

徐汇中学 2022 学年初二年级第一学期

期中考试数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列根式中, 最简二次根式有 () 个.

$$\sqrt{\frac{a}{b}}, 3\sqrt{ab}, \sqrt{a^2+b^2}, \sqrt{n^2+2n+1}, \sqrt{a^2-b^2}, \sqrt{12}, \sqrt{91}$$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】 C

【解析】

【分析】 最简二次根式的概念: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式, 据此解答即可.

【详解】 解: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$, $\sqrt{n^2+2n+1} = \sqrt{(n+1)^2} = |n+1|$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$,

故 $3\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{a^2-b^2}$, $\sqrt{91}$ 是最简二次根式,

故选: C.

【点睛】 本题主要考查了最简二次根式, 熟练掌握最简二次根式的概念是解题的关键.

2. 下列各式中是 $-a\sqrt{y}-b\sqrt{x}$ 有理化因式的是 ()

A. $a\sqrt{y}+b\sqrt{x}$

B. $b\sqrt{x}-a\sqrt{y}$

C. $a\sqrt{x}-b\sqrt{y}$

D. $b\sqrt{y}-a\sqrt{x}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 利用平方差公式, 进行计算即可解答.

【详解】 观察各选项, 只有 B 选项中有一项与所给式子中一项的符号相同, 另一项符号相反,

$$(-a\sqrt{y}-b\sqrt{x})(b\sqrt{x}-a\sqrt{y})$$

$$= -(b\sqrt{x}+a\sqrt{y})(b\sqrt{x}-a\sqrt{y})$$

$$= -(b^2x-a^2y)$$

$$= -b^2x+a^2y$$

故选: B

【点睛】 本题主要考查运用平方差公式对式子有理化, 解题的关键是熟练运用平方差公式.

3. 下列二次三项式在实数范围内一定能因式分解的是 ()

- A. $x^2 + 2x + 3$ B. $x^2 - 2x - m^2$ C. $x^2 - 2x - m$ D. $3x^2 - 4xy + 5y^2$

【答案】B

【解析】

【分析】转化一元二次方程根的判别式计算判断即可.

【详解】A. $\because x^2 + 2x + 3 = 0$ 中, $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 3 < 0$,

$\therefore x^2 + 2x + 3 = 0$ 无实数根,

故 $x^2 + 2x + 3$ 在实数范围内不能因式分解, 不符合题意;

B. $\because x^2 - 2x - m^2 = 0$ 中, $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m^2) = 4 + 4m^2 > 0$,

$\therefore x^2 - 2x - m^2 = 0$ 有两个不相等的实数根,

故 $x^2 - 2x - m^2$ 在实数范围内能因式分解, 符合题意;

C. $\because x^2 - 2x - m = 0$ 中, $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m$, 无法确定属性,

$\therefore x^2 - 2x - m = 0$ 不一定有实数根,

故 $x^2 - 2x - m$ 在实数范围内不一定能因式分解, 不符合题意;

D. $\because 3x^2 - 4xy + 5y^2 = 0$ 中, $\Delta = (-4y)^2 - 4 \times 3 \times 5y^2 = -44y^2 < 0$,

$\therefore 3x^2 - 4xy + 5y^2 = 0$ 无实数根,

故 $3x^2 - 4xy + 5y^2$ 在实数范围内不能因式分解, 不符合题意;

故选 B.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式, 熟练掌握根的判别式是解题的关键.

4. 若 $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - a\right)^2} = a - \frac{1}{2}$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $a \geq \frac{1}{2}$ B. $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ C. $a \leq \frac{1}{2}$ D. 一切实数

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用二次根式的性质得出 $a - \frac{1}{2}$ 的符号, 进而得出答案.

【详解】解: 若 $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - a\right)^2} = a - \frac{1}{2}$,

则 $a - \frac{1}{2} \geq 0$,

解得: $a \geq \frac{1}{2}$.

故选: A

【点睛】此题主要考查了二次根式的性质与化简, 正确得出二次根式化简结果的符号是解题的关键.

5. 已知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 已知它的两条边的长度分别是方程 $2x^2 - 7x + 5 = 0$ 的两个根, 那么该三角形的周长是 ()

A. $\frac{9}{2}$ 或 6

B. $\frac{9}{2}$

C. 5

D. 6

【答案】D

【解析】

【分析】先求得 $2x^2 - 7x + 5 = 0$ 的两个根 $x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2}$, 根据等腰三角形分类计算即可.

【详解】 $\because 2x^2 - 7x + 5 = 0$,

解得 $x_1 = 1, x_2 = \frac{5}{2}$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形三边长为 $\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 1$ 或 $\frac{5}{2}, 1, 1$ (不存在, 舍去),

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形周长为 $\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + 1 = 6$,

故选: D.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法, 等腰三角形的性质, 三角形的存在性, 熟练掌握解方程, 等腰三角形的分类是解题的关键.

6. 下列命题的逆命题是假命题的是 ()

A. 直角三角形的两个锐角互余

B. 两直线平行, 内错角相等

C. 三条边对应相等的两个三角形是全等三角形

D. 若 $x = y$, 则 $x^2 = y^2$

【答案】D

【解析】

【分析】写出原命题的逆命题后判断正误即可.

- 【详解】解：A、逆命题为两角互余的三角形是直角三角形，正确，是真命题，不符合题意；
 B、逆命题为内错角相等，两直线平行，正确，是真命题，不符合题意；
 C、逆命题为全等三角形的三条边对应相等，正确，是真命题，不符合题意；
 D、逆命题为若 $x^2 = y^2$ ，则 $x = y$ ， $\therefore$ 若 $x^2 = y^2$ ，则 $x = \pm y$ ， $\therefore$ 错误，是假命题，符合题意。

故选：D.

【点睛】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解如何写出一个命题的逆命题，难度不大.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每空 2 分，满分 24 分)

7. 如果二次根式 $\sqrt{a+1}$ 有意义，那么实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq -1$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件，得出 $a+1 \geq 0$ ，进而即可求解.

【详解】根据题意知 $a+1 \geq 0$,

解得 $a \geq -1$,

故答案为： $a \geq -1$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式有意义的条件是解题的关键.

8. 化简： $\sqrt{50a^2b^5} (a > 0) =$ _____.

【答案】 $5ab^2\sqrt{2b}$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件，结合 $a > 0$ ，得到 $b > 0$ ，化简即可.

【详解】 $\because \sqrt{50a^2b^5}$ 是二次根式，且 $a > 0$,

$\therefore b > 0$,

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{50a^2b^5} &= \sqrt{5^2 \times 2 \cdot a^2 \cdot (b^2)^2 b} \\ &= 5ab^2\sqrt{2b},\end{aligned}$$

故答案为： $5ab^2\sqrt{2b}$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，二次根式的化简，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键.

9. 已知 $a = 2 - \sqrt{5}$ 则 a 的倒数为_____.

【答案】 $-2 - \sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据分母有理化，倒数的定义即乘积为1的两个数互为倒数，计算即可.

【详解】 $\because a = 2 - \sqrt{5}$,

$$\therefore a \text{ 的倒数为 } \frac{1}{2 - \sqrt{5}} = \frac{2 + \sqrt{5}}{-1}$$

$$= -2 - \sqrt{5},$$

故答案为: $-2 - \sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了倒数，分母有理化，熟练掌握定义，灵活进行分母有理化是解题的关键.

10. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - x - 5 =$ _____.

【答案】 $2\left(x - \frac{1 + \sqrt{41}}{4}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{41}}{4}\right)$

【解析】

【分析】先在实数范围内提公因式得: $2\left(x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)$, 然后利用配方法以及平方差公式将括号里的进行

因式分解变形得出答案

【详解】 $2x^2 - x - 5 = 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)$

$$= 2\left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} - \frac{5}{2}\right)$$

$$= 2\left[\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{41}{16}\right]$$

$$= 2\left[\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2\right]$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{41}}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{41}}{4}\right)$$

$$= 2\left(x - \frac{1 + \sqrt{41}}{4}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{41}}{4}\right)$$

故答案为: $2\left(x - \frac{1 + \sqrt{41}}{4}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{41}}{4}\right)$

【点睛】本题主要考查了因式分解的基本方法，熟练掌握相关方法是解题关键.

11. 不等式 $\sqrt{3}x - 5 > 2x$ 的解集是 _____.

【答案】 $x < -5\sqrt{3} - 10$

【解析】

【分析】 根据解一元一次不等式基本步骤：移项、合并同类项、系数化为 1 进行计算即可得.

【详解】 解： $\sqrt{3}x - 5 > 2x$,

移项得： $\sqrt{3}x - 2x > 5$,

合并得： $(\sqrt{3} - 2)x > 5$,

解得： $x < -5\sqrt{3} - 10$,

故答案为： $x < -5\sqrt{3} - 10$.

【点睛】 本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

12. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - 2m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $m < -\frac{9}{8}$

【解析】

【分析】 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - 2m = 0$ 没有实数根，得出 $\Delta = 9 - 4 \times (-2m) < 0$ ，从而求出 m 的取值范围.

【详解】 解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 + 3x - 2m = 0$ 没有实数根，

$\therefore \Delta = 9 - 4 \times (-2m) < 0$,

$\therefore m < -\frac{9}{8}$,

故答案为： $m < -\frac{9}{8}$.

【点睛】 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式，关键是掌握 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

13. 命题“同旁内角相等，两直线平行”是_____（填“真”或“假”）命题.

【答案】 假

【解析】

【分析】 利用平行线的判定对命题进行判断即可确定答案.

【详解】同旁内角互补，两直线平行是真命题.

故答案为：假.

【点睛】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行线的性质，难度比较小.

14. 如果最简二次根式 $\sqrt{x^2+7}$ 与 $2\sqrt{4x+3}$ 是同类二次根式，则 x 的值是_____.

【答案】2

【解析】

【分析】根据最简二次根式与同类二次根式的定义列方程求解.

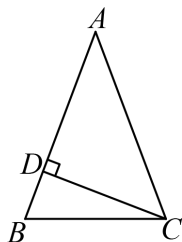
【详解】解：由题意，得： $x^2+7=4x+3$,

解得： $x=2$,

故答案为：2.

【点睛】本题主要考查同类二次根式及一元二次方程的解法，熟练掌握同类二次根式的概念是解题的关键.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $CD \perp AB$, 点 D 为垂足, 请写出 $\angle A$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系_____.



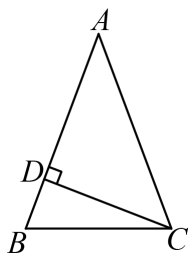
【答案】 $\angle A = 2\angle BCD$

【解析】

【分析】根据等边对等角，结合三角形内角和定理，直角三角形的特征，计算即可.

【详解】 $\because \triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $CD \perp AB$,

$\therefore \angle B = \angle ACB, \angle BCD = 90^\circ - \angle B$,



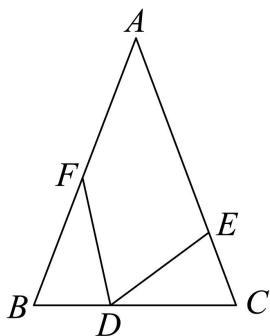
$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle ACB = 180^\circ - 2\angle B = 2(90^\circ - \angle B)$,

$\therefore \angle A = 2\angle BCD$,

故答案为： $\angle A = 2\angle BCD$.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，直角三角形的性质，熟练掌握等腰三角形的性质，直角三角形的性质是解题的关键.

16. 如图在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BF=CD$, $BD=CE$, $\angle FDE=70^\circ$, 那么 $\angle A=$ _____.



【答案】 40°

【解析】

【分析】 先证明 $\triangle BDF \cong \triangle CED$, 得到 $\angle BFD = \angle CDE$, 根据三角形的内角和与平角的定义推出 $\angle FDE$ 与 $\angle B$ 相等, 再利用三角内角和定理整理即可得出结论.

【详解】 解: $\because AB=AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中,
$$\begin{cases} BF=CD \\ \angle B=\angle C, \\ BD=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED$ (SAS),

$\therefore \angle BFD = \angle CDE$,

$\therefore \angle FDE = 180^\circ - \angle CDE - \angle BDF = 180^\circ - \angle BFD - \angle BDF = \angle B$,

$\because \angle FDE = 70^\circ$,

$\therefore \angle B = 70^\circ$,

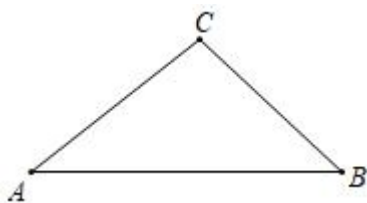
$\because \angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$,

$\therefore \angle A = 40^\circ$.

故答案为: 40° .

【点睛】 本题考查了三角形全等的性质与判定. 解题的关键是通过三角形全等利用角的等量代换得到 $\angle FDE = \angle B$.

17. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转, 使点 C 落在边 AB 上的点 E 处, 点 B 落在点 D 处, 联结 BD , 如果 $\angle DAC = \angle DBA$, 那么 $\angle BAC =$ ____度.



【答案】 36

【解析】

【分析】 设 $\angle BAC=x$ ，依据旋转的性质，可得 $\angle DAE=\angle BAC=x$ ， $\angle ADB=\angle ABD=2x$ ，再根据三角形内角和定理即可得出 x 。

【详解】 解：设 $\angle BAC=x$ ，由旋转的性质，可得

$$\angle DAE=\angle BAC=x,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle DBA=2x,$$

$$\text{又} \because AB=AD,$$

$$\therefore \angle ADB=\angle ABD=2x,$$

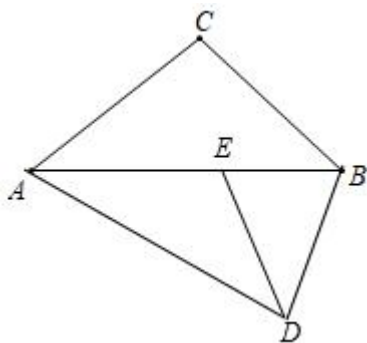
$$\triangle ABD \text{ 中, } \angle BAD+\angle ABD+\angle ADB=180^\circ,$$

$$\therefore x+2x+2x=180^\circ,$$

$$\therefore x=36^\circ,$$

$$\text{即} \angle BAC=36^\circ,$$

故答案为：36.



【点睛】 本题主要考查了旋转的性质以及三角形内角和定理，解题时注意：旋转前、后的图形全等.

18. 设 a 为 $\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}$ 的小数部分， b 为 $\sqrt{6+3\sqrt{3}}-\sqrt{6-3\sqrt{3}}$ 的小数部分，则 $\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$ 值为 _____.

【答案】 $\sqrt{6}-\sqrt{2}+1$

【解析】

【分析】 运用完全平方公式化简，后估算法确定整数部分和小数部分，最后分母有理化计算即可.

【详解】 $\because \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$

$$= \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}} - \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1+1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \text{ 且 } 1 < \sqrt{2} < 2, \text{ } a \text{ 为 } \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} \text{ 的小数部分,}$$

$$\therefore a = \sqrt{2} - 1;$$

$$\because \sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{6-3\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{12+6\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{12-6\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+3)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(3-\sqrt{3})^2}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2}} - \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}, \text{ 且 } 2 < \sqrt{6} < 3, \text{ } b \text{ 为 } \sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{6-3\sqrt{3}} \text{ 的小数部分,}$$

$$\therefore b = \sqrt{6} - 2;$$

$$\therefore \frac{2}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{\sqrt{6}-2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{6} + 2 - \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{2} + 1,$$

故答案为: $\sqrt{6} - \sqrt{2} + 1$.

【点睛】 本题考查了完全平方公式，二次根式的性质，无理数的估算，分母有理化，二次根式的加减运算，熟练掌握完全平方公式，二次根式的性质，无理数的估算，分母有理化是解题的关键.

三、计算题 (本大题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分)

19. 计算: $6\sqrt{0.5} - \sqrt{1\frac{1}{3}} - \left(4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{48}\right)$

【答案】 $2\sqrt{2} + \frac{10}{3}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质化简，后运用二次根式的加减运算计算即可.

【详解】 解： 原式 $= 3\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} - (\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{2} + \frac{10}{3}\sqrt{3}.$$

【点睛】 本题考查了次根式的性质，二次根式的加减运算，熟练掌握性质，灵活加强运算是解题的关键.

20. 计算： $3\sqrt{\frac{12}{y^3}} \div \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{xy}{3}} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}} \right)$

【答案】 $\frac{8\sqrt{2y}}{y}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的乘除混合计算法则求解即可.

【详解】 解： $3\sqrt{\frac{12}{y^3}} \div \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{xy}{3}} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{18}{xy^3}} \right)$

$$= 3\sqrt{\frac{12}{y^3}} \div \frac{3}{8}\sqrt{\frac{xy}{3} \cdot \frac{18}{xy^3}}$$

$$= 3\sqrt{\frac{12}{y^3}} \div \frac{3}{8}\sqrt{\frac{6}{y^2}}$$

$$= 3 \times \frac{8}{3}\sqrt{\frac{12}{y^3} \div \frac{6}{y^2}}$$

$$= 8\sqrt{\frac{12}{y^3} \cdot \frac{y^2}{6}}$$

$$= 8\sqrt{\frac{2}{y}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2y}}{y}.$$

【点睛】 本题主要考查了二次根式的乘除混合计算，熟知相关计算法则是解题的关键.

21. 解方程: $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x$

【答案】 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 利用因式分解法求解即可.

【详解】 解: $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x,$

$$2x^2 - 2 + 3x = 6x,$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0,$$

$$(2x+1)(x-2) = 0$$

解得 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}.$

所以方程的解是 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}.$

【点睛】 本题考查了因式分解法解方程, 熟练掌握因式分解的技巧是解题的关键.

22. 解方程: $(2x-1)^2 - \frac{1}{2}(1-2x) = 0$

【答案】 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 运用因式分解法求解即可.

【详解】 解: $(2x-1)^2 - \frac{1}{2}(1-2x) = 0,$

$$(2x-1)^2 + \frac{1}{2}(2x-1) = 0,$$

$$(2x-1)\left(2x-1+\frac{1}{2}\right) = 0,$$

$$2x-1=0 \text{ 或 } 2x-\frac{1}{2}=0,$$

所以方程的解是 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}.$

【点睛】 本题考查了因式分解法解方程, 熟练掌握因式分解是解题的关键.

23. 解方程: $3x^2 - 2x - 7 = 0$

【答案】 $x_1 = \frac{1+\sqrt{22}}{3}, x_2 = \frac{1-\sqrt{22}}{3}$

【解析】

【分析】明确方程中未知数的二次项、一次项系数及常数项，运用求根公式求解.

【详解】解： $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-7) = 88$,

$$\therefore x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{88}}{2 \times 3} = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3},$$

$$\therefore \text{方程的解为 } x_1 = \frac{1+\sqrt{22}}{3}, x_2 = \frac{1-\sqrt{22}}{3}.$$

【点睛】本题考查一元二次方程的求解，注意根据方程具体情况选用适当的方法求解是解题的关键.

24. 已知 $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, 求代数式 $\frac{x^2-6x+2}{x-3}$ 的值.

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【解析】

【分析】先将 x 进行化简，然后再代入求值即可.

【详解】解： $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3+2\sqrt{2}$,

$$\text{原式} = \frac{(3+2\sqrt{2})^2 - 6(3+2\sqrt{2}) + 2}{3+2\sqrt{2}-3}$$

$$= \frac{9+12\sqrt{2}+8-18-12\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

【点睛】本题考查二次根式的化简与计算，掌握化简方法及运算法则是解题关键.

四、解答题（本大题共 4 小题，25 题 8 分，26 题、27 题 6 分，28 题 14 分，满分 34 分）

25. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2m-2)x + m^2 = 0$ 有两个实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 m 取最大非零整数时，求方程的两个根.

【答案】 (1) $m \leq \frac{1}{2}$; (2) $x_1 = -2 - \sqrt{3}$, $x_2 = -2 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 (1) 根据方程有两个实数根, 结合根的判别式可得 $\Delta \geq 0$, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之即可得出 m 的取值范围;

(2) 由 (1) 的结论可得出 m 可取的最大非零整数为 -1 , 将其代入原方程中, 再利用公式法解一元二次方程, 即可求出此时方程的两个根.

【详解】 解: (1) $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - (2m-2)x + m^2 = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = [-(2m-2)]^2 - 4 \times 1 \times m^2 = 4 - 8m \geq 0,$$

解得: $m \leq \frac{1}{2}$,

$\therefore m$ 的取值范围为 $m \leq \frac{1}{2}$.

$$(2) \because m \leq \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 当 m 取最大非零整数时, $m = -1$.

当 $m = -1$ 时, 原方程为 $x^2 + 4x + 1 = 0$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = -2 - \sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = -2 + \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 当 m 取最大非零整数时, 方程的两个根分别为 $x_1 = -2 - \sqrt{3}$, $x_2 = -2 + \sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查的是一元二次方程根的判别式, 一元二次方程的解法, 掌握“利用一元二次方程根的判别式求解参数的范围”是解本题的关键.

26. 将进货单价为 100 元的商品按 120 元售出时, 能卖出 500 件. 已知这种商品每涨 1 元, 其销售量就减少 10 件. 如果希望能获得利润 12 000 元, 售价应定多少元? 这时应进货多少件?

【答案】 售价应定 130 元, 这时应进货 400 个, 或售价应定 140 元, 这时应进货 300 个.

【解析】

【分析】 总利润 = 销售量 $\times$ 每个利润. 设涨价 x 元能赚得 12000 元的利润, 即售价定为每个 $(x+120)$ 元, 应进货 $(500-10x)$ 个, 根据为了赚得 12000 元的利润, 可列方程求解.

【详解】 解: 设涨价 x 元能赚得 12000 元的利润, 即售价定为每个 $(x+120)$ 元, 应进货 $(500-10x)$ 个, 依题意得:

$$(120 - 100 + x)(500 - 10x) = 12000,$$

解得 $x_1 = 10$, $x_2 = 20$,

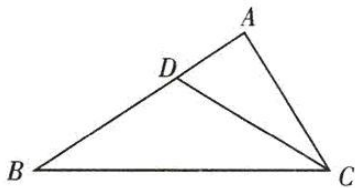
当 $x = 10$ 时, $x + 120 = 130$, $500 - 10x = 400$;

当 $x = 20$ 时, $x + 120 = 140$, $500 - 10x = 300$.

答: 售价应定 130 元, 这时应进货 400 个, 或售价应定 140 元, 这时应进货 300 个.

【点睛】 本题考查一元二次方程的应用, 关键看到涨价和销售量的关系, 然后以利润做为等量关系列方程求解.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是 $\angle C$ 的角平分线, $\angle A = 2\angle B$, 求证: $BC = AC + AD$.

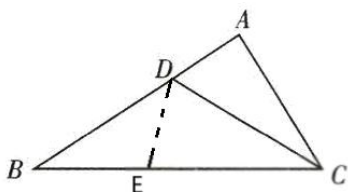


【答案】 详见解析

【解析】

【分析】 在 BC 上取一点 E 使得 $CE = AC$, 易证 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$, 可得 $\angle DEC = \angle A = 2\angle B$, 再根据三角形的外角可得 $\angle B + \angle BDE = \angle DEC = 2\angle B$, 所以 $\angle B = \angle BDE$, 可得 $DE = BE$, 通过等量代换可得出 $BC = AC + AD$.

【详解】 解: 如图, 在 BC 上找到 E 点, 使得 $CE = AC$,



$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 和 } \triangle ECD \text{ 中, } \begin{cases} AC = CE \\ \angle ACD = \angle ECD, \\ CD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ECD \quad (\text{SAS}).$$

$$\therefore DE = AD.$$

$$\because \angle A = 2\angle B, \quad \angle B + \angle BDE = \angle DEC = \angle A,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDE.$$

$$\therefore DE = BE.$$

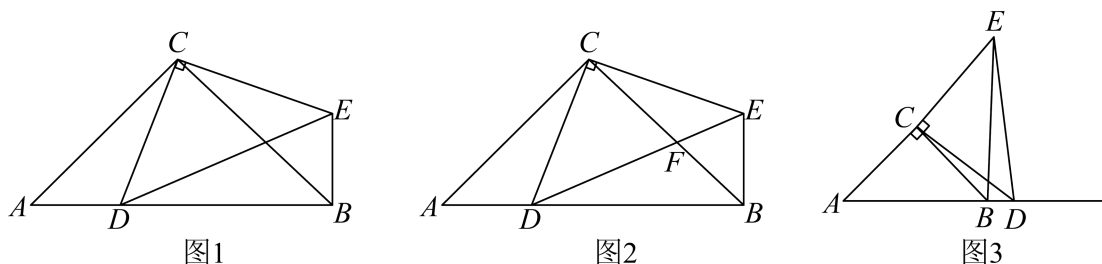
$$\therefore BC = BE + CE,$$

$$\therefore BC = DE + AC = AD + AC$$

【点睛】 本题考查利用截长补短的辅助线结合全等解题; 本题的解题关键是看到三条线段之间和或者差的

关系，要利用截长补短方法在较长线段上截取与其中一条较短线段相等的线段，构造全等三角形，或者利用补短的方法，将其中一条较短线段延长，构造全等三角形.

28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是射线 AB 上的动点，满足 $CE \perp CD$ 且 $CE = CD$.



- (1) 如果 $CA = CB$, $\angle ACB = 90^\circ$,
- ①当点 D 在线段 AB 上，如图 1，线段 BE 、 AD 之间的数量关系是_____，位置关系是_____.
- ②当点 D 在线段 AB 上，如图 2，如果线段 DE 与 BC 相交于点 F ，当 $BE = BF$ 时，求 $\angle ACD$ 的大小.
- ③当点 D 在线段 AB 的延长线上，如图 3，①的结论是否成立，为什么？
- (2) 如果 $CA \neq CB$, $\angle ACB \neq 90^\circ$ ，当点 D 在线段 AB 上运动时，尝试探究：当 $\angle ABC$ 的度数是多少时，可得 $BE \perp AD$ （点 B 与 E 重合除外）？请说明理由.

【答案】 (1) ① $BE = AD$, $BE \perp AD$; ② 22.5° ; ③成立，理由见解析

(2) 45° ，理由见解析

【解析】

【分析】 (1) ①运用 SAS 证明 $\triangle CAD \cong \triangle CBE$ 即可.

②运用 SAS 证明 $\triangle CAD \cong \triangle CBE$ 即可.

③运用 SAS 证明 $\triangle CAD \cong \triangle CBE$ 即可.

(2) 过点 C 作 $BC \perp CG$ 交 AB 于点 G ，运用 SAS 证明 $\triangle CGD \cong \triangle CBE$ 即可.

【小问 1 详解】

①如图 1，线段 BE 、 AD 之间的关系为： $BE = AD$, $BE \perp AD$. 理由如下：

$\because CE \perp CD$ 且 $CE = CD$, $CA = CB$, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = \angle BCE = 90^\circ - \angle BCD$,

$$\therefore \begin{cases} CA = CB \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

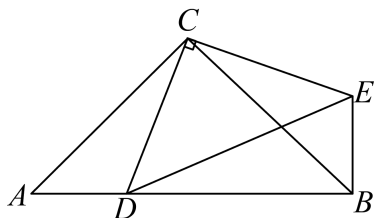


图1

$$\therefore \triangle CAD \cong \triangle CBE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AD = BE, \angle CAD = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = 90^\circ,$$

$$\therefore EB \perp AD,$$

故答案为: $BE = AD$, $BE \perp AD$.

②解: 如图 2, $\because CD \perp CE$, $CD = CE$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$,

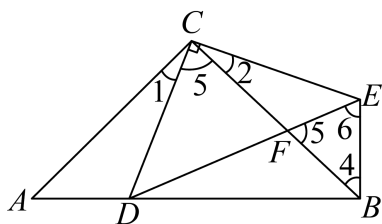


图2

$$\therefore \angle A = \angle ABC = \angle CED = \angle CDE = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ, \therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 与 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} AC = CB \\ \angle 1 = \angle 2 \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE, \therefore \angle A = \angle 4 = 45^\circ,$$

$$\because BE = BF, \therefore \angle 5 = \angle 6 = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 5 - \angle CED = 67.5^\circ - 45^\circ = 22.5^\circ, \therefore \angle 1 = 22.5^\circ, \text{ 即 } \angle ACD = 22.5^\circ.$$

③成立, 理由如下:

证明: $\because \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 1 + \angle BCD = \angle 2 + \angle BCD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE.$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 中,
$$\begin{cases} AC = CB \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

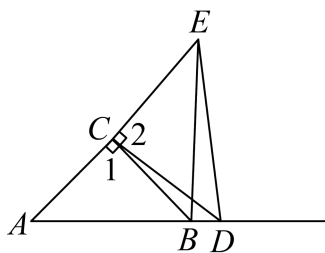


图3

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore BE = AD,$$

$$\therefore \angle A = \angle CBE = 45^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 45^\circ,$$

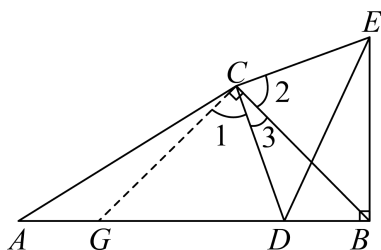
$$\therefore \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ, \text{ 即 } AD \perp BE.$$

答: ①的结论成立.

【小问2详解】

当 $\angle ABC = 45^\circ$ 时, 有 $BE \perp AD$.

证明: 过点 C 作 $BC \perp CG$ 交 AB 于点 G ,



$$\because \angle ABC = 45^\circ, \angle GCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CGB = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore CG = CB,$$

$$\because \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle GCD$ 和 $\triangle BCE$ 中,
$$\begin{cases} CG = CB \\ \angle 1 = \angle 2, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GCD \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CGB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ.$$

【点睛】 本题考查了等腰直角三角形的性质，三角形全等的判定和性质，熟练掌握两个性质是解题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能