

2023 学年第一学期期中学情诊断

八年级数学试卷

(完卷时间: 90 分钟, 满分: 100 分) 2023.11

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) (每题只有一个选项正确)

1. 下列根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{3c^3}$

B. $\sqrt{x+y}$

C. $\sqrt{x^2-2x+1}$

D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查最简二次根式. “被开方数不含分母或被开方数不含开得尽方的因数或因式, 这样的二次根式即为最简二次根式”, 据此进行判断即可.

【详解】 解: $\sqrt{3c^3}$ 含有 c^3 可以开方, 则 A 不符合题意;

$\sqrt{x+y}$ 符合最简二次根式的定义, 则 B 符合题意;

$\sqrt{x^2-2x+1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$, 则 C 不符合题意;

$\sqrt{\frac{1}{2}}$ 中被开方数含有分母, 不是最简二次根式, 则 D 不符合题意;

故选: B.

2. 下列方程一定是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{2}{x} + 1 = 0$

B. $x(x+1) = 1+x^2$

C. $x(x-1) = 0$

D. $ax^2 + x + 1 = 0$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的定义 “只含有 1 个未知数, 并且未知数的最高次数为 2 的整式方程即为一元二次方程”. 根据一元二次方程的定义逐项判断即可得.

【详解】 解: A、方程 $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{2}{x} + 1 = 0$ 不是整式方程, 则此项不符合题意;

B、方程 $x(x+1) = 1+x^2$ 整理为 $x = 1$, 是一元一次方程, 则此项不符合题意;

C、方程 $x(x-1) = 0$ 整理为 $x^2 - x = 0$, 是一元二次方程, 则此项符合题意;

D、方程 $ax^2 + x + 1 = 0$ 中当 $a = 0$ 时，方程为 $x + 1 = 0$ ，是一元一次方程，则此项不符合题意；

故选：C.

3. 直线 $y = -\frac{2}{3}x$ 不经过点 ()

- A. (0, 0) B. (-2, 3) C. (3, -2) D. (-3, 2)

【答案】B

【解析】

【分析】将各点代入函数解析式即可得.

【详解】解：A、当 $x = 0$ 时， $y = 0$ ，即经过点 (0, 0)，此项不符合题意；

B、当 $x = -2$ 时， $y = -\frac{2}{3} \times (-2) = \frac{4}{3} \neq 3$ ，即不经过点 (-2, 3)，此项符合题意；

C、当 $x = 3$ 时， $y = -\frac{2}{3} \times 3 = -2$ ，即经过点 (3, -2)，此项不符合题意；

D、当 $x = -3$ 时， $y = -\frac{2}{3} \times (-3) = 2$ ，即经过点 (-3, 2)，此项不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了正比例函数，熟练掌握正比例函数的图象与性质是解题关键.

4. 下列方程是关于 x 的一元二次方程，一定有实数解的是 ()

- A. $x^2 + x + 2 = 0$ B. $x^2 + 2x + m = 0$ C. $-x^2 + 2x - 3 = 0$ D. $x^2 - 2x - 4 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程的根的判别式的知识. 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数，且 $a \neq 0$)，其根的判别式为 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根. 分别求出各方程求的根的判别式 Δ 的值，取该值大于等于 0 的选项即可.

【详解】解：A. $\because \Delta = 1^2 - 5 \times 1 \times 2 = -5 < 0$,

$\therefore$ 该方程没有实数根，选项 A 不符合题意；

B. $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m$,

$\therefore m$ 的值不确定，

$\therefore$ 无法得出 $4 - 4m \geq 0$ ，选项 B 不符合题意；

C. $\because \Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = -8 < 0$,

∴ 该方程没有实数根，选项 C 不符合题意；

$$D. \because \Delta = (-3)^2 - 4 \times 7 \times (-4) = 20 > 0,$$

∴ 该方程有两个不相等的实数根，选项 D 符合题意.

故选：D.

5. 若点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 在正比例函数 $y = -\frac{x}{2}$ 的图象上，并且 $x_1 < x_2 < x_3$ ，则下列各式中正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，由 $k = -\frac{1}{2} < 0$ ，利用一次函数的性质，可得出 y 随 x 的增大而减小，结合 $x_1 < x_2 < x_3$ ，即可得出 $y_3 < y_2 < y_1$. 牢记“ $k > 0$ ， y 随 x 的增大而增大； $k < 0$ ， y 随 x 的增大而减小”是解题的关键.

【详解】解：∵ $k = -\frac{1}{2} < 0$,

∴ y 随 x 的增大而减小，

又∵ 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 在正比例函数 $y = \frac{x}{2}$ 的图象上， $x_1 < x_2 < x_3$,

∴ $y_3 < y_2 < y_1$.

故选：D.

6. 下列问题中，两个变量成正比例的是 ()

- A. 一个人的体重和年龄 B. 圆的周长和直径
C. 车辆行驶的路程一定时，行驶的速度和时间 D. 周长一定时，长方形的长和宽

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查正比例的概念，根据正比例的定义，分别分析判断即可. 理解并掌握正比例的定义（两个量的比值一定，则这两个量成正比例关系）是本题的关键.

【详解】解：一个人的体重和年龄不成正比例，

∴ A 不符合题意；

圆的周长 $\div$ 直径 $= \pi$ (一定)，

∴ 圆的周长和直径成正比例，

∴B 符合题意;

速度×时间=路程 (一定),

∴车辆行驶的路程一定时, 行驶的速度和时间成反比例,

∴C 不符合题意;

$2 \times (\text{长} + \text{宽}) = \text{长方形的周长}$ (一定),

∴周长一定时, 长方形的长和宽不成正比例,

∴D 不符合题意.

故选: B.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{(\pi-3)^2} =$ _____.

【答案】 $\pi-3$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质解答.

【详解】 $\because \pi > 3$,

$\therefore \pi-3 > 0$;

$\therefore \sqrt{(\pi-3)^2} = \pi-3$.

【点睛】 本题考查二次根式的性质与化简, 解题的关键是掌握二次根式的性质.

8. 计算: $\sqrt{72} =$ _____.

【答案】 $6\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据最简二次根式直接进行求解即可.

【详解】 解: 原式 $= \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

故答案为 $6\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查最简二次根式, 熟练掌握最简二次根式的条件是解题的关键.

9. 方程 $(x+1)^2 = 4$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 1, x_2 = -3$ 或 $x_1 = -3, x_2 = 1$

【解析】

【分析】 两边开方, 然后解关于 x 的一元一次方程.

【详解】解：由原方程，得 $x+1=\pm 2$.

解得 $x_1=1, x_2=-3$.

故答案是： $x_1=1, x_2=-3$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程—直接开平方法. 用直接开方法求一元二次方程的解的类型有：

$x^2=a(a\geq 0)$ ； $ax^2=b(a, b$ 同号且 $a\neq 0)$ ； $(x+a)^2=b(b\geq 0)$ ； $a(x+b)^2=c(a, c$ 同号且 $a\neq 0)$. 法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为1，再开平方取正负，分开求得方程解” .

10. 函数 $f(x)=\sqrt{3x+1}$ 的定义域是 _____.

【答案】 $x\geq -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查的是函数自变量的取值范围的确定，根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式，解不等式得到答案.

【详解】解：由题意得： $3x+1\geq 0$,

解得： $x\geq -\frac{1}{3}$,

故答案为： $x\geq -\frac{1}{3}$.

11. 已知 $f(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ ，那么 $f(3)=$ _____.

【答案】 $\sqrt{3}-1$

【解析】

【分析】本题考查分母有理化，根据分母有理化，按照定义代入进行计算即可.

【详解】解： $\because f(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$,

$$\therefore f(3)=\frac{3-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1.$$

故答案为： $\sqrt{3}-1$.

12. 如果 $\sqrt{2m+1}$ 和 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式，那么 $m=$ _____ (只需写一个).

【答案】 $\frac{1}{2}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查同类二次根式，根据同类二次根式的定义列式计算，熟练掌握其定义是解题的关键，本题答案不唯一，符合题意即可.

【详解】 解: $\because \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{2m+1}$ 和 $\sqrt{8}$ 是同类二次根式,

$$\therefore 2m+1=2,$$

$$\text{解得: } m = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$ (答案不唯一).

13. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 3xy - y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\text{【答案】 } 2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}y\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}y\right).$$

【解析】

【分析】 首先解关于 x 的方程，进而分解因式得出即可.

【详解】 当 $2x^2 - 3xy - y^2 = 0$ 时,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{4}y, \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{4}y,$$

$$\text{则 } 2x^2 - 3xy - y^2 = 2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}y\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}y\right).$$

$$\text{故答案为 } 2 \left(x - \frac{3+\sqrt{17}}{4}y\right) \left(x - \frac{3-\sqrt{17}}{4}y\right).$$

【点睛】 此题主要考查了实数范围内分解因式，正确解方程是解题关键.

14. 已知正比例函数 $y = (4 - 2k)x$ 的图象经过第二、四象限，那么常数 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$\text{【答案】 } k > 2$$

【解析】

【分析】 此题主要考查了正比例函数的图象和性质，解决问题的关键是理解对于正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ ，函数的图象经过原点且在第一、三象限内变化， y 随 x 的增大而增大，当 $k < 0$ ，函数的图象经过原点且在第二、四象限内变化， y 随 x 的增大而减小.

【详解】 解: $\because$ 正比例函数 $y = (4 - 2k)x$ 的图象经过第二、四象限,

$$\therefore 4 - 2k < 0,$$

解得: $k > 2$.

$\therefore$ 常数 k 的取值范围是 $k > 2$.

故答案为: $k > 2$.

15. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个实数根, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \geq -1$

【解析】

【分析】 根据一元二次方程根的判别式进行解答即可.

【详解】 解: $\because$ 方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times (-k) \geq 0,$$

解得: $k \geq -1$,

故答案为: $k \geq -1$.

【点睛】 本题主要考查了根据一元二次方程根的情况求参数的取值范围, 解题的关键是熟练掌握当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根.

16. 不等式 $\sqrt{2}x - 3 < \sqrt{3}x$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解不等式以及分母有理化, 熟练掌握分母有理化的方法是解题的关键.

【详解】 解: $\sqrt{2}x - 3 < \sqrt{3}x$,

移项得: $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x < 3$,

即: $x > \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$,

整理得: $x > -3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$.

故答案为: $x > -3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$.

17. 现定义 $[p, q]$ 为函数 $y = px + q$ 的特征数, 若特征数为 $[a - 1, a + 2]$, 这个正比例函数的解析式是_____.

【答案】 $y = -3x$

【解析】

【分析】 本题考查待定系数法求函数解析式，根据特征数的定义代入即可，属于基础题.

【详解】 解： 由于特征数为 $[a-1, a+2]$,

$$\therefore y = (a-1)x + a + 2,$$

$\because$ 该函数是正比例函数,

$$\therefore a + 2 = 0,$$

解得: $a = -2$,

$\therefore$ 正比例函数的解析式是: $y = -3x$,

故答案为: $y = -3x$.

18. 如果 $a = \sqrt{5} - 2$, 则 $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 =$ _____.

【答案】 $\sqrt{5} + 6$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的化简求值，熟练掌握二次根式的性质、完全平方公式是解题关键. 先根据二次根式的分母有理化可得 $\frac{1}{a}$, 从而可得 $\frac{1}{a} - a > 0$, 再利用完全平方公式化简二次根式，代入计算即可得.

【详解】 解: $\because a = \sqrt{5} - 2$,

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{5} + 2,$$

$$\therefore \frac{1}{a} - a = \sqrt{5} + 2 - (\sqrt{5} - 2) = 4 > 0,$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2}$$

$$= \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a} - a\right)$$

$$= \sqrt{5} + 2 + 4$$

$$= \sqrt{5} + 6.$$

故答案为: $\sqrt{5} + 6$.

三、简答题 (本大题共 5 题, 满分 25 分)

19. 计算: $\sqrt{12} + 3\sqrt{1\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}\sqrt{48}$.

【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式混合运算，解题的关键是熟练掌握二次根式混合运算法则，准确计算.

【详解】 解: $\sqrt{12} + 3\sqrt{1\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}\sqrt{48}$

$$= 2\sqrt{3} + 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

20. 计算: $2\sqrt{\frac{2}{3m}} \div \frac{1}{6}\sqrt{6m} \cdot \sqrt{8m^5}$.

【答案】 $8m\sqrt{2m}$.

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的运算，熟练掌握相关运算法则及性质是解题的关键.

利用二次根式的乘除法则及性质 “ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$ ” 计算即可.

【详解】 原式 $= \sqrt{\frac{8}{3m}} \div \sqrt{\frac{m}{6}} \cdot \sqrt{8m^5}$

$$= \sqrt{\frac{8}{3m} \div \frac{m}{6} \cdot 8m^5}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{3m} \cdot \frac{6}{m} \cdot 8m^5}$$

$$= 8m\sqrt{2m}.$$

21. 解方程: $(x+2)(x-1) = 4$

【答案】 $x_1 = -3$, $x_2 = 2$

【解析】

【分析】整理后分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【详解】 $(x+2)(x-1)=4$

解：整理得： $x^2+x-6=0$,

$$(x+3)(x-2)=0,$$

$$x+3=0, x-2=0,$$

$$x_1=-3, x_2=2.$$

【点睛】本题考查了解一元二次方程的应用，关键是能把一元二次方程转化成一元一次方程.

22. 解方程： $2x^2+6x-3=0$. (用配方法解)

【答案】 $x_1=\frac{-\sqrt{15}-3}{2}, x_2=\frac{\sqrt{15}-3}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了配方法解一元二次方程. 根据配方法解一元二次方程的一般步骤解出方程，即可.

【详解】解： $2x^2+6x-3=0$,

$$\therefore x^2+3x=\frac{3}{2},$$

$$\therefore x^2+3x+\frac{9}{4}=\frac{15}{4},$$

$$\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4},$$

$$\therefore x+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2},$$

解得： $x_1=\frac{-\sqrt{15}-3}{2}, x_2=\frac{\sqrt{15}-3}{2}$.

23. 解方程： $3(x-1)^2+\sqrt{5}(x-1)=0$.

【答案】 $x_1=1, x_2=1-\frac{\sqrt{5}}{3}$

【解析】

【分析】本题考查的是一元二次方程的解法，利用提公因式法把方程的左边变形，进而解出方程.

【详解】解： $3(x-1)^2+\sqrt{5}(x-1)=0$,

$$\text{则 } (x-1)(3x-3+\sqrt{5})=0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } 3x-3+\sqrt{5}=0,$$

$$\text{解得: } x_1=1, x_2=1-\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

四、解答题 (本大题共 5 小题, 满分 39 分)

24. 已知 $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 求代数式 $\frac{x^2-4x+2}{x-2}$ 值.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是二次根式的化简求值, 利用分母有理化把 x 化简, 代入计算即可.

【详解】 解: $\because x = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2+\sqrt{3},$

$$\therefore x-2=\sqrt{3},$$

$$\therefore (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = 3, \text{ 即 } x^2 - 4x = -1,$$

$$\therefore \frac{x^2-4x+2}{x-2} = \frac{-1+2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

25. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m-1)x + 1 = 0$ (m 为常数), 如果方程根的判别式的值为 1, 请求出 m 的值以及方程的根.

【答案】 m 的值为 6, 方程的根为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了根的判别式、一元二次方程的定义以及因式分解法解一元二次方程, 利用二次项系数非零及根的判别式 $\Delta = 1$, 可列出关于 m 的一元二次方程及一元一次不等式, 解之可得出 m 的值, 再将 m 的值代入原方程, 利用因式分解法解方程, 即可得出结论.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m-1)x + 1 = 0$ (m 为常数) 的根的判别式的值为 1,

$$\therefore \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = [-(m-1)]^2 - 4m = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } m=6,$$

将 $m=6$ 代入原方程得: $6x^2 - 5x + 1 = 0$,

$$\therefore (2x-1)(3x-1) = 0,$$

解得: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3}$,

$\therefore m$ 的值为 6, 方程的根为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$.

26. 已知正比例函数 $y = (m-1)x$, 且 y 随着 x 的增大而减小.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 已知点 $P(m, 6)$ 在该函数图象上, 求出这个正比例函数解析式.

【答案】 26. $m < 1$

27. $y = -3x$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求正比例函数解析式, 正比例函数的性质, 解一元二次方程;

(1) 根据 $y = (m-1)x$, 且 y 随着 x 的增大而减小则 $m-1 < 0$ 求解即可;

(2) 将点 $P(m, 6)$ 代入 $y = (m-1)x$, 求解即可, 注意条件: y 随着 x 的增大而减小.

解题的关键是熟练掌握正比例函数的性质.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 正比例函数 $y = (m-1)x$, 且 y 随着 x 的增大而减小.

$$\therefore m-1 < 0,$$

$$\therefore m < 1,$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围: } m < 1;$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 $P(m, 6)$ 在该函数图象上,

$$\therefore 6 = (m-1)m,$$

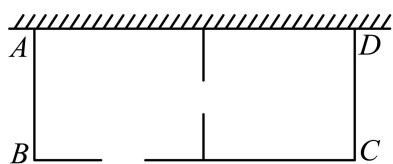
解得: $m = 3$ 或 $m = -2$,

$$\therefore m < 1,$$

$$\therefore m = -2,$$

$$\therefore \text{正比例函数解析式: } y = -3x.$$

27. 在“金山情一日游”的研学活动中,小明发现某农场有一个长方形养鸡场,养鸡场的一边靠墙,墙长22米,养鸡场的面积是160平方米.



(1) 据农场管理人员介绍,养鸡场今年养鸡320只,计划明后两年增长率相同,预估后年养鸡500只,请求出这个增长率;

(2) 为了改善养鸡场环境,今年对养鸡场进行重建,重建后的养鸡场如图所示,围成养鸡场的板材共用去40米,在板材上有两处各开了一扇宽为2米的门,养鸡场的面积不变,求重建后的养鸡场的宽 AB 为多少米?

【答案】(1) 25%;

(2) 8.

【解析】

【分析】(1) 设这个增长率为 x ,根据养鸡场今年养鸡320只,预估后年养鸡500只,列出一元二次方程,解之取其正值即可;

(2) 设重建后的养鸡场的宽 AB 为 y 米,则 BC 的长为 $(40+2\times 2-3y)$ 米,根据养鸡场的面积是160平方米,列出一元二次方程,解之取符合题意的值即可;

此题考查了一元二次方程的应用,找准等量关系,正确列出一元二次方程是解题的关键.

【小问1详解】

解: 设这个增长率为 x ,

由题意得: $320(1+x)^2 = 500$,

解得: $x_1 = -2.25$ (不合题意舍去), $x_2 = 2.25 = 25\%$,

答: 这个增长率为25%;

【小问2详解】

设重建后的养鸡场的宽 AB 为 y 米,则 BC 的长为 $(40+2\times 2-3y)$ 米,

由题意得: $y(40+2\times 2-3y) = 160$,

整理得: $3y^2 - 44y + 160 = 0$,

解得: $y_1 = \frac{20}{3}$, $y_2 = 8$,

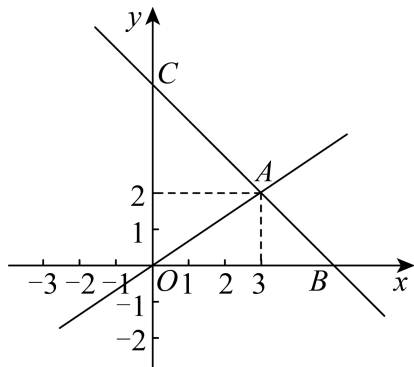
当 $y = \frac{20}{3}$ 时, BC 的长为: $40 + 4 \times 2 - 3y = 40 + 2 \times 2 - 3 \times \frac{20}{3} = 24 > 22$ (米), 不合题意;

当 $y = 8$ 时, BC 的长为: $40 + 2 \times 2 - 3y = 40 + 2 \times 3 - 3 \times 8 = 20$ (米) < 22 米;

$\therefore AB = 8$ 米,

答: 重建后的养鸡场的宽 AB 为 8 米.

28. 已知, 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数图像上有一点 $A(3, 2)$, 点 B 在 x 轴上, 作直线 AB , 与 y 轴交于点 C , 且 $\angle ABO = 45^\circ$.



(1) 求正比例函数的解析式;

(2) 求点 B 的坐标;

(3) 在直线 OA 上是否存在一点 P , 使 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle OBC$ 的面积, 若存在, 请求出点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $y = \frac{2}{3}x$

(2) $(5, 0)$

(3) $\left(-\frac{9}{2}, -3\right)$ 或 $\left(\frac{21}{2}, 7\right)$

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数综合应用, 面积的计算、点的坐标得确定.

(1) 由待定系数法即可求解;

(2) 根据 $\angle ABO = 45^\circ$, 得出 $y_A = x_B - x_A$, 即可求解;

(3) 由 $\triangle ABP$ 的面积 $\frac{1}{2} = PH(x_B - x_A)$, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 设正比例函数的表达式为: $y = kx$,

将点 $A(3, 2)$ 的坐标代入上式得: $2 = 3k$,

解得： $k = \frac{2}{3}$,

则正比例函数的表达式为： $y = \frac{2}{3}x$;

【小问 2 详解】

解： $\because \angle ABO = 45^\circ$,

$\therefore \triangle ADB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore DB = AD$,

$\therefore y_A = x_B - x_A$,

即 $2 = x_B - 3$,

解得： $x_B = 5$,

即点 B 的坐标为： $(5, 0)$;

【小问 3 详解】

解： 存在， 设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b$,

由点 $A(3, 2)$, $B(5, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 5k + b = 0 \\ 3k + b = 2 \end{cases},$$

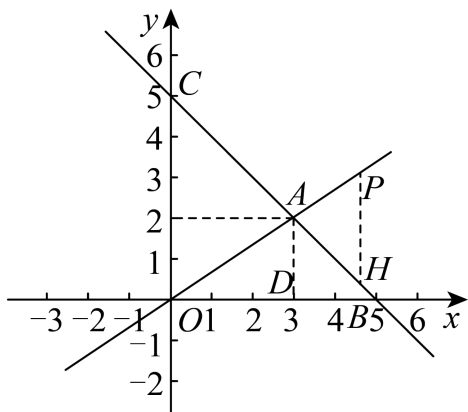
$$\therefore \begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases},$$

直线 AB 的表达式为： $y = -x + 5$,

当 $x = 0$ 时, $y = 5$, 则点 $C(0, 5)$,

则 $\triangle BOC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$,

过点 P 作 $PH \parallel y$ 轴交 AC 于点 H , 设点 $P\left(x, \frac{2}{3}x\right)$, 则点 $H(x, -x + 5)$,



$$\text{则 } PH = \left| \frac{2}{3}x + x - 5 \right| = \left| \frac{5}{3}x - 5 \right|,$$

$$\text{则 } \triangle ABP \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times PH |x_B - x_A| = \frac{1}{2} \times \left| \frac{5}{3}x - 5 \right| \times (5 - 3) = \frac{25}{2},$$

$$\text{解得: } x = -\frac{9}{2} \text{ 或 } \frac{21}{2},$$

$$\text{则 } \frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{2} \right) = -3, \quad \frac{2}{3} \times \frac{21}{2} = 7$$

$$\text{则点 } P \text{ 的坐标为: } \left(-\frac{9}{2}, -3 \right) \text{ 或 } \left(\frac{21}{2}, 7 \right).$$