

2022 学年第 1 学期期中考试八年级数学学科试卷

一、选择题

1. 下列根式中，是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{1.5b}$

B. $\sqrt{12a-12b}$

C. $\sqrt{x^2-y^2}$

D. $\sqrt{3a^3b}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可.

【详解】A、 $\sqrt{1.5b} = \sqrt{\frac{3b}{2}}$ ，被开方数中含有分母，不是最简二次根式，该选项不符合题意；

B、 $\sqrt{12a-12b} = \sqrt{12(a-b)} = \sqrt{2^2 \times 3(a-b)}$ ，被开方数中含有能开得尽方的因数，不是最简二次根式，该选项不符合题意；

C、是最简二次根式，该选项符合题意；

D、 $\sqrt{3a^3b} = \sqrt{3a^2ab}$ ，被开方数中含有能开得尽方的因式，不是最简二次根式，该选项不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查最简二次根式的识别，牢记最简二次根式的定义（被开方数中不含分母，且被开方数中不含能开得尽方的因数或因式的二次根式是最简二次根式）是解题的关键.

2. 等式 $\sqrt{\frac{x}{x-5}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}}$ 成立的条件是 ()

A. $x > 5$

B. $x \geq 0$

C. $x \neq 5$

D. $\frac{x}{x-5} \geq 0$

【答案】A

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件、分式有意义的条件即可求解.

【详解】解：由题意得：
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x-5 > 0 \end{cases}$$

解得： $x > 5$

故选：A.

【点睛】本题考查了分式、二次根式有意义的条件，掌握相关结论是解题关键.

3. 下列二次根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{3\frac{1}{3}}$

B. $\sqrt{33}$

C. $\sqrt{\frac{1}{27}}$

D. $\sqrt{0.3}$

【答案】C

【解析】

【分析】把各二次根式化为最简二次根式，然后根据同类二次根式的定义判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$ ，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故该选项错误；

B、 $\sqrt{33}$ 是最简二次根式，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故该选项错误；

C、 $\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$ ，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式，故该选项正确；

D、 $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，故该选项错误，

故选C.

【点睛】本题主要考查了二次根式的性质以及同类二次根式的定义，正确对二次根式化简是关键.

4. 下列命题是假命题的是（ ）

A. 等角的补角相等

B. 同旁内角互补

C. 在一个三角形中，等角对等边

D. 全等三角形面积相等

【答案】B

【解析】

【分析】根据补角定理判断A；根据平行线性质的性质判断B；根据等腰三角形性质判断C；根据全等三角形性质判断D，即可完成.

【详解】A. 等角的补角相等，真命题；

B. 两直线平行，同旁内角互补，故B选项为假命题；

C. 在一个三角形中，等角对等边，真命题；

D. 全等三角形面积相等，真命题；

故选B

【点睛】本题考查真假命题的判断，熟练掌握各个性质定理是解题关键.

5. 某超市一月份的营业额为300万元，一月、二月、三月的总营业额1200万元，如果平均每月增长率为 x ，则由题意列方程为（ ）

A. $300(1+x)^2 = 1200$

B. $300 + 300 \cdot 2 \cdot x = 1200$

C. $300 + 300(1+x)^2 = 1200$

D. $300[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1200$

【答案】D

【解析】

【分析】根据增长率分别表示出二月、三月的营业额即可求解.

【详解】解：由题意得：二月的营业额为： $300(1+x)$

三月的营业额为： $300(1+x)^2$

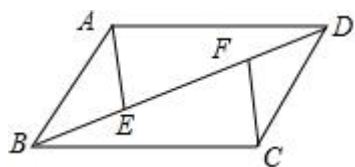
故一月、二月、三月的总营业额为： $300 + 300(1+x) + 300(1+x)^2 = 300[1 + (1+x) + (1+x)^2]$

故根据总营业额为 1200 万元，可列方程为： $300[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1200$

故选：D

【点睛】本题考查增长率问题. 分别表示出二月、三月的营业额是解题关键.

6. 如图，在四边形 ABCD 中，如果 $AD \parallel BC$ ， $AE \parallel CF$ ， $BE = DF$ ，那么下列等式中错误的是（ ）



A. $\angle DAE = \angle BCF$

B. $AB = CD$

C. $\angle BAE = \angle DCF$

D. $\angle ABE = \angle EBC$

【答案】D

【解析】

【分析】利用 $AD \parallel BC$ ， $AE \parallel CF$ 证得角等，证出 $\triangle AED \cong \triangle CFB$ ，即可判断 A 选项；利用全等三角形的性质得到 $AE = CF$ ，进而证出 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，即可判断 B、C 选项，即可完成.

【详解】 $\because AD \parallel BC$ ， $AE \parallel CF$

$\therefore \angle AED = \angle CFB$ ， $\angle DBC = \angle ADB$

$\because BE = DF$

$\therefore BE + EF = DF + EF$

即 $BF = ED$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB$ (ASA)

$\therefore \angle DAE = \angle BCF$

故 A 选项正确；

$\because \triangle AED \cong \triangle CFB$

$\therefore AE = CF$

$\because \angle AEB + \angle AED = 180^\circ$, $\angle CFB + \angle DFC = 180^\circ$, $\angle AED = \angle CFB$

$\therefore \angle AEB = \angle DFC$

又 $\because BE = FD$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS)

$\therefore AB = CD$, $\angle BAE = \angle DCF$

故 B、C 选项正确;

故选 D

【点睛】 本题考查三角形全等的性质即判断, 还涉及平行线的性质, 熟练掌握相关性质定理是解题关键.

二、填空题

7. 写出 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 的一个有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

【解析】

【分析】 充分利用平方差公式, 得出有理化因子即可.

【详解】 解: $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$,

故答案为: $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

【点睛】 本题考查了分子有理化, 解题的关键是熟练掌握平方差公式进行求解.

8. 计算: $\sqrt{32} - \sqrt{2} =$ __.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先将二次根式化为最简, 然后合并同类二次根式即可得出答案.

【详解】 $\sqrt{32} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

【点睛】 此题考查了二次根式的加减运算, 属于基础题, 掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并是关键.

9. 化简: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$ _____

【答案】 $\sqrt{2} - 1$

【解析】

【分析】 利用二次根式的性质: $\sqrt{a^2} = |a|$ 即可求解.

【详解】解： $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ ，

故答案为： $\sqrt{2}-1$ 。

【点睛】 本题考查二次根式的性质。掌握相关化简法则是解题关键。

10. 如果 $y = \sqrt{x-4} + 3 + \sqrt{4-x}$ ，则 xy 的值是_____

【答案】 12

【解析】

【分析】 根据二次根式被开方数大于等于 0，得出 $x=4$ ，进而求出 $y=3$ ，再代入求值即可。

【详解】解： $\because x-4 \geq 0$ 且 $4-x \geq 0$ ，

$\therefore x \geq 4$ 且 $x \leq 4$ ，

$\therefore x = 4$ ，

$\therefore y = \sqrt{x-4} + 3 + \sqrt{4-x}$ ，

$\therefore y = 3$ ，

$\therefore xy = 4 \times 3 = 12$ ，

故答案为： 12。

【点睛】 本题考查二次根式有意义的条件，二次根式的化简，正确理解题意是解题的关键。

11. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是_____。

【答案】 $m < -4$

【解析】

【详解】解： $\because$ 一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 没有实数根，

$\therefore \Delta = 16 - 4(-m) < 0$ ，

$\therefore m < -4$ 。

考点： 根的判别式。

12. 化简： $\sqrt{\frac{27y}{x}} (y < 0) =$ _____

【答案】 $-\frac{3\sqrt{3xy}}{x}$

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件可得到 $x < 0$ ，进而根据二次根式乘除的运算法则和最简二次根式的定

义计算即可.

【详解】 $\because \frac{27y}{x} \geq 0, x \neq 0, y < 0,$

$\therefore x < 0.$

$$\therefore \sqrt{\frac{27y}{x}} = \sqrt{\frac{-27y}{-x}} = \frac{\sqrt{-27y}}{\sqrt{-x}} = \frac{\sqrt{-27y} \cdot \sqrt{-x}}{\sqrt{-x} \cdot \sqrt{-x}} = \frac{\sqrt{27xy}}{-x} = -\frac{3\sqrt{3xy}}{x}.$$

故答案为: $-\frac{3\sqrt{3xy}}{x}.$

【点睛】 本题主要考查二次根式的化简, 牢记二次根式有意义的条件 (被开方数大于等于 0)、二次根式的乘除的运算法则和最简二次根式的定义是解题的关键.

13. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 5x + 1 =$ _____

【答案】 $2 \left(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{17}}{4}\right).$

【解析】

【分析】 运用求根公式解得对应方程 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的解, 再分解因式.

【详解】 $\because 2x^2 - 5x + 1 = 0, a = 2, b = -5, c = 1,$

$\therefore 2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的根为 $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{4},$

即 $x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4},$

$\therefore 2x^2 - 5x + 1 = 2 \left(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{17}}{4}\right).$

故答案为 $2 \left(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{4}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{17}}{4}\right).$

【点睛】 此题考查公式法分解因式. 解题关键在于熟练运用求根公式解得对应方程的解.

14. 命题“全等三角形的对应角相等”的逆命题是_____命题. (填“真”或“假”)

【答案】 假

【解析】

【分析】 首先分清题设是: 两个三角形全等, 结论是: 对应角相等, 把题设与结论互换即可得到逆命题, 然后判断正误即可.

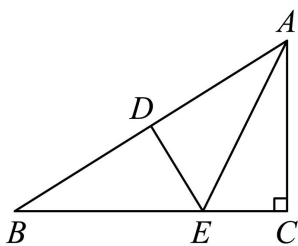
【详解】 解: “全等三角形的对应角相等”的题设是: 两个三角形全等, 结论是: 对应角相等, 因而逆命

题是：对应角相等的三角形全等．是一个假命题．

故答案为：假．

【点睛】本题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题．其中一个命题称为另一个命题的逆命题．命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， DE 是 AB 的垂直平分线，交 AD 、 BC 于 D 、 E ，若 $\angle CAE = \alpha$ ，则 $\angle BED =$ _____ (用含 α 的代数式表示)



【答案】 $45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

【解析】

【分析】运用垂直平分线的性质和等腰三角形的性质求解即可．

【详解】解： $\because$ 线段 AB 的垂直平分线 DE 交 BC 于 E ，

$$\therefore AE = BE, \therefore \angle EAB = \angle B,$$

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\because \angle C = 90^\circ, \angle CAE = \alpha,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle B = 90^\circ - \alpha, \text{ 即 } \angle B = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$\because DE$ 是线段 AB 的垂直平分线，

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ,$$

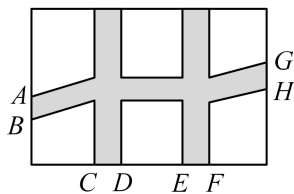
$$\therefore \angle BED = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \left(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right) = 45^\circ + \frac{1}{2}\alpha.$$

故答案为： $45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$.

【点睛】此题主要考查线段的垂直平分线的性质和等腰三角形的性质，三角形内角和定理，线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等．

16. 如图，在一个长为 40m，宽为 26m 的矩形花园中修建小道（图中阴影部分），其中 $AB = CD = EF = GH = xm$ ，每段小道的两边缘平行，剩余的地方种植花草，要使种植花草的面积为

864m^2 ，那么可列方程（不用化简）为_____



【答案】 $1040 - (-2x^2 + 92x) = 864$

【解析】

【分析】 题目中存在的等量关系为矩形花园的面积 - 小道的面积 = 864m^2 ，据此可求得答案.

【详解】 根据题意，得

$$S_{\text{小道}} = 2 \times 26x + 40x - 2x^2 = (-2x^2 + 92x)\text{m}^2, \quad S_{\text{矩形花园}} = 40 \times 26 = 1040\text{m}^2.$$

根据 $S_{\text{矩形花园}} - S_{\text{小道}} = 864\text{m}^2$ ，可得

$$1040 - (-2x^2 + 92x) = 864.$$

故答案为: $1040 - (-2x^2 + 92x) = 864$.

【点睛】 本题主要考查实际问题与二元一次方程，能用含有未知数的代数式表示出等量关系是解题的关键.

17. 已知 $|2-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16} = 2x - 6$ ，求 x 的取值范围_____

【答案】 $2 \leq x \leq 4$

【解析】

【分析】 根据二次根式性质先化简，再由去绝对值的代数意义分类讨论求解即可得到答案.

【详解】 解: $\because \sqrt{(x-4)^2} = |x-4|$,

$$\therefore |2-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$$

$$= |x-2| - |x-4|,$$

当 $x < 2$ 时, $x-2 \leq 0, x-4 < 0$, 原式 = $-(x-2) + (x-4) = -2 \neq 2x-6$, 不合题意;

当 $2 \leq x \leq 4$ 时, $x-2 > 0, x-4 < 0$, 原式 = $x-2 + (x-4) = 2x-6$, 符合题意;

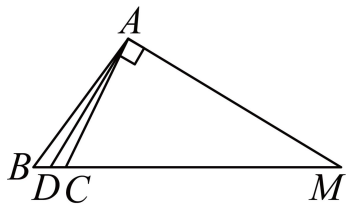
当 $x > 4$ 时, $x-2 > 0, x-4 \geq 0$, 原式 = $x-2 - (x-4) = 2 \neq 2x-6$, 不合题意;

综上所述, 当 $|2-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16} = 2x-6$ 时, x 的取值范围是 $2 \leq x \leq 4$,

故答案为: $2 \leq x \leq 4$.

【点睛】 本题考查二次根式性质及去绝对值运算，熟记二次根式性质及绝对值代数意义是解决问题的关键.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 10.5^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，过点 A 作 DA 的垂线交 BC 延长线于点 M ，若 $BM = BA + AC$ ，则 $\angle ABC$ 的度数是_____

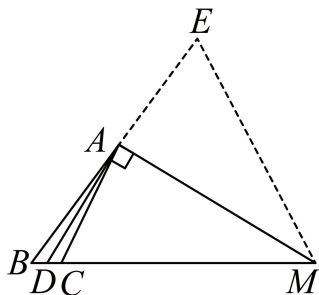


【答案】 53° ##53 度

【解析】

【分析】 延长 BA 至点 E ，使 $AE = AC$ ，先求得 $\angle DAC = \angle BAD$ ，进而证得 $\triangle CAM = \triangle EAM$ ，得到 $\angle ACM = \angle AEM = \angle BME$ ，结合 $\angle ACM + \angle AEM + \angle BME + \angle CAM + \angle EAM = 360^\circ$ 即可求得答案.

【详解】 如图所示，延长 BA 至点 E ，使 $AE = AC$.



$$\because BE = BA + AE, \quad BM = BA + AC,$$

$$\therefore BE = BM.$$

$$\therefore \angle AEM = \angle BME.$$

$$\because \angle BAC = 10.5^\circ, \quad AD \text{ 是 } \angle BAC \text{ 的平分线},$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 5.25^\circ.$$

$$\therefore \angle CAM = \angle DAM - \angle DAC = 90^\circ - 5.25^\circ = 84.75^\circ,$$

$$\angle EAM = 180^\circ - \angle BAD - \angle DAM = 180^\circ - 5.25^\circ - 90^\circ = 84.75^\circ.$$

$$\therefore \angle CAM = \angle EAM = 84.75^\circ.$$

在 $\triangle CAM$ 和 $\triangle EAM$ 中

$$\begin{cases} AE = AC \\ \angle CAM = \angle EAM \\ AM = AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAM = \triangle EAM.$$

$$\therefore \angle ACM = \angle AEM.$$

$$\therefore \angle ACM = \angle AEM = \angle BME.$$

$$\because \angle ACM + \angle AEM + \angle BME + \angle CAM + \angle EAM = 360^\circ,$$

$$\therefore 3\angle AEM + 84.75^\circ + 84.75^\circ = 360^\circ.$$

$$\therefore \angle AEM = 63.5^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle AEM - \angle BME = 180^\circ - 63.5^\circ - 63.5^\circ = 53^\circ.$$

故答案为： 53° 。

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定及性质、角平分线的定义、多边形内角和等，能根据题意作出辅助线构建全等三角形是解题的关键。

三、简答题

19. 计算： $\sqrt{27} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + \frac{1}{\sqrt{12}} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$

【答案】 $\frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】利用二次根式的混和运算法则即可求解。

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：原式} &= 3\sqrt{3} - \sqrt{\frac{16}{3}} + \frac{\sqrt{12}}{12} - \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= 3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ &= \frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

【点睛】本题考查二次根式的混和运算，掌握相关运算法则是解题关键。

20. 计算： $2\sqrt{x^3y} \times \frac{1}{6}\sqrt{\frac{x}{y}} + 3\sqrt{x^2y} (x > 0, y > 0)$

【答案】 $\frac{1}{3}x^2 + 3x\sqrt{y}$

【解析】

【分析】利用二次根式的混合运算法则及二次根式的性质： $\sqrt{a^2} = |a|$ 即可求解。

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：原式} &= \frac{1}{3}\sqrt{x^3y \times \frac{x}{y}} + 3\sqrt{x^2} \times \sqrt{y} \\ &= \frac{1}{3}\sqrt{x^4} + 3|x| \times \sqrt{y} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3}|x^2| + 3x\sqrt{y}$$

$$= \frac{1}{3}x^2 + 3x\sqrt{y}$$

【点睛】 本题考查二次根式的混合运算、二次根式的性质. 掌握相关结论是解题关键.

21. 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$

【解析】

【分析】 根据配方法解一元二次方程的方法步骤求解即可得到答案.

【详解】 解: $2x^2 - 4x - 1 = 0$,

移项得 $2x^2 - 4x = 1$,

系数化为 1 得 $x^2 - 2x = \frac{1}{2}$,

配方得 $x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1$,

因式分解得 $(x-1)^2 = \frac{3}{2}$,

即 $x-1 = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$,

$\therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$.

【点睛】 本题考查配方法解一元二次方程的方法步骤, 熟练掌握配方法解一元二次方程是解决问题的关键.

22. 解方程: $(2x-9)^2 = (x-6)^2$

【答案】 $x_1 = 5, x_2 = 3$

【解析】

【分析】 利用因式分解法即可求解.

【详解】 解: $(2x-9)^2 - (x-6)^2 = 0$

$$(2x-9+x-6)(2x-9-x+6)=0$$

$$(3x-15)(x-3)=0$$

$$x_1 = 5, x_2 = 3$$

【点睛】 本题考查利用因式分解法求解一元二次方程. 移项利用平方差公式求解是关键.

23. 化简求值 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$, 其中 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【答案】 $\frac{1}{x}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

【解析】

【分析】 根据完全平方公式、平方差公式、分式的运算性质、二次根式的运算性质计算即可求得答案.

【详解】 原式 = $\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \div \frac{(x-1)(x+1)-(x-1)}{x+1}$

$$= \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$$

$$= \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)}$$

$$= \frac{1}{x}$$

当 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

【点睛】 本题主要考查完全平方公式、平方差公式、分式的运算、二次根式的运算, 牢记分式乘除及加减的运算法则是解题的关键.

四、解答题

24. 2010 年, 某市楼盘以每平方米 6500 元的均价对外销售, 因为楼盘滞销, 房地产开发商为了加快资金周转, 决定进行降价销售. 经过连续两年下调后, 2012 年的均价为每平方米 5265 元, 求平均每年下调的百分率.

【答案】 平均每年下调的百分率为 10%

【解析】

【分析】 根据题意, 设平均每年下调的百分率为 x , 则得到 $6500(1-x)^2 = 5265$, 解方程即可得到答案.

【详解】 解: 设平均每年下调的百分率为 x , 则 $6500(1-x)^2 = 5265$,

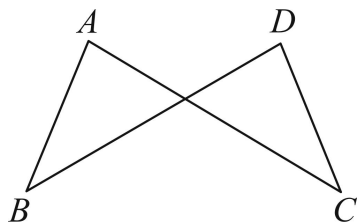
$$\therefore (1-x)^2 = \frac{5265}{6500},$$

直接开平方得 $x-1=\pm\frac{9}{10}$ ，则 $x=\frac{19}{10}$ （由于百分率不大于1，舍去）或 $x=\frac{1}{10}=0.1=10\%$ ，

答：平均每年下调的百分率为10%。

【点睛】本题考查二次函数解实际应用题，读懂题意，掌握平均增长率（下降率）是解决问题的关键。

25. 已知：如图， $AB=DC$ ， $AC=BD$ ，求证： $\angle B=\angle C$

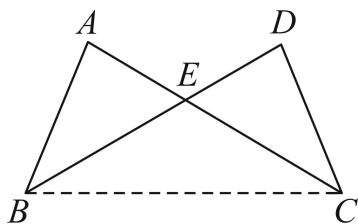


【答案】见解析.

【解析】

【分析】连接 BC ，设 AC 与 BD 相交于点 E ，先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，得到 $\angle A = \angle D$ ，结合 $\angle AEB = \angle DEC$ ，即可求得答案.

【详解】如图所示，连接 BC ，设 AC 与 BD 相交于点 E 。



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

$$\begin{cases} AB = DC \\ AC = BD \\ BC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB.$$

$$\therefore \angle A = \angle D.$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DEC.$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DCE, \text{ 即 } \angle B = \angle C.$$

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定及性质，牢记全等三角形的判定方法（三边分别相等的两个三角形全等）是解题的关键。

26. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + (k-1)^2 = 0$ 有一个根为0，求这个方程的根的判别式的值.

【答案】9

【解析】

【分析】将 $x=0$ 代入关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + (k-1)^2 = 0$ ，可求得 k 的值，进而可得到一元二次方程的解析式.

【详解】将 $x=0$ 代入关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + (k-1)^2 = 0$ ，得
 $(k-1)^2 = 0$.

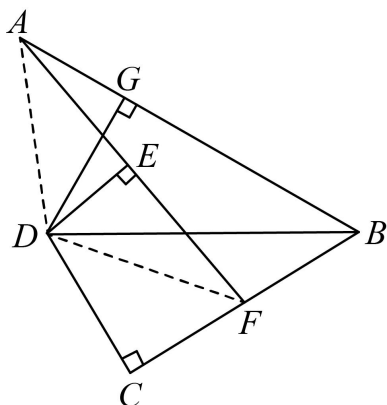
解得： $k=1$.

所以，关于 x 的一元二次方程为 $x^2 + 3x = 0$.

则方程的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 9$.

【点睛】本题主要考查一元二次方程的根的判别式，牢记一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 是解题的关键.

27. 如图，已知 BD 平分 $\angle ABC$ ， ED 垂直平分 AF ， $DG \perp AB, DC \perp BC$ ，垂足分别为点 G, F . 求证：



(1) $AG = CF$;

(2) $AB = BC + CF$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 利用角平分线的性质可得 $DG = DC$ ，利用线段垂直平分线的性质可得 $DA = DF$ ，通过证 $DGA \cong DCF$ 即可求证；

(2) 证 $BGD \cong BCD$ 即可.

【小问1详解】

证明： $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $DG \perp AB, DC \perp BC$ ，

$\therefore DG = DC$ ， $\angle DGA = \angle DCF = 90^\circ$ ，

$\because ED$ 垂直平分 AF ，

$\therefore DA = DF$ ，

$$\therefore DGA \cong DCF,$$

$$\therefore AG = CF;$$

【小问2详解】

证明: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $DG \perp AB, DC \perp BC$,

$$\therefore DG = DC, \angle DGA = \angle DCF = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = BD,$$

$$\therefore BGD \cong BCD$$

$$\therefore BG = BC,$$

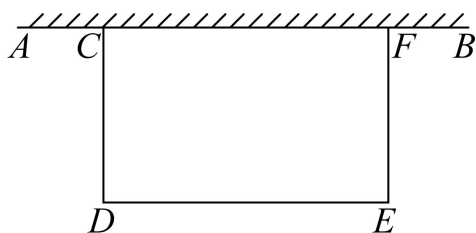
$$\therefore AB = AG + BG,$$

由 (1) 得 $AG = CF$,

$$\therefore AB = BC + CF.$$

【点睛】 本题考查角平分线的性质、线段垂直平分线的性质、全等三角形的判断和性质. 通过证全等将线段进行等量代换是解题关键.

28. 如图, 某校广场有一段 26 米长的旧围栏, 现打算利用该围栏的一部分 (或全部) 为一边, 其余三边新建围栏, 围成一块长方形草坪 (如图 $CDEF$).



(1) 若新建围栏长度为 120 米, 长方形草坪面积为 1152 平方米, 能否完成该草坪围栏修建任务? 若能完成, 请算出利用旧围栏多少米; 若不能完成, 请说明理由;

(2) 若长方形草坪面积为 100 平方米, 整修旧围栏的费用是每米 1.25 元, 建新围栏的费用是每米 5 元, 计划修建费正好为 175 元, 能否完成该草坪围栏修建任务? 若能完成, 请算出利用旧围栏多少米; 若不能完成, 请说明理由.

【答案】 (1) 能完成, 利用旧围栏 24 米;

(2) 能完成, 利用旧围栏 20 米或 8 米.

【解析】

【分析】 (1) 设 CD 的长为 x 米, 则 DE 的长为 $(120 - 2x)$ 米, 利用长方形面积公式列一元二次方程计算即可求解;

(2) 设利用旧围栏 m 米, 则 $DE = m$ 米, $CD = EF = \frac{100}{m}$ 米, 利用总费用 175 元, 列出分式方程计算即

可求解.

【小问 1 详解】

解: 设 CD 的长为 x 米, 则 DE 的长为 $(120-2x)$ 米,

依题意得 $x(120-2x)=1152$,

整理得 $x^2-60x+576=0$,

$\therefore \Delta = (-60)^2 - 4 \times 1 \times 576 = 1296 > 0$,

$$\therefore x = \frac{60 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{60 \pm 36}{2},$$

$$\therefore x_1 = 48, \quad x_2 = 12,$$

$\therefore 120-2x=24$ 或 $120-2x=96 > 26$ (不合题意, 舍去),

$\therefore$ 能完成, 利用旧围栏 24 米;

【小问 2 详解】

解: 设利用旧围栏 m 米, 则 $DE = m$ 米, $CD = EF = \frac{100}{m}$ 米,

依题意得 $1.25m + 5\left(m + 2 \cdot \frac{100}{m}\right) = 175$,

整理得 $0.25m^2 - 7m + 40 = 0$,

$\therefore \Delta = (-7)^2 - 4 \times 0.25 \times 40 = 9 > 0$,

$$\therefore m = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2 \times 0.25} = \frac{7 \pm 3}{0.5},$$

$$\therefore m_1 = 20, \quad m_2 = 8,$$

经检验, $m_1 = 20$, $m_2 = 8$ 都是原方程的解, 且满足题意,

答: 能完成, 利用旧围栏 20 米或 8 米.

【点睛】 本题考查一元二次方程的应用, 分式方程的应用, 解题关键在于根据题意列出方程.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能