

2021 学年第一学期八年级期中考试数学试题 2021.11

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

C. $\sqrt{5a^3b}$

D. $\sqrt{x^2-4}$

【答案】D

【解析】

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法, 就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足, 同时满足的就是最简二次根式, 否则就不是.

【详解】解: A、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ 不是最简二次根式, 本选项不符合题意;

B、 $\sqrt{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{2a}}{2}$, $\sqrt{\frac{a}{2}}$ 不是最简二次根式, 本选项不符合题意;

C、 $\sqrt{5a^3b} = |a|\sqrt{5ab}$, $\sqrt{5a^3b}$ 不是最简二次根式, 本选项不符合题意;

D、 $\sqrt{x^2-4}$ 是最简二次根式, 本选项符合题意;

故选: D.

【点睛】本题考查最简二次根式的定义, 最简二次根式必须满足两个条件: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

2. 如果 $\sqrt{n}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式, 那么下列各数中, n 可以取的数为 ().

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

【答案】C

【解析】

【分析】先化简二次根式, 然后再判断是否与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式.

【详解】解: A、 $\sqrt{4} = 2$, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

B、 $\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

C、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式, 正确;

D、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式;

故选：C.

【点睛】本题考查了同类二次根式的定义，要化简为最简二次根式后再判断.

3. 下列关于 x 的一元二次方程中，一定有实数解的是 ()

A. $x^2 - 2x + 2 = 0$ B. $x^2 - x - m = 0$ C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - mx - 1 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式逐项判断即可.

【详解】解：A、 $x^2 - 2x + 2 = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 2 = -4 < 0$ ，该方程无实数根；

B、 $x^2 - x - m = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (-m) = 1 + 4m$ ，该方程不一定有实数根；

C、 $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4\sqrt{2} = 4(1 - \sqrt{2}) < 0$ ，该方程无实数根；

D、 $x^2 - mx - 1 = 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \times (-1) = m^2 + 4 > 0$ ，该方程有实数根.

故选：D.

【点睛】此题主要考查一元二次方程实数根的情况，正确利用根的判别式进行判断是解题关键.

4. 将一元二次方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$ 变形为 $(x + m)^2 = k$ 的形式，正确的是 ()

A. $(x + 2)^2 = 1$ B. $(x + 2)^2 = 3$ C. $(x + 2)^2 = 4$ D. $(x + 2)^2 = 5$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的一般形式直接进行求解即可.

【详解】解：由题意得：

一元二次方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$ 变形为一般形式为： $(x + 2)^2 = 3$ ；

故选 B.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的一般形式，熟练掌握一元二次方程的一般式是解题的关键.

5. 如果反比例函数的图象经过点 $A(2020, -2021)$ ， $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$ ，且 $x_1 < x_2 < 0$ ，那么 y_1 和 y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 不能比较

【答案】A

【解析】

【分析】先根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 $A(2020, -2021)$ 得出 $k = 2020 \times (-2021) < 0$ ，判断此函数

图象所在的象限，再根据 $x_1 < x_2 < 0$ 判断出 $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$ 所在的象限，根据此函数的增减性即可解答.

【详解】解：∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象经过点 $A(2020, -2021)$,

$$\therefore k = 2020 \times (-2021) < 0,$$

∴此函数的图象在二、四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大，

$$\because x_1 < x_2 < 0,$$

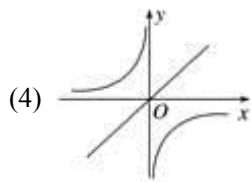
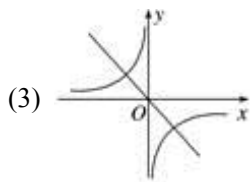
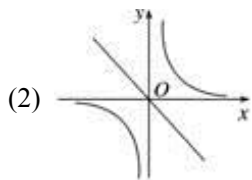
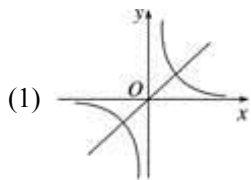
∴ $B(x_1, y_1)$ 、 $C(x_2, y_2)$ 两点均位于第二象限，

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故选：A.

【点睛】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数的性质是解答此题的关键.

6. 函数 $y = kx$ 与 $y = -\frac{k}{x}$ 在同一坐标系内的大致图象是()



A. (1)和(2)

B. (1)和(3)

C. (2)和(3)

D. (2)和(4)

【答案】D

【解析】

【分析】分别根据反比例函数及正比例函数图象的特点对四个选项进行逐一分析即可.

【详解】解：(1) ∵由反比例函数的图象在一、三象限可知， $-k > 0$ ， $\therefore k < 0$ ， $\therefore$ 正比例函数 $y = kx$ 的图象经

过二、四象限，故错误；

(2) $\because$ 由反比例函数的图象在一、三象限可知， $-k > 0$ ， $\therefore k < 0$ ， $\therefore$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过二、四象限，故正确；

(3) $\because$ 由反比例函数的图象在二、四象限可知， $-k < 0$ ， $\therefore k > 0$ ， $\therefore$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过一、三象限，故错误；

(4) $\because$ 由反比例函数的图象在二、四象限可知， $-k < 0$ ， $\therefore k > 0$ ， $\therefore$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过一、三象限，故正确；

故选 D.

【点睛】 本题考查的是反比例函数及一次函数图象，解答此题的关键是先根据反比例函数所在的象限判断出 k 的符号，再根据一次函数的性质进行解答.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\sqrt{2}-1$

【解析】

【分析】 利用二次根式的性质: $\sqrt{a^2} = |a|$ 即可求解.

【详解】 解: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$,

故答案为: $\sqrt{2}-1$.

【点睛】 本题考查二次根式的性质. 掌握相关化简法则是解题关键.

8. $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{a-b}$ (合理即可)

【解析】

【分析】 根据有理化因式的定义，直接写出即可.

【详解】 解: $\because \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b} = a-b$

$\therefore \sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{a-b}$ (合理即可).

【点睛】 本题考查了有理化因式的定义. 一般来说 $\sqrt{a}$ 的有理化因式为: $\sqrt{a}$ 或 $b\sqrt{a}$.

9. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x+3}}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x > -3$ ## $-3 < x$

【解析】

【分析】 根据二次根式和分式的性质得出不等式组，解之即可.

【详解】 解： 在 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x+3}}$ 中，

$$\begin{cases} x+3 \neq 0 \\ \frac{1}{x+3} \geq 0 \end{cases},$$

解得： $x > -3$,

$\therefore$ 定义域为： $x > -3$,

故答案为： $x > -3$.

【点睛】 本题考查了函数的定义域，解题的关键是根据函数表达式得出相应不等式.

10. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$ ，如果 $f(a) = -3$ ，那么 $a =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 把 $x = a$ 代入 $f(x) = 2x + 1$ 求解.

【详解】 解： 把 $x = a$ 代入 $f(x) = 2x + 1$ 得 $f(a) = 2a + 1 = -3$,

解得 $a = -2$.

故答案为： -2.

【点睛】 本题考查一次函数的性质，解题关键是熟练掌握一次函数的性质.

11. 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + 3x + m^2 - 9 = 0$ 有一个解是 0，则 $m =$ _____.

【答案】 -3

【解析】

【详解】 $\because$ 方程的一个解为 0，

$\therefore$ 将 $x = 0$ 代入原方程，

得： $m^2 - 9 = 0$ ，则 $m = \pm 3$ ，

$\because$ 是关于 x 的一元二次方程.

$\therefore m - 3 \neq 0$ ，即 $m \neq 3$ ，

$\therefore m = -3$.

12. $(x-1)^2 = 2021^2$ 的根是 ____.

$$2x^2 - 2x - 1 = 2\left(x^2 - x - \frac{1}{2}\right) = 2\left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}\right] = 2\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right] =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{故答案为 } 2\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$

【点睛】 本题主要考查了因式分解的基本方法，熟练掌握相关方法是关键

15. 若正比例函数 $y = (k - 1)x$ 图象经过一、三象限，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k > 1$

【解析】

【详解】 解：由题意得： $k - 1 > 0$,

解得： $k > 1$.

故答案为： $k > 1$.

16. 某口罩厂今年一月份口罩产值达 90 万元，第一季度总产值达 330 万元，问二、三月份的月平均增长率是多少？设月平均增长率为 x ，则根据题意可得方程为_____.

【答案】 $90 + 90(1 + x) + 90(1 + x)^2 = 330$

【解析】

【分析】 由增长率公式求出二月份和三月份的产值，根据题意可列等量关系式：一月份的产值+二月份的产值+三月份的产值=330，把相关数值代入即可.

【详解】 解： $\because$ 一月份的产值为 90 万元，增长率为 x ,

$\therefore$ 二月份产值为： $90(1 + x)$ ，三月份产值为： $90(1 + x)^2$,

$\therefore$ 第一季度产值共为 330 万元，

$\therefore 90 + 90(1 + x) + 90(1 + x)^2 = 330$,

故答案为： $90 + 90(1 + x) + 90(1 + x)^2 = 330$.

【点睛】 本题考查一元二次方程的应用—增长率问题，若变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过 2 次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$ ，列到第一季度产值的等量关系是解决本题的关键.

17. 已知 a, b 是正整数，如果有序数对 (a, b) 使得 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的值也是整数，那么称 (a, b) 是

$2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的一个“理想数对”. 如 $(1,1)$ 使得 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right) = 4$, 所以 $(1,1)$ 是 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的“理想数对”. 请再写出一个 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的“理想数对”: _____.

【答案】 $(1,4)$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 因为 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的值也是整数, 所以要使 $\sqrt{\frac{1}{a}}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{b}}$ 开的尽, 所以 a 、 b 必须是一个整数的平方,

因为 $2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right)$ 的值也是整数, $\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}$ 的化简结果应无分母或者分母为 2.

【详解】 解: 当 $a=1$, $b=4$ 时,

$$2\left(\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}}\right) = 2\left(\sqrt{\frac{1}{1}} + \sqrt{\frac{1}{4}}\right) = 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3,$$

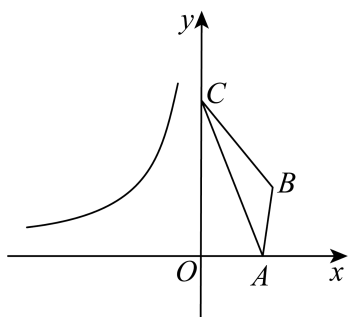
故成立,

所以答案可以是: $(1,4)$.

故答案为: $(1,4)$ (答案不唯一).

【点睛】 此题考查的是材料题, 二次根式的性质, 需要读懂材料在解决问题.

18. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 C 在坐标轴上, 点 B 的坐标是 $(2,2)$. 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 且点 B_1 落在函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上, 如果此时四边形 AA_1C_1C 的面积是 20, 那么点 C_1 的坐标是_____.

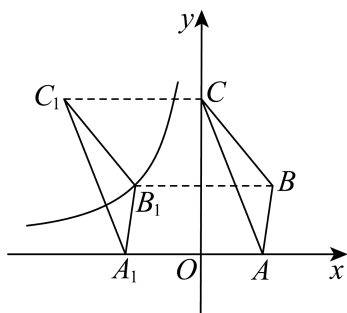


【答案】 $(-4,5)$

【解析】

【分析】依据点 B 的坐标是 $(2,2)$ ， $BB_1 \parallel AA_1$ ，可得点 B_1 的纵坐标为 2，再根据点 B_1 落在函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上，即可得到 $BB_1 = AA_1 = 4 = CC_1$ ，依据四边形 AA_1C_1C 的面积是 20，可得 $OC = 5$ ，进而得到点 C_1 的坐标是 $(-4,5)$ 。

【详解】解：如图，



$\because$ 点 B 的坐标是 $(2,2)$ ， $BB_1 \parallel AA_1$ ，

$\therefore$ 点 B_1 的纵坐标为 2.

又 $\because$ 点 B_1 落在函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上，

$\therefore$ 当 $y = 2$ 时， $x = -2$ ，

$\therefore BB_1 = AA_1 = 4 = CC_1$ 。

又 $\because$ 四边形 AA_1C_1C 的面积是 20，

$\therefore AA_1 \times OC = 20$ ，

$\therefore OC = 5$ ，

$\therefore$ 点 C_1 的坐标是 $(-4,5)$ 。

故答案为： $(-4,5)$ 。

【点睛】本题主要考查了反比例函数的综合题的知识，解答本题的关键是熟练掌握反比例函数的性质以及平移的性质。在平面直角坐标系内，把一个图形各个点的横坐标都加上（或减去）一个整数 a ，相应的新图形就是把原图形向右（或向左）平移 a 个单位长度。

三、简答题（本大题共 5 题，第 19、20 题各 5 分，21、22 题各 6 分，第 23 题 8 分，满分 30 分）

19. 计算： $\frac{1}{2}\sqrt{4m} - 3\sqrt{\frac{m}{9}} + \frac{m}{2}\sqrt{\frac{1}{m}}$ 。

【答案】 $\frac{\sqrt{m}}{2}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的加减运算，先化为最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并.

【详解】 解：由题意，得 $m > 0$,

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2}\sqrt{4m} - 3\sqrt{\frac{m}{9}} + \frac{m}{2}\sqrt{\frac{1}{m}} \\&= \sqrt{m} - \sqrt{m} + \frac{\sqrt{m}}{2} \\&= \frac{\sqrt{m}}{2}.\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的加减运算，合并同类二次根式的实质是合并同类二次根式的系数，根指数与被开方数不变.

20. 计算: $\frac{2}{3}\sqrt{0.2} \div \frac{1}{5}\sqrt{1\frac{1}{5}} \times \frac{1}{2}\sqrt{24}$

【答案】 $\frac{10}{3}$.

【解析】

【分析】 先把小数化成分数、带分数化成假分数，然后根据二次根式的运算法则进行计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 解：原式} &= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}} \div \frac{1}{5}\sqrt{\frac{6}{5}} \times \frac{1}{2}\sqrt{24} \\&= \frac{2}{3} \times 5 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{5}{6} \times 24} \\&= \frac{5}{3} \times 2 = \frac{10}{3}\end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查二次根式的运算，熟练掌握运算法则是关键.

21. 解方程: $(x+2)^2 - 3(x+2) - 4 = 0$

【答案】 $x_1 = 2$, $x_2 = -3$.

【解析】

【分析】 先根据十字交叉法对方程进行因式分解，再求解即可.

【详解】 解: $(x+2-4)(x+2+1) = 0$

$$x-2=0 \text{ 或 } x+3=0$$

$$x=2 \text{ 或 } x=-3$$

所以, 原方程的解为 $x_1=2$, $x_2=-3$

【点睛】 本题主要考查利用十字交叉法解一元二次方程, 把 $x+2$ 当成一个整体进行因式分解是关键.

22. 解方程: $\frac{x^2+1}{6} + \frac{x}{3} = 1$

【答案】 $x_1 = -1 + \sqrt{6}$, $x_2 = -1 - \sqrt{6}$.

【解析】

【分析】 先去分母, 再移项合并同类项, 再用公式法解方程即可.

【详解】 解: $x^2 + 1 + 2x = 6$

$$x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -5$$

$$b^2 - 4ac = 4 + 20 = 24$$

$$\text{得 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$\text{即 } x = -1 + \sqrt{6} \text{ 或 } x = -1 - \sqrt{6}$$

$$\text{所以, 原方程的根是 } x_1 = -1 + \sqrt{6}, \quad x_2 = -1 - \sqrt{6}$$

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程的常规解法, 熟练掌握各种常规解法是关键.

23. 化简求值: 当 $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 时,

(1) 求 $x^2 + 2xy + y^2$ 的值;

(2) 求 $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy} + y}$ 的值

【答案】 (1) $(x+y)^2$; 20

(2) $\frac{\sqrt{xy} + y}{y}$; $3 + \sqrt{5}$

【解析】

【分析】 (1) 利用完全平方公式分解因式, 再代入数据即可求解;

(2) 利用完全平方公式和提公因式分解因式, 再代入数据即可求解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2,$$

$$\therefore x = \sqrt{5} + 2, \quad y = \sqrt{5} - 2,$$

$$\therefore \text{原式} = (\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2)^2$$

$$= (2\sqrt{5})^2$$

$$= 20;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy} + y} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{xy} + y}{y},$$

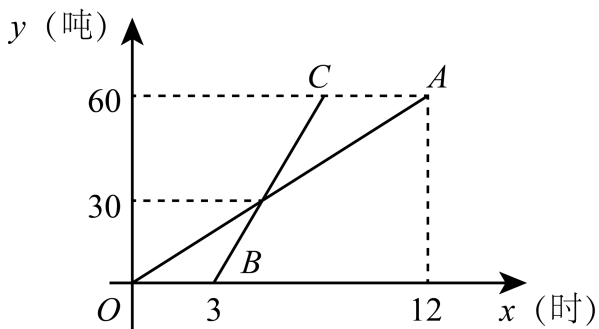
$$\therefore x = \sqrt{5} + 2, \quad y = \sqrt{5} - 2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{\sqrt{1} + \sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 2} = 3 + \sqrt{5}.$$

【点睛】 本题主要考查二次根式的化简求值, 解题的关键是掌握二次根式的混合运算顺序和运算法则及二次根式分母有理化的能力.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 24、25 题各 8 分, 第 26 题 12 分, 满分 28 分)

24. 如图是甲、乙两种机器人根据电脑程序工作时各自工作量 y 关于时间 x 的函数图象, 线段 OA 表示甲机器人的工作量 y_1 (吨) 关于时间 x (时) 的函数图象, 线段 BC 表示乙机器人的工作量 y_2 (吨) 关于时间 x (时) 的函数图象. 根据图象信息回答下列填空题.



(1) 甲机器人比乙机器人早开始工作_____小时; 甲机器人每小时的工作量是_____吨.

(2) 直线 OA 的表达式为_____; 当乙机器人工作 6 小时后, 它完成的工作量是_____吨.

【答案】 (1) 3; 5 (2) $y = 5x$; 60

【解析】

【分析】(1) 观察图象理解 B, A 两点的意义, 根据图象中的数据求解即可;

(2) 先求得 OA 的表达式, 再求得线段 OA 与线段 BC 交点及 B 点的坐标, 用待定系数法求解析式即可.

【小问 1 详解】

解: $B(3, 0)$ 点是乙种机器人开始工作的时间, 所以甲种机器人比乙种机器人早开始工作 3 小时;

甲的工作总量为 60 吨, 工作时间为 12 小时, 所以, 每小时的工作量为: $60 \div 12 = 5$

故答案为: 3, 5;

【小问 2 详解】

解: 设直线 OA 的表达式为 $y = k_1x$,

把 $(12, 60)$ 代入 $y = k_1x$, 得: $k_1 = 5$,

$\therefore$ 直线 OA 的表达式为 $y = 5x$,

令 $y = 30$, 得: $x = 6$,

$\therefore$ 线段 OA 与线段 BC 交于点 $(6, 30)$,

设直线 BC 的表达式为 $y = k_2x + b_2$,

$$\text{则: } \begin{cases} 6k_2 + b_2 = 30 \\ 3k_2 + b_2 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k_2 = 10 \\ b_2 = -30 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 的表达式为 $y = 10x - 30$,

令 $x = 3 + 6 = 9$, 得: $y = 10 \times 9 - 30 = 60$,

$\therefore$ 当乙机器人工作 6 小时后, 它完成的工作量是 60 吨.

故答案为: $y = 5x$; 60.

【点睛】本题考查了一次函数图象的实际意义, 待定系数法求解析式, 求得线段 OA 与线段 BC 交点是解题的关键.

25. 返校复学之际, 某班家委会出于对学生卫生安全考虑, 为每位学生准备了便携式免洗抑菌洗手液, 去市场购买时, 发现当购买量不超过 100 瓶时, 免洗抑菌洗手液的单价为 8 元; 超过 100 瓶时, 每增加 10 瓶, 单价就降低 0.2 元, 但最低价格不能低于每瓶 5 元, 设家委会共买了 x 瓶免洗抑菌洗手液.

(1) 当 $x = 70$ 时, 每瓶洗手液的价格是_____元; 当 $x = 140$ 时, 每瓶洗手液的价格是_____元.

(2) 如果家委会购买洗手液共花费 1200 元, 问一共购买了多少瓶洗手液?

【答案】(1) 8; 7.2

(2) 一共购买了 200 瓶洗手液.

【解析】

【分析】(1) 根据题意, 分别计算出当 $x = 70$ 以及 $x = 140$ 时, 每瓶洗手液的价格即可;

(2) 100 瓶洗手液价格为 800, 由花费 1200 元可得购买瓶数超出了 100 瓶, 设一共购买了 x 瓶洗手液, 根据题意表示出每瓶单价进而表示出花费, 列方程, 解出 x 的值, 再根据最低价不能低于每瓶 5 元对 x 的值进行取舍即可.

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 70$ 时, 每瓶洗手液的价格是 8 元;

当 $x = 140$ 时,

$$8 - \frac{140 - 100}{10} \times 0.2 = 7.2 \text{ (元)}.$$

故答案为: 8; 7.2;

【小问 2 详解】

解: $8 \times 100 = 800 < 1200$,

$\therefore x > 100$,

$$\therefore x \left(8 - \frac{x - 100}{10} \times 0.2 \right) = 1200,$$

解得: $x_1 = 200$, $x_2 = 300$,

当 $x = 200$ 时, 洗手液单价为:

$$8 - \frac{200 - 100}{10} \times 0.2 = 6 \text{ (元)};$$

当 $x = 300$ 时, 洗手液单价为:

$$8 - \frac{300 - 100}{10} \times 0.2 = 4 \text{ (元)}.$$

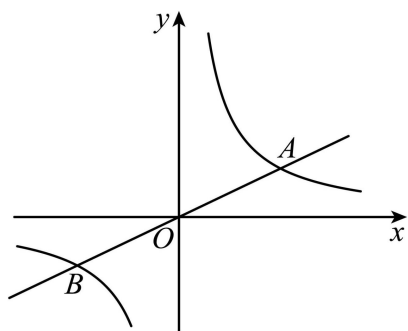
$\therefore$ 最低价不能低于每瓶 5 元, $4 < 5$,

$\therefore x = 200$.

答: 一共购买了 200 瓶洗手液.

【点睛】 本题主要考查一元二次方程的应用, 根据题意找出等量关系列方程是解题关键.

26. 如图, 直线 $y = ax(a \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}(k > 0)$ 交于点 A 、 B 两点, 且点 A 的坐标为 $(4, 2)$, 点 B 的坐标为 $(n, -2)$.



- (1) 求 a 和 n 的值;
- (2) 如果点 C 在 y 轴上, $S_{\triangle ABC} = 16$, 求点 C 的坐标;
- (3) 如果双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 上点 P 的纵坐标为 8, 求 $\triangle AOP$ 的面积.

【答案】(1) $a = \frac{1}{2}, n = -4$

(2) $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$

(3) 15

【解析】

【分析】(1) 将 $A(4, 2)$ 代入 $y = ax (a \neq 0)$ 求得 a 的值, 再将点 $B(n, -2)$ 代入求解即可;

(2) 设 y 轴上点 C 坐标为 $(0, m)$, 利用三角形面积公式列式计算求解即可;

(3) 先求得点 P 坐标为 $(1, 8)$, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为点 D , 利用 $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle OPH} + S_{\text{梯形}ADHP} - S_{\triangle AOD} = S_{\text{梯形}ADHP}$ 求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $y = ax (a \neq 0)$ 经过 $A(4, 2)$,

$$\therefore 4a = 2, \text{ 即 } a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x,$$

$$\because \text{点 } B(n, -2) \text{ 在 } y = \frac{1}{2}x \text{ 上}$$

$$\therefore n = -4;$$

【小问 2 详解】

解: 设 y 轴上点 C 坐标为 $(0, m)$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = 16,$$

$$\therefore \frac{1}{2}|m| \cdot 4 + \frac{1}{2}|m| \cdot |-4| = 16,$$

$$\therefore m = \pm 4,$$

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(0, 4)$ 或 $(0, -4)$;

【小问 3 详解】

解: $\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 经过点 $A(4, 2)$,

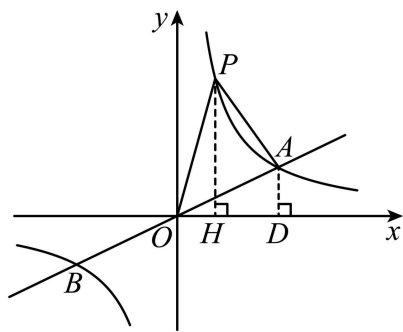
$$\therefore 2 = \frac{k}{4}, \text{ 即 } k = 8,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式是 } y = \frac{8}{x},$$

$\therefore$ 双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上点 P 纵坐标为 8,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(1, 8)$,

过点 P 作 $PH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为点 D ,



$$\therefore S_{\triangle AOP} = S_{\triangle OPH} + S_{\text{梯形}ADHP} - S_{\triangle AOD} = S_{\text{梯形}ADHP} = \frac{1}{2}(2 + 8) \times 3 = 15.$$

【点睛】 本题考查了反比例函数与正比例函数的综合, 熟练掌握待定系数法是解题关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能