

新中初级中学 2022 学年第一学期数学学科

八年级期中练习卷

一、单选题

1. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

A. $x^2 - x = x^2 + 3$

B. $x^2 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$

C. $x^2 = -1$

D. $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2) = 0$

【答案】C

【解析】

【详解】解：A、方程 $x^2 - x = x^2 + 3$ 整理为 $-x = 3$ ，是一元一次方程，此项不符合题意；

B、方程 $x^2 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$ 中的 $\frac{1}{x}$ 是分式，不是一元二次方程，此项不符合题意；

C、方程 $x^2 = -1$ 是一元二次方程，此项符合题意；

D、方程 $(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2) = 0$ 中的 $\sqrt{x}$ 不是整式，不是一元二次方程，此项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了一元二次方程，熟练掌握一元二次方程的定义（只含有一个未知数，并且未知数的最高次数 2 的整式方程，叫做一元二次方程）是解题关键.

2. 下列二次根式 $\sqrt{18}$, $\sqrt{a^2 + 4}$, $\frac{\sqrt{x+3}}{2}$, $\sqrt{a^3} (a \geq 0)$ 中，最简二次根式的个数是（ ）

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式的概念判断即可.

【详解】 $\because \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a} (a \geq 0)$,

$\therefore \sqrt{a^2 + 4}$, $\frac{\sqrt{x+3}}{2}$ 是最简二次根式, $\sqrt{18}$, $\sqrt{a^3} (a \geq 0)$ 不是最简二次根式,

故选：C.

【点睛】本题考查的是最简二次根式，最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

3. 下列 y 关于 x 的函数中，是正比例函数的为（ ）

A. $y = x^2$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = \frac{x}{2}$

D. $y = \frac{x+1}{2}$

【答案】C

【解析】

【详解】解：A.y 是 x 的二次函数，故 A 选项不符合题意；

B.y 是 x 的反比例函数，故 B 选项不符合题意；

C.y 是 x 的正比例函数，故 C 选项正确；

D.y 是 x 的一次函数，故 D 选项不符合题意；

故选 C.

4. 下列计算中，正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

B. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{3-\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$

D. $\sqrt{a^2} = a$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的运算法则即可求解判断.

【详解】A. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 不能计算，故错误；B. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，正确；C. $\frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \frac{3+\sqrt{2}}{7}$ ，故错误D. $\sqrt{a^2} = |a|$ ，故错误

故选 B.

【点睛】此题主要考查二次根式的运算，解题的关键是熟知其运算法则.

5. 下列说法中，正确的是 ()

A. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 互为倒数B. 若 $(\sqrt{2}-2)x > 1$ 则 $x > \frac{1}{\sqrt{2}-2}$ C. 若 $\sqrt{x+3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，则 $x+3$ 与 3 不一定相等

D. 若 $a+b < 0$, 则 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{b}\sqrt{ab}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的性质及运算法则计算判断即可.

【详解】A. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -1$, 不是互为倒数, 选项错误;

B. 若 $(\sqrt{2}-2)x > 1$, 由于 $\sqrt{2}-2 < 0$, 则 $x < \frac{1}{\sqrt{2}-2}$, 选项错误;

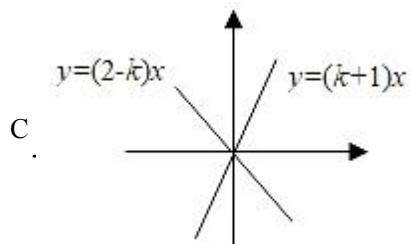
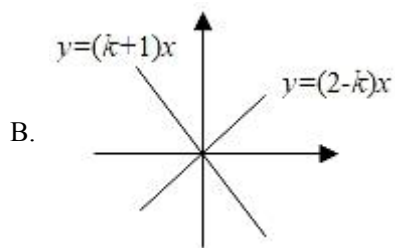
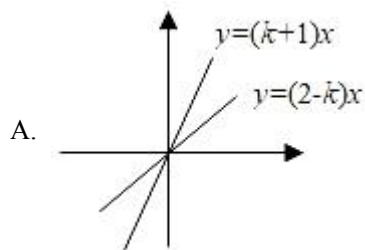
C. 若 $\sqrt{x+3}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 则 $x+3$ 与 3 不一定相等, 选项正确;

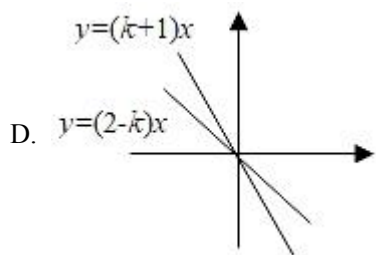
D. 由 $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 可得 $\frac{a}{b} \geq 0$, 结合 $a+b < 0$ 可得 $a \leq 0$, $b < 0$, 则 $\sqrt{\frac{a}{b}} = -\frac{1}{b}\sqrt{ab}$, 选项错误;

故选: C

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算, 熟记相关概念是解题是解题的关键.

6. 已知正比例函数 $y = (k+1)x$ 与 $y = (2-k)x$, 则它们图象的大致位置不可能的是 ()





【答案】D

【解析】

【分析】分三种情况讨论两函数图象，与选项中图象对照，不符合的即为正确答案.

【详解】解：当 $k < -1$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、二、四象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，一、三象限， B 符合；

当 $-1 < k < 2$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、一、三象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，一、三象限， A 符合；

当 $k > 2$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、一、三象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，二、四象限， C 符合；

综上，它们图象的大致位置不可能的是 D ,

故选：D.

【点睛】本题考查了两条直线相交或平行问题，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

二、填空题

7. 化简： $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{5}-2$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质即可化简.

【详解】解：由 $\sqrt{a^2} = |a|$ 得：

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}|$$

$$\because 2 < \sqrt{5}$$

$$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2$$

故答案为： $\sqrt{5}-2$.

【点睛】本题考查二次根式的性质，掌握相关化简法则是解题关键.

8. 写出 $\sqrt{a}+1$ 的有理化因式_____

【答案】 $\sqrt{a}-1$

【解析】

【分析】 利用有理化因式定义判断即可.

【详解】 $\sqrt{a}+1$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{a}-1$,

故答案为 $\sqrt{a}-1$.

【点睛】 此题考查了分母有理化, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

9. 已知 $f(x) = \frac{3-x}{2x+1}$, 那么 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\frac{5}{4}$ 1.25

【解析】

【分析】 把 $x = \frac{1}{2}$ 代入函数解析式进行计算即可.

【详解】 解: $\because f(x) = \frac{3-x}{2x+1}$,

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3-\frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4},$$

故答案为: $\frac{5}{4}$

【点睛】 本题考查的是已知自变量的值求解函数值, 理解 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的含义是解本题的关键.

10. 不等式 $\sqrt{3}x-2 < x$ 的解集是_____.

【答案】 $x < \sqrt{3}+1$

【解析】

【分析】 移项、合并同类项、系数化为 1 即可求解.

【详解】 解: $\sqrt{3}x-2 < x$,

$$\sqrt{3}x-x < 2,$$

$$(\sqrt{3}-1)x < 2$$

$$x < \frac{2}{\sqrt{3}-1},$$

$$\text{即 } x < \sqrt{3}+1,$$

故答案为: $x < \sqrt{3}+1$.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式，解题的关键是熟练掌握不等式的性质.

11. 函数 $y = \frac{x-1}{\sqrt{3x-2}}$ 的定义域是_____

【答案】 $x > \frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 根据分母不为 0 及二次根式被开方数非负求解即可

【详解】 由题意得， $3x-2 > 0$,

$$\text{解得 } x > \frac{2}{3}.$$

$$\text{故答案为: } x > \frac{2}{3}.$$

【点睛】 本题考查了函数的定义域，一般从三个方面考虑：(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

12. 若最简二次根式 $\sqrt{3a-10}$ 和 $3\sqrt{a-2}$ 是同类二次根式，那么 $a =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 根据同类二次根式的定义列方程求解即可.

【详解】 解: $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{3a-10}$ 与 $3\sqrt{a-2}$ 是同类二次根式,

$$\therefore 3a-10 = a-2,$$

$$\text{解得: } a = 4,$$

故答案为: 4.

【点睛】 此题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式，熟练掌握同类二次根式的定义是解决本题的关键.

13. 点 $A(x_1, y_1)$ 、点 $B(x_2, y_2)$ 在正比例函数 $y = -4x$ 的图像上，当 $x_1 < x_2$ 时，则 y_1 与 y_2 的大小关系是

【答案】 $y_1 > y_2$

【解析】

【分析】 利用正比例函数图象的性质解答即可.

【详解】 $\because y = -4x$ 中 $k = -4 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\because x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 > y_2$.

故答案为: $y_1 > y_2$.

【点睛】 本题主要考查了一次函数图象的性质, 一次函数图象上点的坐标的特征, 利用一次函数图象的性质解答是解题的关键.

14. 在实数范围内分解因式: $2x^2 - 3x - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$.

【解析】

【分析】 求出方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 中的判别式的值, 求出方程的两个解, 代入 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 即可.

【详解】 设 $2x^2 - 3x - 1 = 0$,

$\because \Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 17$,

$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2 \times 2}$

$\therefore x_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{4}$,

$\therefore 2x^2 - 3x - 1 = 2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$.

故答案为 $2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$.

【点睛】 本题考查了在实数范围内分解因式和解一元二次方程, 注意: 若 x_1 和 x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根, 则 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

15. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - \sqrt{2k+1}x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是

_____.

【答案】 $-\frac{1}{2} \leq k < \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据根的判别式即可求出答案.

【详解】 解: 根据题意知 $(-\sqrt{2k+1})^2 - 4k > 0$ 且 $2k+1 \geq 0$

解得: $-\frac{1}{2} \leq k < \frac{1}{2}$

故答案为: $-\frac{1}{2} \leq k < \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题主要考查了根的判别式、解一元一次不等式等知识, 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), 则有 $b^2 - 4ac \geq 0 \Leftrightarrow$ 方程有两实根, $b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两不等实根, $b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两相等实根, $b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实根.

16. 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 有一个根为零, 则 m 的值为_____

【答案】 -1

【解析】

【分析】 把 $x=0$ 代入 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 得到关于 m 的方程, 解方程即可.

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 有一个根为零,

$\therefore$ 把 $x=0$ 代入 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 得 $m^2 - 2m - 3 = 0$,

解得 $m_1 = 3$, $m_2 = -1$,

$\because m-3 \neq 0$,

$\therefore m = -1$,

故答案为: -1.

【点睛】 本题考查一元二次方程的解及解法. 根据一元二次方程的定义, 二次项系数不为零.

17. 某工厂 4 月份的产值为 100 万元, 之后每个月的增长率不变, 若第二季度的总产值为 364 万元, 设每月增长率为 x , 则可列方程为_____.

【答案】 $100 + 100(1+x) + 100(1+x)^2 = 364$

【解析】

【分析】 本题为增长率问题, 设每月增长率为 x , 根据第二季度的总产值为 364 万元, 即可得出方程.

【详解】 设每月增长率为 x ,

根据题意可得: $100 + 100(1+x) + 100(1+x)^2 = 364$.

故答案是: $100+100(1+x)+100(1+x)^2=364$.

【点睛】本题为增长率问题, 解题的关键是根据第二季度的总产值为 364 万元列出方程.

18. 已知关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两个根为 $x_1=2$, $x_2=3$, 则方程 $a(x+1)^2+b(x+1)+c=0$ 的两根为_____.

【答案】 $x=1$ 或 $x=2$

【解析】

【分析】观察给出的两个方程可知: 2 和 3 也是关于 $x+1$ 的方程 $a(x+1)^2+b(x+1)+c=0$ 的两根, 由此即可求得答案.

【详解】解: 根据题意可得: 题目所给的两个方程的系数、结构都相同,

$\therefore 2$ 和 3 也是关于 $x+1$ 的方程 $a(x+1)^2+b(x+1)+c=0$ 的两根,

$\therefore x+1=2$ 或 $x+1=3$,

解得: $x=1$ 或 $x=2$,

故答案为: $x=1$ 或 $x=2$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解的定义, 解决本题的关键是根据给出的方程特点, 得到两个方程的解的关系.

三、解答题

19. 计算: $(\sqrt{8x})^0 - 2\sqrt{\frac{x}{2}} + 2x\sqrt{\frac{2}{9x}}$

【答案】 $1 - \frac{\sqrt{2x}}{3}$

【解析】

【分析】先化简, 再合并同类二次根式即可.

【详解】原式 $= 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2x}}{2} + 2x \cdot \frac{\sqrt{2x}}{3x} = 1 - \sqrt{2x} + \frac{2\sqrt{2x}}{3} = 1 - \frac{\sqrt{2x}}{3}$.

【点睛】本题考查二次根式的化简及加减运算, 零次幂, 解题的关键是根据二次根式的性质进行化简.

20. 计算: $(\frac{\sqrt{5}}{3} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{3})$.

【答案】 $8 - \frac{37\sqrt{15}}{6}$

【解析】

【分析】类比多项式乘多项式的计算方法展开，再根据二次根式的乘法法则计算，再合并同类项即可.

【详解】解： $(\frac{\sqrt{5}}{3} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{3})$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3} \times 3\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 5 - \frac{\sqrt{15}}{6} - 6\sqrt{15} + 3$$
$$= 8 - \frac{37\sqrt{15}}{6}.$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算顺序及运算法则是解题的关键.

21. 解方程： $2y(y-2) = y^2 - 3$

【答案】 $y_1 = 1, y_2 = 3.$

【解析】

【分析】先将原方程整理为一元二次方程的一般形式，再运用因式分解法求解即可.

【详解】解： $2y(y-2) = y^2 - 3$

整理得， $y^2 - 4y + 3 = 0$

因式分解得， $(y-1)(y-3) = 0$

$\therefore y-1=0, y-3=0$

解得， $y_1 = 1, y_2 = 3.$

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

22. 用配方法解方程： $3x^2 + 6x - 1 = 0$

【答案】 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

【解析】

【分析】先将二次项系数化为 1，然后根据配方法，可即答案.

【详解】解： $x^2 + 2x - \frac{1}{3} = 0$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + \frac{1}{3}$$

$$(x+1)^2 = \frac{4}{3}$$

$$x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$$

$$\text{故答案为 } x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$$

【点睛】 本题考查了配方法解一元二次方程，解题时要注意解题步骤的准确应用．选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数．

$$23. \text{ 先化简再求 } \frac{1-2a+a^2}{a-1} - \frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a} \text{ 的值, 其中 } a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}.$$

$$\text{【答案】 } a - 1 + \frac{1}{a}, 3$$

【解析】

【分析】 先化简，然后将 a 的值代入原式即可求出答案．

$$\text{【详解】 解：当 } a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \text{ 时, } \therefore a - 1 = 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\text{原式} = \frac{(1-a)^2}{a-1} - \frac{|a-1|}{a(a-1)} = a - 1 + \frac{1}{a} = 1 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 3.$$

点睛： 本题考查了二次根式的化简求值，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型．

$$24. \text{ 已知关于 } x \text{ 的方程 } (m-1)x^2 - (m-5)x = -\frac{1}{2} \text{ 有两个相等的实数根, 求 } m \text{ 的值及此时方程的根.}$$

$$\text{【答案】 } m = 3 \text{ 时, } x_1 = x_2 = -\frac{1}{2} \text{ 或 } m = 9 \text{ 时, } x_1 = x_2 = \frac{1}{4}$$

【解析】

$$\text{【分析】 将方程变形为 } (m-1)x^2 - (m-5)x + \frac{1}{2} = 0, \text{ 根据根与系数的关系得 } \Delta = [-(m-5)]^2 - 4(m-1) \times \frac{1}{2} = 0,$$

$$\text{解得 } m = 3 \text{ 或 } m = 9, \text{ 当 } m = 3 \text{ 时代入方程得 } 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0, \text{ 解得 } x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}, \text{ 当 } m = 9 \text{ 时代入原方程得 } 8x^2$$

$$- 4x + \frac{1}{2} = 0, \text{ 解得 } x_1 = x_2 = \frac{1}{4}.$$

$$\text{【详解】 解： } (m-1)x^2 - (m-5)x = -\frac{1}{2}$$

$$(m-1)x^2 - (m-5)x + \frac{1}{2} = 0,$$

$$\text{根据题意得 } \Delta = [-(m-5)]^2 - 4(m-1) \times \frac{1}{2} = 0,$$

解得 $m=3$ 或 $m=9$,

$$\text{当 } m=3 \text{ 时, } (3-1)x^2 - (3-5)x + \frac{1}{2} = 0$$

$$2x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0,$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = x_2 = -\frac{1}{2};$$

$$\text{当 } m=9 \text{ 时, } (9-1)x^2 - (8-5)x + \frac{1}{2} = 0$$

$$8x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0,$$

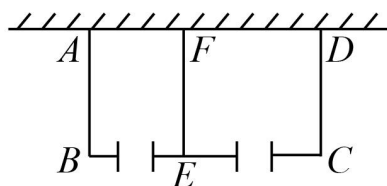
$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = x_2 = \frac{1}{4}.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的根与系数的关系，解一元二次方程，解题的关键是掌握一元二次方程的根与系数的关系.

25. 如图，某农场有一道长 16 米的围墙，计划用 40 米长的围栏靠墙围成一个面积为 120 平方米的长方形养鸡场，为了方便饲养又用围栏隔出一个储物间，在墙的对面开了两个 1 米宽的门，求围成长方形养鸡场宽 AB 的长度.



【答案】 10 米

【解析】

【分析】 设长方形养鸡场 AB 边的长度为 x 米，则 BC 边的长度为 $(42 - 3x)$ 米，根据长方形面积公式列方程得 $x(42 - 3x) = 120$ ，解方程得 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 10$ ，根据围墙的长为 16 米得到关于 x 的不等式，确定 x 的取值范围，进而确定 x 的值，问题得解.

【详解】 解：设长方形养鸡场 AB 边的长度为 x 米，则 BC 边的长度为 $(42 - 3x)$ 米，
由题意得： $x(42 - 3x) = 120$ ，
整理，得： $x_1 = 4$ ， $x_2 = 10$.

$$\therefore 42 - 3x \leq 16,$$

$$\therefore x \geq \frac{26}{3},$$

$$\therefore x = 10.$$

答：围成长方形养鸡场 AB 边的长度为 10 米。

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，根据题意列出方程是解题的关键，注意要根据墙长对 x 的值进行取舍。

26. (1) 式子 $\sqrt{(4-\pi)^2} + |\pi-6|$ 与 $\sqrt{(4-\pi)^2} - |\pi-6|$ 的值与 π 有否关系？请说明理由；当 x 取不同的值时，代数式 $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6|$ 的值会发生什么变化？

(2) 设 $m > 0, a \neq b$ ，易知 $(\sqrt{a^2+m}+a)(\sqrt{a^2+m}-a)=m$ ，如果还有 $(\sqrt{b^2+m}-b)(\sqrt{a^2+m}-a)=m$ ，问 a, b 之间应满足什么关系？指出结论，再说明理由

【答案】(1) $\sqrt{(4-\pi)^2} - |\pi-6|$ 与 π 无关系， $\sqrt{(4-\pi)^2} + |\pi-6|$ 与 π 有关系；当 $x \leq 4$ 时， $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = -2$ ，当 $4 < x < 6$ 时， $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = 2x-10$ ，当 $x \geq 6$ 时， $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = 2$ ；
(2) $a = -b$

【解析】

【分析】(1) 根据二次根式的性质进行化简，最后去绝对值计算即可；

(2) 由 $(\sqrt{a^2+m}+a)(\sqrt{a^2+m}-a)=m=(\sqrt{b^2+m}-b)(\sqrt{a^2+m}-a)$ 可得 $\sqrt{a^2+m}+a=\sqrt{b^2+m}-b$ ，再变形处理即可。

【详解】(1) $\sqrt{(4-\pi)^2} - |\pi-6|$ 与 π 有关系， $\sqrt{(4-\pi)^2} + |\pi-6|$ 与 π 无关系。理由如下：

$$\sqrt{(4-\pi)^2} - |\pi-6| = |4-\pi| - |\pi-6| = 4-\pi + (\pi-6) = -2, \text{ 与 } \pi \text{ 无关系；}$$

$$\sqrt{(4-\pi)^2} + |\pi-6| = |4-\pi| + |\pi-6| = 4-\pi - (\pi-6) = 10-2\pi, \text{ 与 } \pi \text{ 有关系；}$$

$$\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = |4-x| - |x-6|,$$

$$\text{当 } x \leq 4 \text{ 时, } |4-x| - |x-6| = 4-x - (6-x) = -2,$$

$$\text{当 } 4 < x < 6 \text{ 时, } |4-x| - |x-6| = x-4 - (6-x) = 2x-10,$$

$$\text{当 } x \geq 6 \text{ 时, } |4-x| - |x-6| = x-4 - (x-6) = 2,$$

$$\therefore \text{当 } x \leq 4 \text{ 时, } \sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = -2,$$

当 $4 < x < 6$ 时, $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = 2x-10$,

当 $x \geq 6$ 时, $\sqrt{(4-x)^2} - |x-6| = 2$,

(2) $a = -b$, 理由如下:

$$\therefore \left(\sqrt{a^2+m}+a\right)\left(\sqrt{a^2+m}-a\right)=m, \quad \left(\sqrt{b^2+m}-b\right)\left(\sqrt{a^2+m}-a\right)=m,$$

$$\therefore \sqrt{a^2+m}+a=\sqrt{b^2+m}-b,$$

$$\therefore \sqrt{a^2+m}+b=\sqrt{b^2+m}-a,$$

两边平方, 再整理得: $b\sqrt{a^2+m}=-a\sqrt{b^2+m}$,

继续平方, 得: $b^2a^2+b^2m=a^2b^2+a^2m$,

$$\therefore b^2m=a^2m$$

$$\therefore m > 0, a \neq b,$$

$$\therefore a = -b.$$

【点睛】 本题考查了考查了二次根式的化简求值: $\sqrt{a^2}=|a|$. 也考查了绝对值的含义以及代数式的变形能力.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能