

2020~2021 学年上海市普陀区八年级上学期期中数学试卷

(满分: 100 分)

一、选择题 (共六题: 共 12 分)

1. 下列各式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

C. $\sqrt{3a}$

D. $\sqrt{12}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据同类二次根式定义, 即可得到答案.

【详解】解: A、 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 故本选项不符合题意;

B、 $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 故本选项不符合题意;

C、 $\sqrt{3a}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 故本选项不符合题意;

D、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故本选项符合题意;

故选: D.

【点睛】本题考查了同类二次根式, 解题关键是掌握同类二次根式定义: 把几个二次根式化为最简二次根式以后, 如果被开方数相同, 那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

2. 下列根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{25a}$

B. $\sqrt{a^2 - b^2}$

C. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

D. $\sqrt{ab^3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的两个条件: 1、被开方数是整数或整式; 2、被开方数不能再开方. 由被选答案可以用排除法可以得出正确答案.

【详解】解: A 选项: $\sqrt{25a} = 5\sqrt{a}$ 可以化简, 不是最简二次根式;

B 选项: $\sqrt{a^2 - b^2}$, 不能再开方, 被开方数是整式, 是最简二次根式;

C 选项: $\sqrt{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{2a}}{2}$, 可以化简, 不是最简二次根式;

D 选项: $\sqrt{ab^3} = |b|\sqrt{ab}$, 可以化简, 不是最简二次根式.

故选: B.

【点睛】 本题考查了最简二次根式, 掌握最简二次根式的两个条件是解题的关键.

3. 下列结论中, 对于任何实数 a 、 b 都成立的是 ()

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

B. $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

C. $\sqrt{a^2} = a$

D. $\sqrt{a^4} = a^2$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据二次根式运算的公式条件逐一判断即可.

【详解】 $\because a \geq 0, b \geq 0$ 时, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$,

$\therefore A$ 不成立;

$\because a > 0, b \geq 0$ 时, $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$,

$\therefore B$ 不成立;

$\because a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$,

$\therefore C$ 不成立;

$\because \sqrt{a^4} = a^2$,

$\therefore D$ 成立;

故选 D.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质, 熟练掌握公式的使用条件是解题的关键.

4. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

A. $x(x-1) = x^2$

B. $\frac{x^2+1}{x} = 3$

C. $x^2 = 3$

D. $x^2 + y^2 = 3$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义“只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程” 分析判断即可.

【详解】解：A、方程整理得 $-x=0$ ，不是一元二次方程，本选项不符合题意；

B、 $\frac{x^2+1}{x}=3$ 不是整式方程，不是一元二次方程，本选项不符合题意；

C、 $x^2=3$ ，是一元二次方程，本选项符合题意；

D、 $x^2+y^2=3$ ，有两个未知数，不是一元二次方程，本选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的定义，解题的关键是熟练掌握一元二次方程的定义.

5. 下列一元二次方程中，有实数根的是（ ）

A. $x^2 - mx - m^2 = 0$ (m 是实数)

B. $x^2 - x + 2020 = 0$

C. $x^2 - 2x + 3 = 0$

D. $\sqrt{2}x^2 + x + 1 = 0$

【答案】A

【解析】

【分析】根据根的判别式的意义进行判断即可.

【详解】解：A、 $D = (-m)^2 - 4 \cdot (-m^2) = 5m^2 \geq 0$ ，方程有实数根，所以A选项符合题意；

B、 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2020 = -8079 < 0$ ，即方程没有实数根，所以B选项不符合题意；

C、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$ ，即方程没有实数根，所以C选项不符合题意；

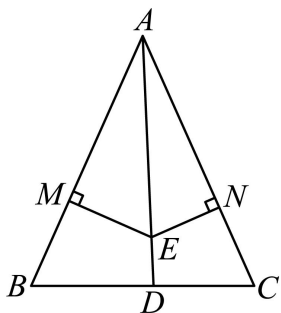
D、 $D = 1^2 - 4 \cdot \sqrt{2} = 1 - 4\sqrt{2} < 0$ ，方程没有实数根，所以D选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了根的判别式，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 为 BC 上一点，联结 AD ，点 E 在 AD 上，过点 E 作 $EM \perp AB$ ， $EN \perp AC$ ，垂足分别为 M 、 N . 下面四个结论：



- ①如果 $AD \perp BC$ ，那么 $EM = EN$ ；
 ②如果 $\angle AEM = \angle AEN$ ，那么 $BD = CD$ ；
 ③如果 $BD = CD$ ，那么 $AM = AN$ ；
 ④如果 $\angle BAD = \angle CAD$ ，那么 $BM = CN$ 。

其中正确的有 ()。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】D

【解析】

- 【分析】① $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，根据等腰三角形的性质，可证得 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，又由 $EM \perp AB$ ， $EN \perp AC$ ，根据角平分线的性质，即可证得 $EM = EN$ ；
 ②根据 AAS 证明 $\triangle AME \cong \triangle ANE$ ，利用全等三角形的性质和等腰三角形的性质得出 $BD = CD$ ；
 ③根据等腰三角形的性质和全等三角形的判定和性质得出 $AM = AN$ ；
 ④根据全等三角形的判定和性质以及等腰三角形的性质得出 $BM = CN$ 。

【详解】解：① $\because AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，
 $\because EM \perp AB$ ， $EN \perp AC$ ，
 $\therefore EM = EN$ ，故①正确；
 ② $\because \angle AEM = \angle AEN$ ， $\angle AME = \angle ANE = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，
 $\because AB = AC$ ，
 $\therefore BD = CD$ ；故②正确；
 ③ $\because AB = AC$ ， $BD = CD$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，
 $\because EM \perp AB$ ， $EN \perp AC$ ，
 $\therefore EM = EN$ ，

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEM \cong \text{Rt}\triangle AEN (\text{HL}),$$

$$\therefore AM = AN; \text{ 故③正确;}$$

$$\textcircled{4} \because AB = AC, \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore EM \perp AB, EN \perp AC,$$

$$\therefore EM = EN,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEM \cong \text{Rt}\triangle AEN (\text{HL}),$$

$$\therefore AM = AN,$$

$$\therefore BM = CN. \text{ 故④正确;}$$

故选: D.

【点睛】此题考查了角平分线的性质、等腰三角形的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

二、填空题 (共十二题: 共 36 分)

7. 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{x+2}$ 有意义.

【答案】 ≥ -2

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式, 求出 x 的取值范围即可.

【详解】 $\because$ 二次根式 $\sqrt{x+2}$ 有意义,

$$\therefore x+2 \geq 0, \text{ 解得 } x \geq -2.$$

故答案为 ≥ -2 .

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件, 注意二次根式中的被开方数是非负数.

8. 化简: $\sqrt{28} =$ _____.

【答案】 $2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】根据化简二次根式的法则计算即可.

【详解】解: $\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

故答案为 $2\sqrt{7}$.

【点睛】本题主要考查了化简二次根式, 熟练掌握化简二次根式的法则是解题的关键.

9. 计算: $\sqrt{2x^3y^5} \cdot \sqrt{\frac{8}{xy}} \quad (x > 0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $4xy^2$

【解析】

【分析】 根据二次根式的乘法运算法则进行计算，再化成最简二次根式.

【详解】 解： 原式 $= \sqrt{2x^3y^5 \cdot \frac{8}{xy}} = \sqrt{16x^2y^4} = 4xy^2$.

故答案为: $4xy^2$.

【点睛】 本题考查二次根式的运算，解题的关键是掌握二次根式的性质与化简和二次根式的乘法运算.

10. 不等式 $2x \geq \sqrt{2}x + 2$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x \geq 2 + \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据移项、合并同类项、系数化为 1，求出不等式的解集即可.

【详解】 解： $2x \geq \sqrt{2}x + 2$,

移项、合并得 $(2 - \sqrt{2})x \geq 2$,

系数化为 1 得 $x \geq \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}$,

$\therefore x \geq 2 + \sqrt{2}$.

故答案为: $x \geq 2 + \sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查了解一元一次不等式，分母有理化，熟练掌握求解过程是解答本题的关键.

11. 方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x_1 = x_2 = 2$

【解析】

【分析】 通过完全平方公式法进行因式分解，然后解方程即可解答.

【详解】 解： $\because x^2 - 4x + 4 = 0$,

$\therefore (x - 2)^2 = 0$,

解得, $x_1 = x_2 = 2$

【点睛】 本题考查了用完全平方公式法进行因式分解, 熟练掌握是解题的关键.

12. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 3x - 2 =$ _____.

【答案】 $(x - \frac{3+\sqrt{17}}{2}) (x - \frac{3-\sqrt{17}}{2})$

【解析】

【分析】 首先令 $x^2 - 3x - 2 = 0$, 利用公式法即可求得此一元二次方程的解, 继而可将此多项式分解.

【详解】 令 $x^2 - 3x - 2 = 0$,

则 $a=1$, $b=-3$, $c=-2$,

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x^2 - 3x - 2 = (x - \frac{3+\sqrt{17}}{2}) (x - \frac{3-\sqrt{17}}{2}).$$

故答案为 $(x - \frac{3+\sqrt{17}}{2}) (x - \frac{3-\sqrt{17}}{2})$.

【点睛】 本题考查实数范围内分解因式, 解题的关键是掌握实数范围内分解因式.

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx - 4 = 0$ 有一个根是 -1 , 那么 m 的值是_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 把方程的根代入方程即可求解.

【详解】 解: $\because x^2 - mx - 4 = 0$ 有一个根是 -1 ,

$$\therefore (-1)^2 - m \times (-1) - 4 = 0,$$

解得 $m = 3$,

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解, 解题关键是理解方程的根一定满足方程, 代入求解.

14. 如果关于 x 的一元二次方程 $3x^2 + x - m = 0$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq -\frac{1}{12}$

【解析】

【分析】根据关于 x 的一元二次方程 $3x^2 + x - m = 0$ 有两个实数根，得出 $\Delta = 1 - 4 \times 3 \times (-m) \geq 0$ ，从而求出 m 的取值范围.

【详解】解： $\because$ 一元二次方程 $3x^2 + x - m = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore \Delta = 1 - 4 \times 3 \times (-m) \geq 0,$$

$$\therefore m \geq -\frac{1}{12},$$

故答案为： $m \geq -\frac{1}{12}$.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式，关键是掌握 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

15. 某服装原价为 1000 元，如果连续两次以同样的百分率降价后价格是 640 元，设两次降价的百分率为 x ，根据题意可列出方程_____.

【答案】 $1000(1-x)^2 = 640$

【解析】

【分析】设两次降价的百分率为 x ，根据原价 $\times (1-x)^2 =$ 降价后售价，即可列出方程.

【详解】解：设两次降价的百分率为 x ，

根据题意可列出方程为： $1000(1-x)^2 = 640$,

故答案为： $1000(1-x)^2 = 640$.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的实际应用，解题的关键是正确理解题意，找出等量关系，列出方程.

16. 把命题“平行于同一直线的两直线平行”改写成“如果...，那么...”的形式：_____.

【答案】如果两条直线平行于同一条直线，那么这两条直线平行

【解析】

【分析】命题由题设和结论两部分组成，通常写成“如果...，那么...”的形式。“如果”后面接题设，“那么”后面接结论.

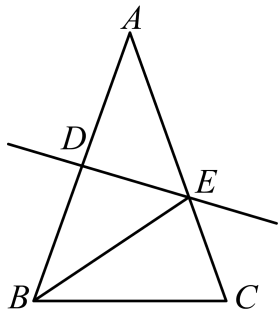
【详解】解：命题“平行于同一直线的两直线平行”可以改写为：如果两条直线平行于同一条直线，那么这两条直线平行.

故答案为：如果两条直线平行于同一条直线，那么这两条直线平行.

【点睛】任何一个命题都可以写成“如果...，那么...”的形式。“如果”后面接题设，“那么”后面接结论. 在

改写过程中，不能简单地把题设部分、结论部分分别塞在“如果”、“那么”后面，要适当增减词语，保证句子通顺而不改变原意。

17. 已知如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 14\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ， AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E ，垂足为点 D ，那么 $\triangle BCE$ 的周长为 _____ cm 。



【答案】 22

【解析】

【分析】由垂直平分线的性质可得 $AE = BE$ ，然后计算 $\triangle BCE$ 的周长即可。

【详解】解： $\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore BC + BE + EC = BC + AE + EC = BC + AC = 8 + 14 = 22(\text{cm}),$$

$\therefore \triangle BCE$ 的周长是 22cm 。

故答案为：22。

【点睛】此题考查了线段垂直平分线的性质。解决本题的关键是注意垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等。

18. 阅读：关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，我们知道当 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ 时，这个方程的

$$\text{两个实数根可以表示为： } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{此时方两根之和为： } x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$$

$$\text{两根之积为： } x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}, \text{ 这就是一元二次方程的根与系数}$$

关系定理。利用一元二次方程的根与系数关系定理我们可以不解方程直接求出方程的两根之和与两根之

积。例如，已知 x_1, x_2 分别为一元二次方程 $2x^2 - x - 3 = 0$ 的两根，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$ ，

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$ 。根据上述材料回答问题：已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $-\sqrt{2}x^2 = x - 4$ 的两根，那

$$x_1^2 + x_2^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\frac{1}{2} + 4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据材料提供的定理求得 $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ 的值, 再利用完全平方公式变形代入求值即可求解.

【详解】 解: 方程整理得 $\sqrt{2}x^2 + x - 4 = 0$,

$$\text{由题意得: } x_1 + x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{-4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2},$$

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \times (-2\sqrt{2}) \\ &= \frac{1}{2} + 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2} + 4\sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查了完全平方公式的应用, 根据材料求得 $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ 的值是解题的关键.

三、解答题 (共六题: 共 52 分)

19. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}.$

【答案】 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】 先把各项二次根式化为最简二次根式和分母有理化, 然后去括号合并同类项即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化为最简二次根式和分母有理化, 再进行二次

根式去括号和合并同类项.

20. 用配方法解方程: $x^2 - 4x - 96 = 0$.

【答案】 $x_1 = 12$, $x_2 = -8$

【解析】

【分析】 利用配方法解一元二次方程即可.

【详解】 解: $\because x^2 - 4x - 96 = 0$,

$$\therefore x^2 - 4x = 96,$$

$$\therefore x^2 - 4x + 4 = 96 + 4,$$

$$\therefore (x - 2)^2 = 100,$$

$$\therefore x - 2 = \pm 10,$$

$$\therefore x_1 = 12, \quad x_2 = -8.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

21. 解方程: $2x^2 - 3x - 3 = x(x - 1)$.

【答案】 $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

【解析】

【分析】 先把方程整理成一般形式, 再用因式分解法解方程即可.

【详解】 解: $2x^2 - 3x - 3 = x(x - 1)$

整理 $2x^2 - 3x - 3 = x(x - 1)$ 得,

$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

因式分解得, $(x - 3)(x + 1) = 0$,

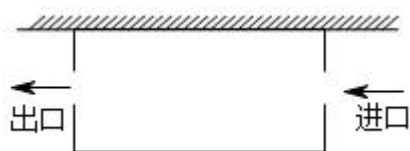
$$\therefore x - 3 = 0 \text{ 或 } x + 1 = 0,$$

解得 $x_1 = 3$, $x_2 = -1$.

【点睛】 此题考查了一元二次方程, 熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键.

22. 第十五届中国上海国际艺术节期间, 瑞士日内瓦大歌剧院芭蕾舞团芭蕾舞剧《吉赛尔》在市内的城市剧院演出, 主办方工作人员准备利用一边靠墙 (墙 26 米) 的空旷场地为提前到场的观众设立面积为 300 平方米的封闭型长方形等候区. 如图, 为了方便观众进出, 在两边空出两个宽各为 1 米的出入口, 共用去隔栏

绳 48 米. 请问, 工作人员围成的这个长方形的相邻两边长分别是多少米?

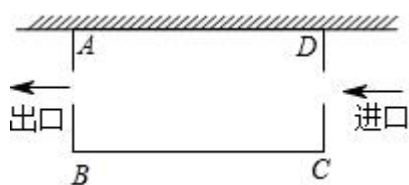


【答案】 AB 为 15 米, BC 为 20 米

【解析】

【分析】设封闭型长方形等候区的边 AB 为 x 米, 根据面积为 300 平方米的封闭型长方形等候区可得 $(48+2-2x)x=300$, 再解一元二次方程即可.

【详解】解: 设封闭型长方形等候区的边 AB 为 x 米,



由题意得: $x(48-2x+2)=300$,

整理, 得 $x^2-25x+150=0$,

解得 $x_1=10$, $x_2=15$,

当 $x=10$ 时, $BC=30>26$;

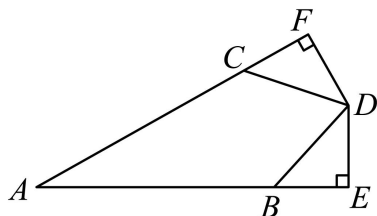
当 $x=15$ 时, $BC=20<26$,

$\therefore x=10$ 不合题意, 应舍去.

答: 封闭型长方形等候区的边 AB 为 15 米, BC 为 20 米.

【点睛】本题考查了栅栏围长方形问题, 一元二次方程的解法, 方程根的意义, 根据题意, 正确列出方程, 并正确判断根的取舍是解题的关键.

23. 如图, 已知 $AB=AC$, $BD=CD$, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E 、 $DF \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 F , 垂足分别为点 E 、 F .



(1) 求证: $\angle DBE = \angle DCF$;

(2) 求证: $BE = CF$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

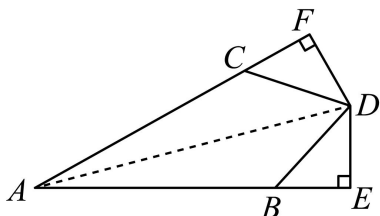
【解析】

【分析】(1) 连接 AD ，证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS)，得 $\angle ABD = \angle ACD$ ，即可得出结论；

(2) 证 $\triangle BDE \cong \triangle CDF$ (AAS)，即可得出结论.

【小问 1 详解】

证明：连接 AD ，如图：



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD, \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DCF;$$

【小问 2 详解】

证明： $\because DE \perp AB, DF \perp AC$,

$$\therefore \angle E = \angle F = 90^\circ,$$

由 (1) 得： $\angle DBE = \angle DCF$ ，

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

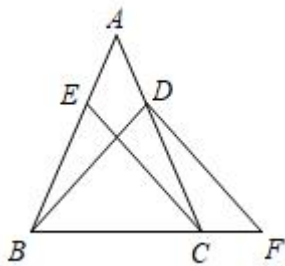
$$\begin{cases} \angle DBE = \angle DCF \\ \angle E = \angle F \\ BD = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE = CF.$$

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质等知识；熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

24. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上，且 $AD = AE$ ，点 F 在 BC 的延长线上， $DB = DF$.



(1) 求证: $\angle ABD = \angle ACE$.

(2) 求证: $CE \parallel DF$.

【答案】(1) 见解析;

(2) 见解析.

【解析】

【分析】(1) 由“SAS”可证 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$, 可得 $\angle ABD = \angle ACE$;

(2) 由等腰三角形的性质可得 $\angle DBF = \angle F$, 由外角的性质可得 $\angle ACE = \angle CDF$, 可得结论.

【小问 1 详解】

证明: 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中,

$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle A = \angle A, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE;$$

【小问 2 详解】

$$\because DB = DF,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle F,$$

$$\because \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC, \quad \angle ACB = \angle F + \angle CDF,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle CDF,$$

$$\therefore CE \parallel DF.$$

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质, 掌握全等三角形的判定方法是本题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能