

扬波中学 2022 学年第一学期八年级数学期中试卷

一、选择题

1. 下列各组二次根式中，属于同类二次根式的（ ）

- A. $\sqrt{12}$ 与 $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{16}{3}}$ 与 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ C. $\sqrt{0.5}$ 与 $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{8x^3}$ 与 $\sqrt{2x}$

【答案】D

【解析】

【分析】各式化简后，利用同类二次根式定义判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，它们不是同类二次根式，不符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，它们不是同类二次根式，不符合题意；

C、 $\sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\sqrt{5}$ 是最简二次根式，它们不是同类二次根式，不符合题意；

D、 $\sqrt{8x^3} = 2x\sqrt{2x}$ ， $\sqrt{2x}$ ，它们是同类二次根式，符合题意，

故选 D.

【点睛】此题考查了同类二次根式，熟练掌握同类二次根式的定义是解本题的关键.

2. 下列根式的运算中，正确的是（ ）

- A. $\sqrt{-\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{-5} = 1$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- C. $\sqrt{15} \div \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{15}$ D. $-3\sqrt{2} \div \sqrt{8} = -\frac{3}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件对 A 进行判断；根据二次根式的加减法对 B 进行判断；利用二次根式的乘除法对 C、D 进行判断.

【详解】解：A、 $\sqrt{-\frac{1}{5}}$ 与 $\sqrt{-5}$ 都没有意义，所以 A 选项错误；

B、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，不能合并，所以 B 选项错误；

C、原式 = $\sqrt{15 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$ ，所以 C 选项错误；

D、原式 = $-3\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = -\frac{3}{2}$ ，所以 D 选项正确。

故选 D。

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后合并同类二次根式即可。在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍。

3. 下列关于 x 的方程一定是一元二次方程的是 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $x^2 = -1$

C. $5x^2 - 7 + 2x^3 = 0$

D. $x^2 + \frac{1}{x} - 1 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程必须同时满足三个条件：

①整式方程，即等号两边都是整式；方程中如果有分母，那么分母中无未知数；

②只含有一个未知数；

③未知数的最高次数是 2 进行分析即可。

【详解】解：A、 $a = 0$ 时，不是一元二次方程，故此选项错误；

B、 $x^2 = -1$ 是一元二次方程，故此选项正确；

C、 $5x^2 - 7 + 2x^3 = 0$ ，未知数的最高次数为 3，不是一元二次方程，故此选项错误；

D、是分式方程，不是一元二次方程，故此选项错误；

故选 B。

【点睛】此题主要考查了一元二次方程定义，判断一个方程是否是一元二次方程应注意抓住 5 个方面：

“化简后”；“一个未知数”；“未知数的最高次数是 2”；“二次项的系数不等于 0”；“整式方程”。

4. 下列方程中，无实数解的是 ()

A. $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$

B. $3x^2 - 5x - 2 = 0$

C. $y^2 - 2y + 9 = 0$

D. $\sqrt{6}(1 - y^2) = y$

【答案】C

【解析】

【分析】判断上述方程的根的情况，只要看根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值的符号就可以了.

【详解】A. $a=\frac{1}{4}$, $b=-3$, $c=9$,

$$\therefore \Delta=9-9=0,$$

$\therefore$ 方程有两个相等的实数根，本选项不合题意；

B. $a=3$, $b=-5$, $c=-2$,

$$\therefore \Delta=25+24=49>0,$$

$\therefore$ 方程有两个相等的实数根，本选项不合题意；

C. $a=1$, $b=-2$, $c=9$,

$$\therefore \Delta=4-36=-32<0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根，本选项符合题意；

D. $a=\sqrt{6}$, $b=1$, $c=-\sqrt{6}$,

$$\therefore \Delta=1+24=25>0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，本选项不合题意.

故选 C.

【点睛】此题考查一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:(1) $\Delta>0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;(2) $\Delta=0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;(3) $\Delta<0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

5. 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等
- B. 两条平行直线被第三条直线所截，则一组同旁内角的平分线互相垂直
- C. 三角形的一个外角等于两个内角的和
- D. 等边三角形既是中心对称图形，又是轴对称图形

【答案】B

【解析】

【分析】利用全等三角形的判定方法对 A 进行判断；根据平行线的性质和角平分线的定义对 B 进行判断；根据三角形外角性质对 C 进行判断；根据等边三角形的性质和中心对称的定义对 D 进行判断.

【详解】解：A、有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等，所以 A 选项为假命题；

B、两条平行直线被第三条直线所截，则一组同旁内角的平分线互相垂直两直线平行，所以 B 选项为真命题；

C、三角形的一个外角等于不相邻的两个内角的和，所以 C 选项为假命题；

D、等边三角形不是中心对称图形，是轴对称图形，所以 D 选项为假命题.

故选 B.

【点睛】本题考查了命题与定理：命题写成“如果…，那么…”的形式，这时，“如果”后面接的部分是题设，“那么”后面接的部分是结论．命题的“真”“假”是就命题的内容而言．任何一个命题非真即假．要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可．

6. 关于 x 的方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -\frac{1}{4}$ B. $k \geq -\frac{1}{4}$ C. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式，即可求解．

【详解】解：∵ 方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore \Delta = [-(2k+1)]^2 - 4k^2 \geq 0 \text{ 且 } k \neq 0,$$

$$\text{解得：} k \geq -\frac{1}{4} \text{ 且 } k \neq 0.$$

故选：C

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根的判别式，熟练掌握一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，当

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根是解题的关键．

二、填空题

7. 如果 $\sqrt{2x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq \frac{1}{2}$ 或 $x \geq 0.5$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件及分式有意义的条件可得 $2x-1 \geq 0$ ，进而求出 x 的取值范围即可．

【详解】解：由题意可得： $2x-1 \geq 0$ ，

$$\therefore x \geq \frac{1}{2}.$$

故答案为： $x \geq \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了二次根式有意义的条件，解题的关键在于掌握二次根式中的被开方数是非负数.

8. 写出 $\sqrt{a}+1$ 的有理化因式_____

【答案】 $\sqrt{a}-1$

【解析】

【分析】 利用有理化因式定义判断即可.

【详解】 $\sqrt{a}+1$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{a}-1$,

故答案为 $\sqrt{a}-1$.

【点睛】 此题考查了分母有理化，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

9. 当等式 $\sqrt{\frac{x+2}{1-x}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{1-x}}$ 成立时, $\sqrt{4x^2+9-12x} = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $3-2x$

【解析】

【分析】 由等式 $\sqrt{\frac{x+2}{1-x}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{1-x}}$ 成立, 得到 $-2 \leq x < 1$, 再化简二次根式即可.

【详解】 解: $\because$ 等式 $\sqrt{\frac{x+2}{1-x}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{1-x}}$ 成立,

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 & \text{①} \\ 1-x > 0 & \text{②} \end{cases}$$

由①得: $x \geq -2$,

由②得: $x < 1$,

所以 $-2 \leq x < 1$,

$$\therefore \sqrt{4x^2+9-12x} = \sqrt{(2x-3)^2} = |2x-3|,$$

$\because -2 \leq x < 1$,

$$2x-3 < 0,$$

所以原式 $= -(2x-3) = 3-2x$.

故答案为: $3-2x$

【点睛】 本题考查的是二次根式有意义的条件，二次根式的化简，掌握“公式中二次根式有意义的条件”

是化简二次根式的关键.

10. 若 $x = -1$ 是方程 $x^2 - mx - 3 = 0$ 的一个根, 则 m 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的解的定义将 $x = -1$ 代入方程 $x^2 - mx - 3 = 0$, 列出关于 m 的方程, 通过解方程求得 m 的值即可.

【详解】 解: $\because x = -1$ 是方程 $x^2 - mx - 3 = 0$ 的一个根,

$$\therefore 1 + m - 3 = 0,$$

解得: $m = 2$,

故答案为: 2.

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程的解, 解题的关键是根据题意得出 $1 + m - 3 = 0$.

11. 方程 $2x^2 = x$ 的解是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据因式分解法解方程即可.

【详解】 $2x^2 = x$

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } 2x - 1 = 0$$

$$\therefore \text{该方程的解为: } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{故答案为: } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$$

【点睛】 本题考查解一元二次方程. 掌握解一元二次方程的方法是解题关键.

12. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 5x + 1 =$ _____

【答案】 $2 \left(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{17}}{4}\right)$.

【解析】

【分析】运用求根公式解得对应方程 $2x^2-5x+1=0$ 的解，再分解因式.

【详解】 $\because 2x^2-5x+1=0, a=2, b=-5, c=1,$

$$\therefore 2x^2-5x+1=0 \text{ 的根为 } \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4},$$

$$\text{即 } x_1 = \frac{5+\sqrt{17}}{4}, \quad x_2 = \frac{5-\sqrt{17}}{4},$$

$$\therefore 2x^2-5x+1=2 \left(x-\frac{5+\sqrt{17}}{4}\right) \left(x-\frac{5-\sqrt{17}}{4}\right).$$

$$\text{故答案为 } 2 \left(x-\frac{5+\sqrt{17}}{4}\right) \left(x-\frac{5-\sqrt{17}}{4}\right).$$

【点睛】此题考查公式法分解因式. 解题关键在于熟练运用求根公式解得对应方程的解.

13. 某服装原价为 a 元，如果连续两次以同样的百分率 x 降价，那么两次降价后的价格为_____元. (用含 a 和 x 的代数式表示)

【答案】 $a(1-x)^2$

【解析】

【分析】利用代数式先表示出第一次降价后的价格，再在第一次的基础上表示出第二次降价后的价格，整理后即可得出结论.

【详解】解：第一次降价后的价格为： $a(1-x)$ 元，

则第二次降价后的价格为： $a(1-x)(1-x) = a(1-x)^2$ 元，

故答案为： $a(1-x)^2$.

【点睛】本题主要考查了列代数式，利用已知条件表示出第一次降价后价格是解题的关键.

14. 一个三角形的两边长分别为 3 和 5，其第三边是方程 $x^2-13x+40=0$ 的根，则此三角形的周长为_____.

【答案】 13

【解析】

【分析】因式分解法解方程可求得三角形的第三边，再根据三角形三边关系进行取舍即可求得答案.

【详解】解：解方程 $x^2-13x+40=0$ 可得 $x=5$ 或 $x=8$,

当第三边为 5 时，则三角形的三边长为 3、5、5，满足三角形三边关系，其周长为 13；

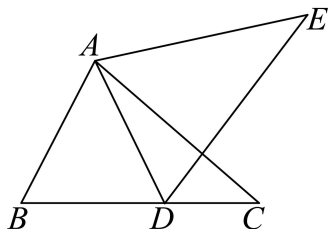
当第三边为 8 时，则三角形的三边长为 3、5、8，不满足三角形三边关系，舍去.

则此三角形的周长为 13.

故答案为：13.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的解法及三角形三边关系，求得方程的两根是解题的关键，注意分类讨论.

15. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 52° 后得到 $\triangle ADE$ ，点 D 在 BC 上，那么 $\angle EDC = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 52°

【解析】

【分析】先由旋转性质得出对应角相等，再通过等腰三角形求出角度即可.

【详解】由旋转可知： $AB = AD$ ， $\angle ABD = \angle ADE$ ， $\angle BAD = 52^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ADB + \angle EDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 52^\circ,$$

故答案为： 52° .

【点睛】此题考查了旋转的性质和等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握旋转的性质及其应用.

16. 已知 m, x, y 是两两不相等的实数，且满足 $\sqrt{m(x-m)} + \sqrt{m(y-m)} = \sqrt{x-m} - \sqrt{m-y}$ ，则

$\frac{3x^2 + xy - y^2}{x^2 - xy + 5y^2}$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{7}$

【解析】

【分析】根据被开方数是非负数，确定出 $m = 0$ ， $x = -y$ ，代入原式即可解决问题.

【详解】解： $\because m, x, y$ 是两两不相等的实数且满足 $\sqrt{m(x-m)} + \sqrt{m(y-m)} = \sqrt{x-m} - \sqrt{m-y}$ ，

$$\text{又} \because \begin{cases} m-y \geq 0 \\ x-m \geq 0 \\ m(y-m) \geq 0 \\ m(x-m) \geq 0 \end{cases},$$

$$\therefore m=0, \quad x=-y, \quad x \neq 0, \quad y \neq 0,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{3y^2 - y^2 - y^2}{y^2 + y^2 + 5y^2} = \frac{1}{7}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{7}$$

【点睛】 本题考查二次根式的性质、解题的关键是根据条件确定出 $m=0$, $x=-y$, 记住二次根式的被开方数是非负数这个隐含条件, 属于中考常考题型.

17. 对于两个不相等的实数 a, b , 我们规定符号 $\text{Max}\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值, 如:

$$\text{Max}\{2, 4\} = 4, \text{Max}\{x^2, -1\} = x^2 \cdots \cdots, \text{按照这个规定, 如果 } \text{Max}\{x, -x\} = \frac{2x-1}{x}, \text{ 则此时 } x \text{ 的值是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【答案】 } 1 \text{ 或 } -1 - \sqrt{2}$$

【解析】

【分析】 根据 x 与 $-x$ 的大小关系, 取 x 与 $-x$ 中的最大值化简所求方程, 求出解即可.

$$\text{【详解】 解: 当 } x > -x, \text{ 即 } x > 0 \text{ 时, 方程为 } x = \frac{2x-1}{x},$$

$$\text{去分母得: } x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = x_2 = 1,$$

经检验 $x_1 = x_2 = 1$ 是原方程的解;

$$\text{当 } x < -x, \text{ 即 } x < 0 \text{ 时, 方程为 } -x = \frac{2x-1}{x}$$

$$\text{去分母得: } x^2 + 2x - 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1 + \sqrt{2} > 0 \text{ (不符合题意, 舍), } x_2 = -1 - \sqrt{2},$$

经检验 $x = -1 - \sqrt{2}$ 都为分式方程的解.

$$\text{故答案为: } 1 \text{ 或 } -1 - \sqrt{2}.$$

【点睛】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 24^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 过 A 作 DA 的垂线交直线 BC 于点 M , 若

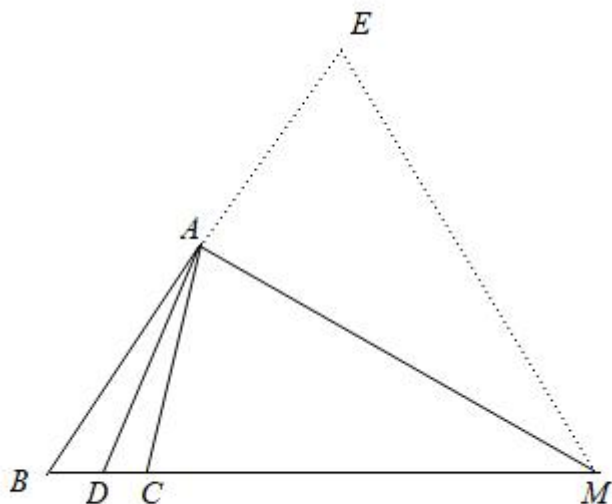
$BM = BA + AC$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为_____.

【答案】 44° 或 104°

【解析】

【分析】分两种情况讨论：当点 M 在 BC 延长线上时，当点 M 在 CB 延长线上时，分别画出图形，作出辅助线，求出结果即可.

【详解】解：当点 M 在 BC 延长线上时，延长 BA ，在 BA 的延长线上截取 $AE = AC$ ，连接 ME ，如图所示：



$$\because BM = BA + AC, \quad AE = AC,$$

$$\therefore BM = BA + AE = BE,$$

$$\therefore \angle E = \angle BME,$$

$$\because \angle BAC = 24^\circ, \quad AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 12^\circ,$$

$$\because MA \perp AD,$$

$$\therefore \angle MAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = 90^\circ - 12^\circ = 78^\circ,$$

$$\because \angle MAE = 180^\circ - 90^\circ - 12^\circ = 78^\circ,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle MAC,$$

$$\because AC = AE, \quad AM = AM,$$

$$\therefore \triangle MAE \cong \triangle MAC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACM,$$

设 $\angle ABC = x$ ，则 $\angle ACM = \angle E = \angle BME = x + 24^\circ$ ，

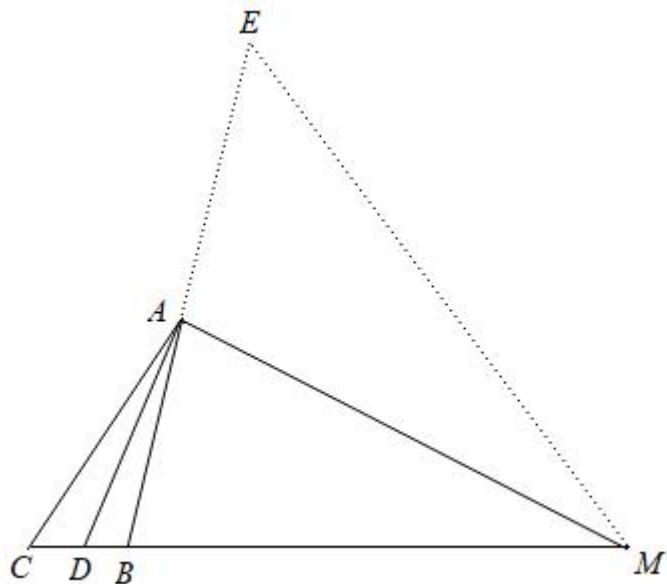
$$\because \angle ABC + \angle E + \angle BME = 180^\circ,$$

$$\therefore x + x + 24^\circ + x + 24^\circ = 180^\circ,$$

解得： $x = 44^\circ$ ，

即 $\angle ABC = 44^\circ$ ；

当点 M 在 CB 延长线上时，延长 BA ，在 BA 的延长线上截取 $AE = AC$ ，连接 ME ，如图所示：



$$\because BM = BA + AC, \quad AE = AC,$$

$$\therefore BM = BA + AE = BE,$$

$$\therefore \angle E = \angle BME,$$

$$\because \angle BAC = 24^\circ, \quad AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 12^\circ,$$

$$\because MA \perp AD,$$

$$\therefore \angle MAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = 90^\circ + 12^\circ = 102^\circ, \quad \angle MAB = 90^\circ - 12^\circ = 78^\circ$$

$$\because \angle MAE = 180^\circ - \angle MAB = 102^\circ,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle MAC,$$

$$\because AC = AE, \quad AM = AM,$$

$$\therefore \triangle MAE \cong \triangle MAC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACM,$$

设 $\angle ABC = x$ ，则 $\angle ACM = \angle E = \angle BME = 180^\circ - 24^\circ - x = 156^\circ - x$ ， $\angle ABM = 180^\circ - x$ ，

$$\because \angle ABM + \angle E + \angle BME = 180^\circ,$$

$$\therefore 180^\circ - x + 156^\circ - x + 156^\circ - x = 180^\circ,$$

解得： $x = 104^\circ$ ，

即 $\angle ABC = 104^\circ$ ；

故答案为： 44° 或 104° 。

【点睛】本题主要考查了三角形全等的判断和性质，三角形内角和定理，等腰三角形的判定和性质，三角形外角的性质，角平分线的定义，解题的关键是作出辅助线，构造全等三角形，注意分类讨论。

三、解答题

19. 计算： $\sqrt{1\frac{2}{3}} - 2\sqrt{45} - \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 。

【答案】 $\frac{\sqrt{15}}{3} - 5\sqrt{5} + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】先化简二次根式和分母有理化，然后根据二次根式的加减计算法则求解即可。

【详解】解：原式 $= \frac{\sqrt{15}}{3} - 6\sqrt{5} + \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}$

$$= \frac{\sqrt{15}}{3} - 6\sqrt{5} + \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3}$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{3} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3}$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{3} - 5\sqrt{5} + \sqrt{3}.$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行分母有理化，再合并即可。在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍。

20. 解方程： $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 。(用配方法)

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

【解析】

【详解】试题分析：首先移项，再将二次项系数化为1，然后配方法解出 x 即可.

试题解析： $2x^2 - 4x + 1 = 0$,

移项，得 $2x^2 - 4x = -1$,

二次项系数化为1，得 $x^2 - 2x = -\frac{1}{2}$,

配方，得 $x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{2} + 1$ ，即 $(x-1)^2 = \frac{1}{2}$,

解得， $x-1 = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$,

即 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

点睛：配方法的一般步骤：(1) 把常数项移到等号的右边；(2) 把二次项的系数化为1；(3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方；(4) 解出未知数.

21. 解方程： $(x+2)(x-1) = 4$

【答案】 $x_1 = -3$, $x_2 = 2$

【解析】

【分析】整理后分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【详解】 $(x+2)(x-1) = 4$

解：整理得： $x^2 + x - 6 = 0$,

$(x+3)(x-2) = 0$,

$x+3 = 0$, $x-2 = 0$,

$x_1 = -3$, $x_2 = 2$.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程的应用，关键是能把一元二次方程转化成一元一次方程.

22. 已知关于 x 的方程 $(k+1)x^2 + (k+1)x + \frac{1}{2} = 0$ ，当 k 是什么实数时，有两个相等的实数根，并且求出这两个根.

【答案】 $k=1$; $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】若方程有两个相等的实数根，则方程的 $\Delta = 0$ ，可据此求出 k 的值，进而可确定原一元二次方程，从而求出方程的根.

【详解】解：∵关于 x 的方程 $(k+1)x^2 + (k+1)x + \frac{1}{2} = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore k+1 \neq 0, \text{ 且 } \Delta = b^2 - 4ac = (k+1)^2 - 4(k+1) \times \frac{1}{2} = 0,$$

解得 $k=1$;

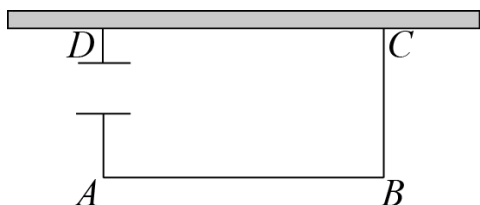
$$\text{故原方程为: } 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}.$$

【点睛】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

23. 如图，要建一个面积为 140 平方米的仓库，仓库的一边靠墙，这堵墙的长为 18 米，在与墙垂直的一边要开一扇 2 米宽的门. 已知围建仓库的现有木板材料可使新建板墙的总长为 32 米，那么这个仓库的宽和长分别为多少米？



【答案】这个仓库的长和宽分别为 14 米、10 米

【解析】

【分析】首先设这个仓库的长为 x 米，则宽表示为 $\frac{1}{2}(32+2-x)$ ，再根据面积为 140 平方米的仓库可得 $x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140$ ，再解一元二次方程即可.

【详解】解：设这个仓库的长为 x 米，由题意得： $x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140$,

解得： $x_1=20, x_2=14$,

∵这堵墙的长为 18 米，

∴ $x=20$ 不合题意舍去，

∴ $x=14$,

宽为： $\frac{1}{2} \times (32+2-14) = 10$ (米).

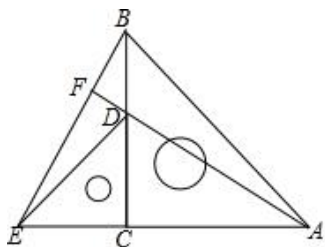
答：这个仓库的长和宽分别为 14 米、10 米.

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的应用，关键是正确理解题意，正确表示出长方形的长和宽.

24. 把两个含有 45° 角的直角三角板如图放置，点 D 在 BC 上，连接 BE、AD，AD 的延长线交 BE 于点 F.

(1) 求证： $AD=BE$;

(2) 判断 AF 和 BE 的位置关系并说明理由.



【答案】(1) 证明见解析; (2) 结论: $AF \perp BE$, 理由见解析.

【解析】

【分析】(1) 根据 SAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 即可解决问题.

(2) 结论: $AF \perp BE$, 利用全等三角形的性质, 根据“8 字型”证明 $\angle BFD = \angle ACD = 90^\circ$ 即可.

【详解】(1) 证明: $\because \triangle CDE, \triangle ACB$ 都是等腰直角三角形,

$$\therefore CE = CD, CB = CA, \angle ACD = \angle BCE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AD = BE.$$

(2) 解: 结论: $AF \perp BE$.

理由: $\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$,

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE,$$

$$\because \angle CDA = \angle BDF,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore AF \perp BE.$$

【点睛】考查全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的性质等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题.

25. 我们知道: 任意一个有理数与无理数的和为无理数, 任意一个不为零的有理数与一个无理数的积为无理数, 而零与无理数的积为零. 由此可得: 如果 $ax + b = 0$, 其中 a, b 为有理数, x 为无理数, 那么 $a = 0$ 且 $b = 0$.

运用上述知识, 解决下列问题:

(1) 如果 $(a - 2)\sqrt{2} + b + 3 = 0$, 其中 a, b 为有理数, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如果 $(2 + \sqrt{2})a - (1 - \sqrt{2})b = 5$, 其中 a, b 为有理数, 求 $a + 2b$ 的值.

【答案】 (1) 2, -3; (2) $-\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 (1) a, b 是有理数, 则 $a-2, b+3$ 都是有理数, 根据如果 $ax+b=0$, 其中 a, b 为有理数, x 为无理数, 那么 $a=0$ 且 $b=0$. 即可确定;

(2) 首先把已知的式子化成 $ax+b=0$, (其中 a, b 为有理数, x 为无理数) 的形式, 根据 $a=0, b=0$ 即可求解.

【详解】 解: (1) 由 $(a-2)\sqrt{2} + b+3 = 0$ 可得:

$$a-2=0, b+3=0,$$

$$\text{解得: } a=2, b=-3,$$

故答案为: 2, -3;

$$(2) \text{ 整理, 得 } (a+b)\sqrt{2} + (2a-b-5) = 0,$$

$\because a, b$ 为有理数,

$$\therefore \begin{cases} a+b=0 \\ 2a-b-5=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=\frac{5}{3} \\ b=-\frac{5}{3} \end{cases},$$

$$\therefore a+2b = -\frac{5}{3}.$$

【点睛】 本题考查了实数的运算, 还涉及到二元一次方程组, 正确理解题意, 熟练掌握运算法则是关键.

26. 已知: $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按顺时针方向旋转.

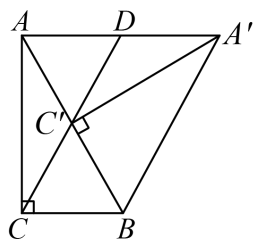


图1

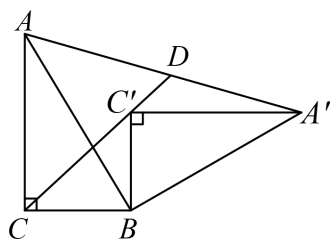


图2

(1) 当 C 转到 AB 边上点 C' 位置时, A 转到 A' , (如图 1 所示) 直线 CC' 和 AA' 相交于点 D , 试判断线段 AD 和线段 $A'D$ 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(2) 将 $\text{Rt} \triangle ABC$ 继续旋转到图 2 的位置时, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明

理由.

【答案】(1) $AD = A'D$, 理由见详解

(2) 仍然成立, 理由见详解

【解析】

【分析】(1) 易证 $\triangle BCC'$ 和 $\triangle BAA'$ 都是等边三角形, 从而可以求出 $\angle AC'D = \angle BAD = 60^\circ$, $\angle DC'A' = \angle DA'C' = 30^\circ$, 进而可以证到 $AD = DC' = A'D$;

(2) 过点 A 作 $AE \parallel A'C'$, 交 CD 的延长线于点 E, 由 “ASA” 可证 $\triangle ADE \cong \triangle A'DC'$, 可得 $AD = A'D$;

【小问 1 详解】

$AD = A'D$. 理由如下: 如图 1,

$$\because \text{Rt}\triangle A'BC' \cong \text{Rt}\triangle ABC,$$

$$\therefore BC = BC', \quad BA = BA',$$

$$\because \angle A'BC' = \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BCC'$ 和 $\triangle BAA'$ 都是等边三角形,

$$\therefore \angle BAA' = \angle BC'C = 60^\circ,$$

$$\because \angle A'C'B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DC'A' = 30^\circ,$$

$$\because \angle AC'D = \angle BC'C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'C' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC' = \angle DC'A, \quad \angle DC'A' = \angle DA'C',$$

$$\therefore AD = DC', \quad DC' = DA',$$

$$\therefore AD = A'D;$$

【小问 2 详解】

仍然成立: $AD = A'D$,

如图 2: 过点 A 作 $AE \parallel A'C'$, 交 CD 的延长线于点 E, 则 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle E = \angle 3$,

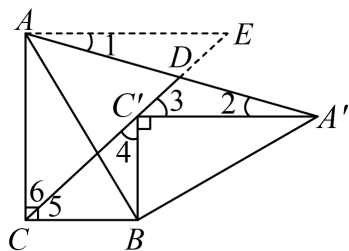


图2

由旋转可得, $AC = A'C'$, $BC = BC'$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\because \angle ACB = \angle A'C'B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 + \angle 6 = \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 6,$$

$$\therefore \angle E = \angle 6,$$

$$\therefore AE = AC = A'C',$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle A'DC'$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AE = A'C' \\ \angle E = \angle 3 \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle A'DC' (ASA),$$

$$\therefore AD = A'D;$$

【点睛】 本题是几何变换综合题，考查了旋转的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质等知识，证明三角形全等是解题的关键。