，故此选项错误；

C、 $x(x+2) = x(x-1)$ 整理后为 $3x = 0$ 是一元一次方程，故此选项错误；

D、 $2x^2 = 5x - 7$ 是关于 x 的一元二次方程，故此选项正确．

故选：D．

3. 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 + x + k^2 + 2k - 3 = 0$ 有一个根为0，则 k 的值（ ）

A. 1

B. 1或-3

C. -3

D. 以上都不对

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义，一元二次方程的解，把 $x = 0$ 代入原方程，求出 k 的值，再根据一元二次方程的定义得出 $1 - k \neq 0$ ，即可解答．

【详解】 解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 + x + k^2 + 2k - 3 = 0$ 有一个根为0，

∴ $(1-k) \cdot 0^2 + 0 + k^2 + 2k - 3 = 0$ ，且 $1 - k \neq 0$ ，

解得： $k = -3$ ，

故选：C．

4. 如果关于 x 的方程 $(x-2)^2 = 1 - m$ 无实数根，那么 m 满足的条件是（ ）

A. $m > 2$

B. $m < 2$

C. $m > 1$

D. $m < 1$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查配方法求解一元二次方程，平方数的非负性；掌握平方数的非负性是解题的关键．根据任意实数的平方为非负数得到关于参数的不等式，求解即可．

【详解】 解：∵ $(x-2)^2 \geq 0$ ，

∴ 当 $1 - m < 0$ 时，方程 $(x-2)^2 = 1 - m$ 无解．

∴ $m > 1$ ，

故选：C．

5. 下列二次三项式中，不能在实数范围内分解因式的是（ ）

A. $x^2 - 2x + 1$

B. $x^2 - 2x - 1$

C. $2t^2 - 3t + 5$

D. $2t^2 - 5t + 3$

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等.

根据因式分解的方法逐项求解判断即可.

【详解】解：A、 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ ，不符合题意；

B、 $x^2 - 2x - 1$

$$= x^2 - 2x + 1 - 2$$

$$= (x - 1)^2 - 2$$

$$= (x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2}), \text{ 不符合题意;}$$

C、 $2t^2 - 3t + 5$

$$= 2\left(t^2 - \frac{3}{2}t\right) + 5$$

$$= 2\left(t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{16} - \frac{9}{16}\right) + 5$$

$$= 2\left(t - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{31}{8}, \text{ 不能继续分解, 符合题意;}$$

D、 $2t^2 - 5t + 3$

$$= (2t - 3)(t - 1), \text{ 不符合题意.}$$

故选：C.

6. 某工厂七月份的产值是 100 万元，计划第三季度共创产值 484 万元. 若每个月产值的增长率相同，并设这个增长率为 x ，则下列方程中正确的是（ ）

A. $100(1 + x)^2 = 484$

B. $100(1 + x)^3 = 484$

C. $(1 + x) + 100(1 + x)^2 = 484$

D. $100[1 + (1 + x) + (1 + x)^2] = 484$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，掌握增长率的计算方法是解题的关键；

根据每个月产值的平均增长率为 x ，七月份的产值是 100 万元，表示之后两个月的产值，然后已知第三季度的总产值，列方程即可.

【详解】 解： $\because$ 每个月产值的平均增长率为 x ，七月份的产值是 100 万元，

$\therefore$ 八月份产值为 $100(1+x)$ ，

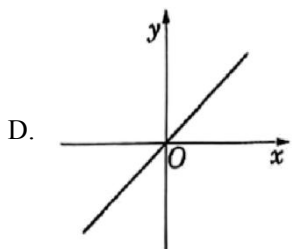
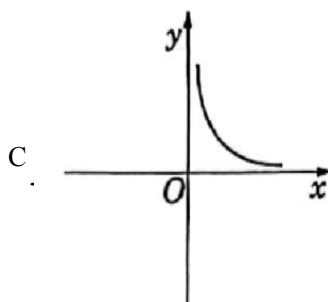
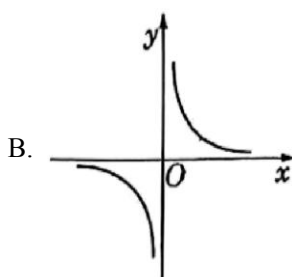
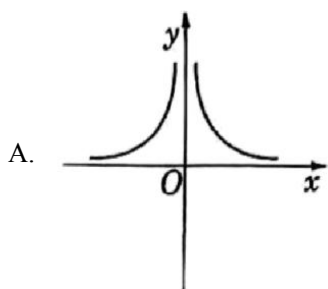
九月份产值为 $100(1+x)^2$ ，

$\therefore$ 计划第三季度共创产值 484 万元，

$$\therefore 100[1+(1+x)+(1+x)^2]=484,$$

故选： D.

7. 如果矩形的面积为 6 平方厘米，那么它的长 y 厘米与宽 x 厘米之间的函数关系用图像表示大致是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数的应用和反比例函数的图像，得出 x 、 y 的函数解析式是解题的关键. 根据矩形面积公式得到 x 、 y 之间的关系式为 $y = \frac{6}{x}$ ，由 $x > 0$ 可知函数图像在第一象限，从而得到答案.

【详解】 解：由矩形的面积公式得： $xy = 6$ ，

$$\therefore y = \frac{6}{x},$$

$$\because x > 0, y > 0,$$

∴ 图像在第一象限,

故选: C.

二、填空题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

8. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程 $3x^{m^2-2} + (m-2)x + m = 0$ 为一元二次方程.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的概念, 判断一个方程是否是一元二次方程, 首先要看是否是整式方程, 然后看化简后是否是只含有一个未知数且未知数的最高次数是 2.

根据一元二次方程的概念可得 $m^2 - 2 = 2$ 即可得解.

【详解】 解: ∵ 关于 x 的方程 $3x^{m^2-2} + (m-2)x + m = 0$ 是一元二次方程,

$$\therefore m^2 - 2 = 2,$$

解得: $m = \pm 2$,

故答案为: ± 2 .

9. 方程 $x^2 = 5x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程. 熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键. 利用因式分解法解方程即可.

【详解】 解: $x^2 = 5x$,

$$\therefore x^2 - 5x = 0,$$

$$\therefore x(x-5) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 5, x_2 = 0;$$

故答案为: $x_1 = 5, x_2 = 0$.

10. 当 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 一元二次方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 无实数根. (写出一个即可).

【答案】 3 (答案不唯一)

【解析】

【分析】本题主要考查根的判别式及根的情况，掌握当一元二次方程无实数根时， $\Delta < 0$ 是解决问题的关键。由于原方程无实数根，利用一元二次方程根的判别式得出 $9 - 4c < 0$ ，解不等式即可。

【详解】解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 无实数根，

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times c = 9 - 4c < 0,$$

$$\text{解得 } c > \frac{9}{4},$$

故答案为：3（答案不唯一）。

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根，则实数 m 的取值范围是_____。

【答案】 $m \leq 3$ ，且 $m \neq 2$

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根的判别式，解题的关键是掌握一元二次方程根的判别式。利用一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \cdot (m-2) \geq 0$ ，且 $m-2 \neq 0$ ，即可求解。

【详解】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \cdot (m-2) \geq 0, \text{ 且 } m-2 \neq 0,$$

$$\text{解得： } m \leq 3, \text{ 且 } m \neq 2,$$

故答案为： $m \leq 3$ ，且 $m \neq 2$ 。

12. 在实数范围内因式分解： $x^2 - 2x - 4 =$ _____。

【答案】 $(x-1-\sqrt{5})(x-1+\sqrt{5})$

【解析】

【分析】令 $x^2 - 2x - 4 = 0$ ，解出两根，即可写出因式分解的结果。

【详解】解：令 $x^2 - 2x - 4 = 0$ ，

$$\text{解得 } x_1 = 1 + \sqrt{5}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

$$\text{所以 } x^2 - 2x - 4 = [x - (1 + \sqrt{5})][x - (1 - \sqrt{5})] = (x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5})$$

$$\text{故答案为 } (x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5})$$

【点睛】本题考查实数范围内分解因式，根据 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 先解方程是关键。

13. 某商品的原价为 100 元，如果经过两次降价，且每次降价的百分率都是 m ，那么该商品现在的价格是_____元（结果用含 m 的代数式表示）。

【答案】 $100(1-m)^2$

【解析】

【分析】 根据该商品现在的价格=原价 $\times$ (1-降价的百分率)²即可得出结论:

【详解】 解: $\because$ 原价为 100 元, 百分率都是 m ,

$\therefore$ 该商品现在的价格是 $100(1-m)^2$;

故答案为: $100(1-m)^2$.

【点睛】 此题考查了列代数式, 解决问题的关键是读懂题意, 找到所求的量的等量关系, 关系是该商品现在的价格=原价 $\times$ (1- m)².

三、计算题 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

14. 解方程: $(x-2)^2 = 9$.

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = -1$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程, 解题的关键是掌握一元二次方程的解法. 利用直接开平方法求解即可.

【详解】 解: $(x-2)^2 = 9$

$$x-2 = \pm 3$$

$$x_1 = 5, x_2 = -1$$

15. 解方程: $4x(x-6) + 3(6-x) = 0$.

【答案】 $x_1 = 6, x_2 = \frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 由 $4x(x-6) + 3(6-x) = 0$ 知 $4x(x-6) - 3(x-6) = 0$, 继而得 $(x-6)(4x-3) = 0$, 据此得出 $x-6=0$ 或 $4x-3=0$, 再进一步求解即可.

【详解】 解: $\because 4x(x-6) + 3(6-x) = 0$,

$$\therefore 4x(x-6) - 3(x-6) = 0,$$

$$\therefore (x-6)(4x-3) = 0,$$

则 $x-6=0$ 或 $4x-3=0$,

解得 $x_1 = 6, x_2 = \frac{3}{4}$.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程，解一元二次方程常用的方法有：直接开平方法、因式分解法、公式法及配方法，解题的关键是根据方程的特点选择简便的方法.

16. 解方程: $x^2 - 14x + 48 = 0$.

【答案】 $x_1 = 6, x_2 = 8$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程，直接利用因式分解法解方程即可.

【详解】 解: $x^2 - 14x + 48 = 0$

$$(x-6)(x-8) = 0$$

$$x-6=0 \text{ 或 } x-8=0$$

解得: $x_1 = 6, x_2 = 8$.

17. 解方程: $x^2 + 4x + 2 = 0$.

【答案】 $x_1 = -2 + \sqrt{2}, x_2 = -2 - \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元二次方程，解题的关键是掌握一元二次方程的解法，利用配方法求解即可.

【详解】 解: $x^2 + 4x + 2 = 0$

$$x^2 + 4x = -2$$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$x+2 = \pm\sqrt{2}$$

$$x_1 = -2 + \sqrt{2}, x_2 = -2 - \sqrt{2}$$

18. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 4x - 1$.

【答案】 $(x-2+\sqrt{5})(x-2-\sqrt{5})$

【解析】

【分析】 此题考查了因式分解，首先利用完全平方公式变形，然后利用平方差公式因式分解即可.

【详解】 $x^2 - 4x - 1$

$$= x^2 - 4x + 4 - 5$$

$$= (x-2)^2 - (\sqrt{5})^2$$

$$= (x-2+\sqrt{5})(x-2-\sqrt{5}).$$

四、解答题 (第 19 题 7 分, 第 20-22 题每题 8 分, 满分 31 分)

19. 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 试取一个 m 的值代入方程, 并求出此方程的两个实数根.

【答案】 (1) $m < \frac{9}{8}$

(2) $m = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了根的判别式以及利用配方法解一元二次方程, 熟练掌握判别式是解题的关键.

(1) 根据方程解的个数结合根的判别式即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解不等式即可得出结论;

(2) 取 $m = 0$, 由此得出关于 x 的一元二次方程, 利用配方法解一元二次方程即可得出结论.

【小问 1 详解】

$\because$ 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times m = 9 - 8m > 0,$$

解得: $m < \frac{9}{8}$,

【小问 2 详解】

解: 当 $m = 0$ 时, 原方程为 $x^2 + \frac{3}{2}x = 0$,

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 0$$

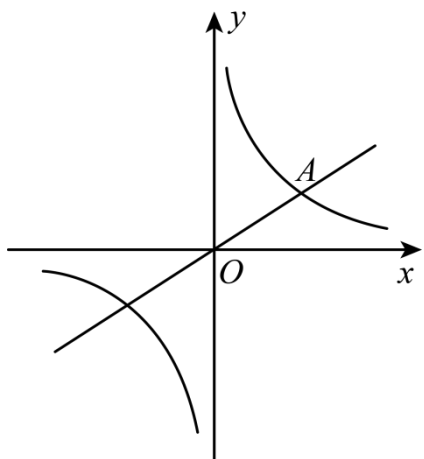
$$x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0 + \left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16},$$

$$x + \frac{3}{4} = \pm \frac{3}{4},$$

$$\therefore x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{3}{2}.$$

20. 如图, 已知正比例函数 $y = ax$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像交于点 $A(3, 2)$.



(1) 求上述正比例函数和反比例函数的解析式；

(2) 根据图像，在第一象限内，当反比例函数值大于正比例函数值时，写出 x 的取值范围.

【答案】 (1) 正比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{3}x$ ，反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$

(2) $0 < x < 3$

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数和反比例函数的交点问题，解题的关键是掌握相关知识，并数形结合.

(1) $A(3, 2)$ 分别代入 $y = ax$ 和 $y = \frac{k}{x}$ 中，求出 a 、 k ，即可求解；

(2) 根据图像求解即可.

【小问 1 详解】

解： $A(3, 2)$ 分别代入 $y = ax$ 和 $y = \frac{k}{x}$ 中，

得到： $2 = 3a$ ， $2 = \frac{k}{3}$ ，

解得： $a = \frac{2}{3}$ ， $k = 6$ ，

$\therefore$ 正比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{3}x$ ，反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$ ；

【小问 2 详解】

由图可知，在第一象限内，当反比例函数值大于正比例函数值时， $0 < x < 3$.

21. 某种型号的优盘经过两次降价后，每只由原来的 200 元下降至 128 元，求这种型号的优盘平均每次降价的百分率.

【答案】 这种型号的优盘平均每次降价的百分率为 20%

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是理解题意，正确找出等量关系. 设这种型号的优

盘平均每次降价的百分率为 x ，根据题意列方程即可求解.

【详解】解：设这种型号的优盘平均每次降价的百分率为 x ，

根据题意得： $200(1-x)^2 = 128$

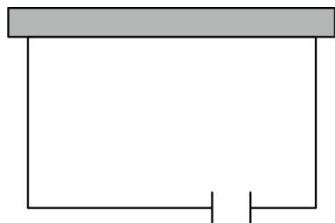
$$(1-x)^2 = 0.64$$

$$1-x = \pm 0.8$$

$$x_1 = 0.2 = 20\%, \quad x_2 = 1.8 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

答：这种型号的优盘平均每次降价的百分率为20%.

22. 如图，某建筑工程队，在工地一边的靠墙处（墙长61.8米），用120米长的栅栏围成一个所占地面为长方形的临时仓库，栅栏只围三边. 长方形仓库的面积是1860平方米，且有一个2米宽的进出铁门. 分别求长方形仓库的长和宽.



【答案】长方形仓库的长和宽分别是60米、31米

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用，设垂直于墙的一边长为 x 米，则平行于墙的一边长为 $(120-2x+2)$ 米，根据长方形的面积为1860平方米，可列出关于 x 的一元二次方程，解方程得出 x 的值，再结合墙长61.8米，即可确定结论.

【详解】解：设垂直于墙的一边长为 x 米，则平行于墙的一边长为 $(120-2x+2)$ 米，

根据题意得： $x(120-2x+2) = 1860$,

整理得： $x^2 - 61x + 930 = 0$,

解得： $x_1 = 30$, $x_2 = 31$,

当 $x = 30$ 时， $120-2x+2 = 120-2 \times 30+2 = 62 > 61.8$ ，不符合题意，舍去；

当 $x = 31$ 时， $120-2x+2 = 120-2 \times 31+2 = 60 < 61.8$ ，符合题意.

答：长方形仓库的长和宽分别是60米、31米.

五、挑战题（本大题共1题，满分10分）

23. 如果方程 $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3px^2 - 9px + 2p^2 = 0$ 有且仅有一个实数满足, 求 p 的值.

【答案】 $p = -\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根的判别式, 解题的关键是将所给方程的左边化为乘积的形式. 将所给方程化为 $(x^2 + 3x - p)(x^2 + 3x - 2p) = 0$, 则 $x^2 + 3x - p = 0$ 或 $x^2 + 3x - 2p = 0$, 要使方程

$x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3px^2 - 9px + 2p^2 = 0$ 有且仅有一个实数满足, 则方程 $x^2 + 3x - p = 0$ 有两个相等的实数根, 且方程 $x^2 + 3x - 2p = 0$ 无实数根或方程 $x^2 + 3x - p = 0$ 无实数根, 且方程 $x^2 + 3x - 2p = 0$ 有两个相等的实数根, 根据根的判别式列出不等式组即可求解.

【详解】 解: $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3px^2 - 9px + 2p^2 = 0$

$$(x^2 + 3x)^2 - 3p(x^2 + 3x) + 2p^2 = 0$$

$$(x^2 + 3x - p)(x^2 + 3x - 2p) = 0$$

$$x^2 + 3x - p = 0 \text{ 或 } x^2 + 3x - 2p = 0,$$

$\therefore$ 方程 $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 3px^2 - 9px + 2p^2 = 0$ 有且仅有一个实数满足,

$\therefore$ 方程 $x^2 + 3x - p = 0$ 有两个相等的实数根, 且方程 $x^2 + 3x - 2p = 0$ 无实数根或方程 $x^2 + 3x - p = 0$ 无实数根, 且方程 $x^2 + 3x - 2p = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \begin{cases} \Delta_1 = 9 + 4p = 0 \\ \Delta_2 = 9 + 8p < 0 \end{cases}, \text{ 解得: } p = -\frac{9}{4},$$

$$\text{或 } \begin{cases} \Delta_1 = 9 + 4p < 0 \\ \Delta_2 = 9 + 8p = 0 \end{cases}, \text{ 无解,}$$

综上, $p = -\frac{9}{4}$.