

2023-2024 学年东方中学八年级第一学期期中数学试卷

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 下列方程一定是一元二次方程的是（ ）

- A. $(x+2)^2 = x^2 - 2$ B. $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ C. $ax^2 + 2x = 0$ D. $x^2 - 2xy = 1$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义：“含有一个未知数，且含未知数的项的最高次数为 2 的整式方程”，进行判断即可.

【详解】解：A、 $(x+2)^2 = x^2 - 2$ ，整理，得： $4x + 4 = -2$ ，是一元一次方程，不符合题意；

B、 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ ，是一元二次方程，符合题意；

C、 $ax^2 + 2x = 0$ ，当 $a = 0$ 时，不是一元二次方程，不符合题意；

D、 $x^2 - 2xy = 1$ ，由两个未知数，不是一元二次方程，不符合题意；

故选 B.

2. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，满足 $a - b + c = 0$ ，则方程必有一根为（ ）

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

【答案】C

【解析】

【分析】由 $ax^2 + bx + c = 0$ ，可得：当 $x = 1$ 时，有 $a + b + c = 0$ ；当 $x = -1$ 时，有 $a - b + c = 0$ ，故问题可求.

【详解】解：由题意，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，满足 $a - b + c = 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 即为： $a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = 0$ ；

$\therefore a - b + c = 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时，代入方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，有 $a + b + c = 0$ ；

综上所述，方程必有一根为 -1.

故选 C.

【点睛】此类题目的解法是常常将 1 或 -1 或 0 代入方程，来推理判断方程系数的关系.

3. 下列问题中，两个变量成正比例的是（ ）

- A. 圆的面积和半径 B. 一条边长确定的长方形，其面积和另一边长
C. 路程一定，速度和时间 D. 人的年龄和体重

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查正比例函数的应用，理解并掌握正比例的定义是本题的关键。根据正比例的定义，分别分析判断即可。

【详解】 解：A、圆的面积 $=\pi \times \text{半径}^2$ ，两个变量不成正比例，故本选项错误

B、一条边长确定的长方形，长方形的面积 $=\text{一条边长} \times \text{另一边长}$ ，两个变量成正比例，故本选项正确；

C、路程一定，则依题意得路程 $=\text{速度} \times \text{时间}$ ，两个变量不成正比例，故本选项错误；

D、一个人的体重和年龄不成正比例，故本选项错误。

故选：B。

4. 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ ，下列说法不正确的是（ ）

A. 图像经过点 $(1, -4)$

B. 图像位于第二、四象限

C. 图像关于直线 $y = x$ 对称

D. 函数值 y 图像随 x 增大而减小

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数的性质。根据反比例函数的性质对各选项进行逐一分析即可。

【详解】 A、 $x = 1$ 时， $y = -4$ ，故图象经过点 $(1, -4)$ ，正确；

B、 $k < 0$ ，图象位于二、四象限，故正确；

C、反比例函数的图象关于直线 $y = x$ 对称，故正确；

D、 $\because k < 0$ ， $\therefore$ 图象位于二、四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而证得，故错误；

故选：D。

5. 在下列各组的三个条件中，能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等的是（ ）

A. $AC=DF$ ， $BC=DE$ ， $\angle B=\angle D$

B. $\angle A=\angle F$ ， $\angle B=\angle E$ ， $\angle C=\angle D$

C. $AB=DF$ ， $\angle B=\angle E$ ， $\angle C=\angle F$

D. $AB=EF$ ， $\angle A=\angle E$ ， $\angle B=\angle F$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据全等三角形的判定条件进行逐一判断即可。

【详解】 解：A、 $\because AC=DF$ ， $BC=DE$ ， $\angle B=\angle D$ ，

又 $\because \angle B$ 不是 AC 与 BC 的夹角，而 $\angle D$ 是 DF 与 DE 的夹角，即 $\angle B$ 与 $\angle D$ 不是对应角，

$\therefore$ 不能证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，故 A 选项不符合题意；

B、 $\because \angle A=\angle F$ ， $\angle B=\angle E$ ， $\angle C=\angle D$ ，

$\therefore$ 不能由 AAA 证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，故 B 选项不符合题意；

C、 $\because AB=DF$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$,

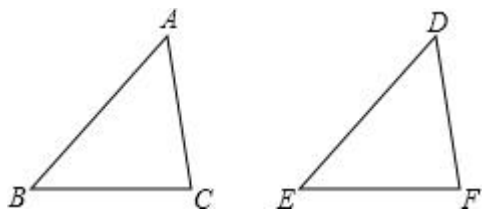
$\therefore \angle B$ 与 $\angle E$ 不是对应角,

$\therefore$ 不能证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等, 故 C 选项不符合题意;

D、 $\because AB=EF$, $\angle A=\angle E$, $\angle B=\angle F$,

$\therefore$ 可由 ASA 证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等, 故 D 选项符合题意;

故选 D.



【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定, 解题的关键在于能够熟练掌握全等三角形的判定条件.

6. 下列命题中, 真命题的个数是 ()

(1) 等角的补角相等; (2) 两边及其中一边的对角对应相等的三角形是全等三角形; (3) 一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等; (4) 两条直线被第三条直线所截, 同旁内角互补; (5) 等腰三角形, 两腰上的高相等.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】A

【解析】

【分析】主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 分析是否为真命题, 需要分别分析各题设是否能推出结论, 从而利用排除法得出答案.

【详解】(1) 等角的补角相等, 正确;

(2) SSA 无法证明全等, 故错误;

(3) 一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等或互补, 故错误;

(4) 两条平行线被第三条直线所截, 同旁内角互补, 故错误;

(5) 等腰三角形, 两腰上的高相等, 正确;

故选: A.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 方程 $x^2 = x$ 的根为_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$

【解析】

【分析】移项后再因式分解求得两根即可; 本题考查一元二次方程解法中的因式分解法, 熟练掌握因式分

解的方法是本题的关键.

【详解】解: $x^2 - x = 0$,

$$x(x - 1) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } x - 1 = 0,$$

解得 $x = 0$, $x = 1$,

故答案为: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

8. 函数 $y = \sqrt{4 - 2x}$ 的定义域是_____.

【答案】 $x \leq 2$

【解析】

【分析】根据二次函数的有意义的条件是被开方数大于等于 0, 分析原函数可得 $4 - 2x \geq 0$, 解可得自变量的取值范围

【详解】解: 根据题意得, $4 - 2x \geq 0$,

解得: $x \leq 2$

故答案为: $x \leq 2$

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

9. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 则 $f(\sqrt{2}) =$ _____.

【答案】 $2 + \sqrt{2}$

【解析】

【分析】将 $x = \sqrt{2}$ 代入解析式, 化简即可.

【详解】解: $\because f(x) = \frac{x}{x-1}$,

$$\therefore f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1) \times (\sqrt{2}+1)} = 2 + \sqrt{2},$$

故答案为: $2 + \sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了求函数值, 分母有理化, 解题的关键是理解求函数值的方法及分母有理化.

10. 关于 x 的方程 $x^2 + 2\sqrt{k}x + 1 = 0$ 没有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $0 \leq k < 1$

【解析】

【分析】 本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根. 利用根的判别式的意义得到 $\Delta = (2\sqrt{k})^2 - 4 < 0$ 且 $k \geq 0$, 然后解不等式即可.

【详解】 解: 根据题意得 $\Delta = (2\sqrt{k})^2 - 4 < 0$ 且 $k \geq 0$,

解得 $0 \leq k < 1$,

即 k 的取值范围为 $0 \leq k < 1$.

故答案为: $0 \leq k < 1$.

11. 在实数范围内因式分解: $x^2 - 2x - 1 =$ _____.

【答案】 $(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$

【解析】

【分析】 本题考查了在实数范围内分解因式, 先利用配方法, 再利用平方差公式进行分解即可解答.

【详解】 $x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 2 = (x - 1)^2 - (\sqrt{2})^2 = (x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$,

故答案为: $(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$.

12. 正比例函数图像经过点 $(-2, 1)$, 这个函数的解析式是_____.

【答案】 $y = -\frac{1}{2}x$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求正比例函数的解析式, 设正比例函数解析式为 $y = kx$, 然后把已知点的坐标代入求出 k 即可.

【详解】 解: 设正比例函数解析式为 $y = kx$,

把 $(-2, 1)$ 代入得 $-2k = 1$, 解得 $k = -\frac{1}{2}$,

所以设正比例函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$.

故答案为 $y = -\frac{1}{2}x$.

13. 若点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$ 都在反比例函数的图象上 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 则用 “<” 表示 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是_____.

【答案】 $y_2 < y_1 < y_3$

【解析】

【分析】 本题主要考查反比例函数的图象与性质. 根据题意易得反比例函数在每个象限内, y 随 x 的增大而减小, 由此问题可求解.

【详解】 解: 由反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 可知该函数在第一、第三象限, 则在每个象限内, y 随 x 的增大而减小,

$\because$ 点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$ 都在反比例函数的图象上, $-2 < -1 < 0 < 2$,

$\therefore y_1 < 0 < y_3 < y_2$

即 $y_2 < y_1 < y_3$

故答案为: $y_2 < y_1 < y_3$.

14. 某服装原价为 a 元, 如果连续两次以同样的百分率 x 降价, 那么两次降价后的价格为_____元. (用含 a 和 x 的代数式表示)

【答案】 $a(1-x)^2$

【解析】

【分析】 利用代数式先表示出第一次降价后的价格, 再在第一次的基础上表示出第二次降价后的价格, 整理后即可得出结论.

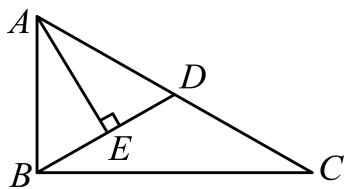
【详解】 解: 第一次降价后的价格为: $a(1-x)$ 元,

则第二次降价后的价格为: $a(1-x)(1-x) = a(1-x)^2$ 元,

故答案为: $a(1-x)^2$.

【点睛】 本题主要考查了列代数式, 利用已知条件表示出第一次降价后价格是解题的关键.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AD = DC$, $AE \perp BD$, 如果 $\triangle ABC$ 的面积是 24, 那么 $\triangle ABE$ 的面积是_____.



【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查三角形的面积、中线，明确三角形的中线会平分三角形的面积是解题关键. 由 $AD = DC$ 得到 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线，进而得到 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12$ ，再由点 E 是 BD 的中点得到

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

【详解】 解： $\because AB = AD = DC$ ，

$\therefore BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12,$$

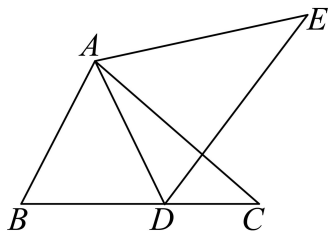
$\because \triangle ABD$ 是等腰三角形， $AE \perp BD$ ，

$\therefore$ 点 E 是 BD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

故答案为： 6.

16. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 52° 后得到 $\triangle ADE$ ，点 D 在 BC 上，那么 $\angle EDC = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 52°

【解析】

【分析】 先由旋转性质得出对应角相等，再通过等腰三角形求出角度即可.

【详解】 由旋转可知： $AB = AD$ ， $\angle ABD = \angle ADE$ ， $\angle BAD = 52^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ADB + \angle EDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 52^\circ,$$

故答案为： 52° .

【点睛】此题考查了旋转的性质和等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握旋转的性质及其应用.

17. 等腰 $\triangle ABC$ 的一边长为 5，另外两边的长是关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的两个实数根，则 m 的值是_____.

【答案】5 或 9

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的解，也考查了三角形三边的关系以及等腰三角形的性质. 根据 5 为底边和腰两种情况求解即可.

【详解】设等腰 $\triangle ABC$ 的腰长为 a ，底边长为 b ，

当 $a = 5$ ，则 5 和 b 是关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore 5 + b = 6, 5 \times b = m$$

$$\therefore b = 1, m = 5;$$

当 $b = 5$ ，则 a 和 a 是关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore a + a = 6, a \times a = m,$$

$$\therefore a = 3, m = 9,$$

故答案为：5 或 9.

18. 定义：若两个一元二次方程有且只有一个相同的实数根，我们就称这两个方程为“同伴方程”. 例如 $x^2 = 4$ 和 $(x-2)(x+3) = 0$ 有且仅有一个相同的实数根 $x = 2$ ，所以这两个方程为“同伴方程”. 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的参数同时满足 $a + b + c = 0$ 和 $4a + 2b + c = 0$ ，且该方程与 $(x+2)(x-n) = 0$ 互为“同伴方程”，则 $n =$ _____.

【答案】1 或 2

【解析】

【分析】本题考查解一元二次方程，涉及新定义，解题的关键是由 $a + b + c = 0$ 和 $4a + 2b + c = 0$ ，可得关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 两个实数根为 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 2$ ，由 $(x+2)(x-n) = 0$ ，可得 $(x+2)(x-n) = 0$ 的根为 $x = -2$ 或 $x = n$ ，根据 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 与 $(x+2)(x-n) = 0$ 互为“同伴方程”，即得 $n = 1$ 或 $n = 2$.

【详解】解： $\because$ 同时满足 $a + b + c = 0$ 和 $4a + 2b + c = 0$ ，

$$\therefore \text{关于 } x \text{ 的方程 } ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0) \text{ 两个实数根为 } x_1 = 1, x_2 = 2,$$

$$\therefore (x+2)(x-n) = 0,$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 或 } x - n = 0,$$

$\therefore (x+2)(x-n)=0$ 的根为 $x=-2$ 或 $x=n$,

$\therefore ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 与 $(x+2)(x-n)=0$ 互为“同伴方程”,

$\therefore n=1$ 或 $n=2$,

故答案为: 1 或 2.

三、简答题 (每题 5 分, 共 30 分)

19. 解方程: $(x-2)^2+4x(x-2)=0$

【答案】 $x_1=\frac{2}{5}, x_2=2$

【解析】

【分析】 本题主要考查因式分解法解一元二次方程, 提取公因式 $(x-2)$ 后整理得,

$(x-2+4x)(x-2)=0$, 继而可得两个关于 x 的一元一次方程, 解之可得.

【详解】 $(x-2)^2+4x(x-2)=0$,

$(x-2+4x)(x-2)=0$,

$(5x-2)(x-2)=0$,

$5x-2=0, x-2=0$

$x_1=\frac{2}{5}, x_2=2$.

20. 解方程: $(x+3)(x-2)=6$

【答案】 $x_1=-4, x_2=3$.

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元二次方程. 根据整式乘法展开 $(x-2)(x+3)$, 再利用因式分解法求方程的解即可.

【详解】 解: 整理成一般式得, $x^2+x-12=0$,

$\therefore (x+4)(x-3)=0$,

$\therefore x+4=0$ 或 $x-3=0$,

$\therefore x_1=-4, x_2=3$.

21. 配方法解方程: $3x^2-6x-1=0$

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查配方法解一元二次方程. 根据配方法的步骤: 一除, 二移, 三配, 四解, 解方程即可.

【详解】 解: $3x^2 - 6x - 1 = 0$

$$\therefore x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 0,$$

$$\therefore x^2 - 2x = \frac{1}{3},$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{3} + 1,$$

$$\therefore (x-1)^2 = \frac{4}{3},$$

$$\therefore x-1 = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore x_1 = 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

22. 如果 $y = (1-m)x^{m^2-2}$ 是正比例函数, 且 y 随 x 的增大而减少, 求 m 的值.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数的定义及其增减性, 熟记相关函数结论是解题关键.

【详解】 解: $\because y = (1-m)x^{m^2-2}$ 是正比例函数,

$$\therefore m^2 - 2 = 1,$$

$$\text{即: } m = \pm\sqrt{3},$$

$\because y$ 随 x 的增大而减少,

$$\therefore 1-m < 0$$

$$\text{即: } m > 1$$

综上所述: $m = \sqrt{3}$

23. 已知: $y = y_1 + 2y_2$, 并且 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 $(x-2)$ 成反比例, 且当 $x = -2$ 时, $y = -7$, 当 $x = 3$ 时, $y = 13$, 求 y 与 x 之间的函数解析式.

【答案】 $y = 3x + \frac{4}{x-2}$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求函数的解析式，注意在本题中的正比例系数和反比例系数是两个不同的值，用不同的字母区分．设 $y_1 = k_1x$ ， $y_2 = \frac{k_2}{x-2}$ 则 $y = k_1x + \frac{2k_2}{x-2}$ ，然后利用待定系数法即可求得；

【详解】 $\because y_1$ 与 x 成正比例， y_2 与 $(x-2)$ 成反比例，

$$\therefore \text{设 } y_1 = k_1x, \quad y_2 = \frac{k_2}{x-2},$$

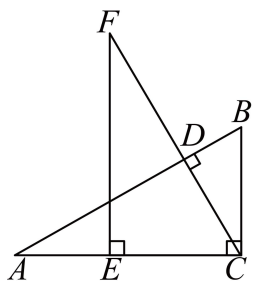
$$\therefore y = y_1 + 2y_2 = k_1x + \frac{2k_2}{x-2},$$

$\because$ 当 $x = -2$ 时， $y = -7$ ，当 $x = 3$ 时， $y = 13$ ，

$$\therefore \begin{cases} -2k_1 + \frac{2k_2}{-2-2} = -7 \\ 3k_1 + \frac{2k_2}{3-2} = 13 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = 3 \\ k_2 = 2 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数解析式为 $y = 3x + \frac{4}{x-2}$ ．

24. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，点 E 在 AC 上． $CE = BC$ ，过点 E 作 AC 的垂线，交 CD 的延长线于点 F ，求证 $AB = FC$ ．



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 由已知说明 $\angle A = \angle F$ ， $\angle FEC = \angle ACB$ ，再结合 $EC = BC$ 证明 $\triangle FEC \cong \triangle ACB$ ，利用全等三角形的性质即可证明．

【详解】 证明： $\because EF \perp AC$ ，

$$\therefore \angle FEC = 90^\circ = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle F + \angle FCE = 90^\circ.$$

$\because CD \perp AB$ ，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle FCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle A.$$

在 $\triangle FEC$ 和 $\triangle ACB$ 中

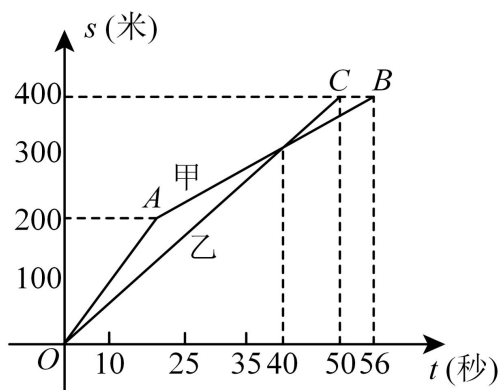
$$\begin{cases} \angle FEC = \angle ACB \\ \angle F = \angle A \\ CE = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle FEC \cong \triangle ACB (\text{AAS}),$$

$$\therefore FC = AB.$$

四、解答题 (25-27 每题 8 分, 第 28 题 10 分, 共 34 分)

25. 如图, 在甲、乙两同学进行 400 米跑步比赛中, 路程 s (米) 与时间 t (秒) 之间的函数关系的图象分别为折线 OAB 和线段 OC , 请根据图上信息回答下列问题:



- (1) _____先到达终点;
- (2) 第_____秒时, _____追上_____;
- (3) 比赛全程中, _____的速度始终保持不变;
- (4) 写出优胜者在比赛过程中所跑的路程 s (米) 与时间 t (秒) 之间的函数关系式及定义域_____.
- (5) 途中两人相遇时, 距离终点_____米.

【答案】 (1) 乙 (2) 40, 乙, 甲

(3) 乙 (4) $S = 8t (0 \leq t \leq 50)$

(5) 80

【解析】

【分析】 本题考查了函数图象的应用. 关键是学会观察图象, 结合题目的问题解题.

(1) (2) (3) 观察图象, 直接得出结论;

(4) 甲的图象是折线, 说明甲的运动速度有变化, 乙的图象为线段, 说明速度保持不变, 根据路程 = 速度 $\times$ 时间, 求出速度, 列出函数关系式即可;

(5) 根据相遇的时间计算即可.

【小问 1 详解】

由图象可知：乙先到达终点；

故答案为：乙；

【小问 2 详解】

由图象可知：甲一开始速度比较快，后面速度变慢，乙速度不变，

第 40 秒时，甲乙路程一样，即乙追上甲；

故答案为：40，乙，甲；

【小问 3 详解】

由图象可知：比赛全程中，乙的速度始终保持不变；

故答案为：乙；

【小问 4 详解】

乙的速度为： $400 \div 50 = 8$ (米 / 秒)，

$$\therefore S = 8t(0 \leq t \leq 50);$$

故答案为： $S = 8t(0 \leq t \leq 50)$ ；

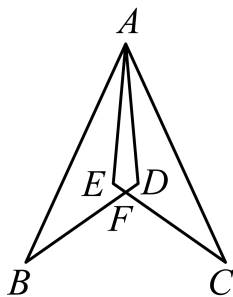
【小问 5 详解】

第 40 秒时，甲乙相遇，此时乙走的路程为 $8 \times 40 = 320$ (米)，

距离终点 $400 - 320 = 80$ (米)，

故答案为：80

26. 已知如图， $FB = FC$ ， $\angle ABD = \angle ACE$ ， $\angle BAE = \angle CAD$ ， BD 与 CE 相交于点 F ， 求证： $AD = AE$.

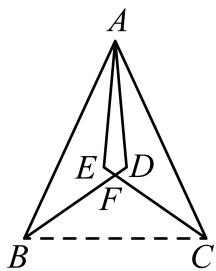


【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了两个三角形的判定和性质，连接 BC ，由 $FB = FC$ 可得 $\angle FBC = \angle FCD$ ，进而得到 $\angle ABC = \angle ACB$ ，证得 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，得到 $AD = AE$.

【详解】 连接 BC .



$$\therefore FB = FC,$$

$$\therefore \angle FBC = \angle FCD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle FBC = \angle ACE + \angle FCD$$

$$\text{即 } \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle DAE = \angle CAD + \angle DAE$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore AD = AE.$$

27. 反比例函数广泛应用于科学课中. 比如在电学的某一电路中, 电压不变时, 电流 I (单位: 安培) 与电阻 R (单位: 欧姆) 成反比例关系. 当电阻 $R = 6$ 欧姆时, 电流 $I = 2$ 安培.

(1) 求出函数解析式.

(2) 当 0.5 安培时, 求出 R 的值.

(3) 如果电路中用电器的电流不得超过 10 安培, 那么直接写出用电器的电阻控制在什么范围内?

【答案】 27. I 与 R 之间的函数关系式为 $I = \frac{12}{R}$

28. $R = 24$ (欧姆)

29. $R \geq 1.2$ (欧姆)

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数的应用.

(1) 由题意可设 $I = \frac{U}{R}$, 代入 $R = 6$, $I = 2$ 即可求得 U 的值, 从而可得 I 与 R 之间的函数关系式;

(2) 将 $I = 0.5$ 代入 (1) 中所得函数关系式即可求得对应的 R 的值;

(3) 根据题意得 $10 \geq \frac{12}{R}$, 由此即可求得电阻控制的范围.

【小问 1 详解】

解：由题意设 $I = \frac{U}{R}$,

$\because$ 当电阻 $R = 6$ 欧姆时，电流 $I = 2$ 安培，

$$\therefore U = 6 \times 2 = 12,$$

$$\therefore I \text{ 与 } R \text{ 之间的函数关系式为： } I = \frac{12}{R};$$

【小问 2 详解】

解：把 $I = 0.5$ 代入 $I = \frac{12}{R}$ 得：

$$0.5 = \frac{12}{R},$$

解得： $R = 24$ (欧姆)；

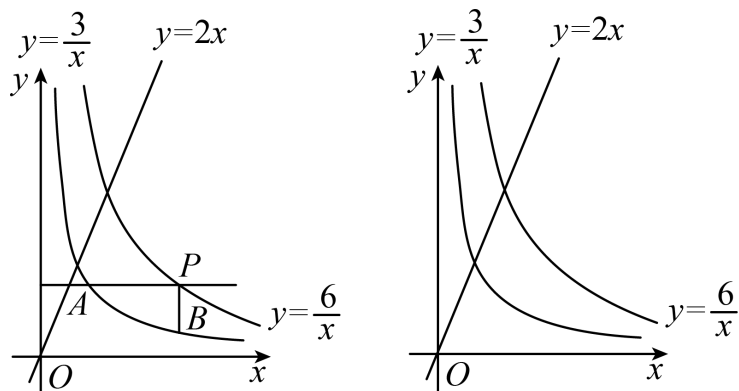
【小问 3 详解】

解： $\because$ 不得超过 10 安培，

$$\therefore 10 \geq \frac{12}{R},$$

$\therefore R$ 的取值范围是： $R \geq 1.2$ (欧姆)。

28. 已知点 $P(m, n)$ 是反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 图形上的动点， $PA \parallel x$ 轴， $PB \parallel y$ 轴， 分别交反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图像于点 A 、 B ， 点 C 是直线 $y = 2x$ 上的一点。



备用图

(1) 请用含 m 的代数式表示 P 、 A 、 B 三点坐标。

(2) 在点 P 的运动过程中，连接 AB ， $\triangle PAB$ 的面积是否变化，若不变，请求出 $\triangle PAB$ 的面积，若改变，请说明理由。

(3) 在点 P 运动过程中，是否存在以 AP 为直角边的 $\triangle APC$ 和 $\triangle PAB$ 全等，如果存在，请求出 m 的值。

【答案】 (1) $P(m, \frac{6}{m})$, $A(\frac{m}{2}, \frac{6}{m})$, $B(m, \frac{3}{m})$;

(2) 不变, $\frac{3}{4}$

$$(3) \quad m = 3 \text{ 或 } m = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数和正比例函数综合问题，涉及了全等三角形的性质，掌握分类讨论的数学思想是解决第三问的关键.

(1) 根据题意可得点 $P(m, \frac{6}{m})$ ，由 $PA \parallel x$ 轴， $PB \parallel y$ 轴， A 、 B 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图像上即可求解；

(2) 由题意得 $\angle APB = 90^\circ$ ，分别表示出 PA ， PB 即可求解；

(3) 由题意分类讨论 ① $\angle CAP = 90^\circ$ ， $AC = PB$ ② $\angle CPA = 90^\circ$ ， $CP = PB$ 两种情况，求出点 C 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 点 $P(m, n)$ 是反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 图形上的动点，

$$\therefore n = \frac{6}{m},$$

$$\therefore \text{点 } P(m, \frac{6}{m}),$$

$$\because PA \parallel x \text{ 轴}, PB \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore y_A = \frac{6}{m}, x_B = m,$$

$$\because A、B \text{ 在反比例函数 } y = \frac{3}{x} (x > 0) \text{ 的图像上},$$

$$\therefore x_A = 3 \div \frac{6}{m} = \frac{m}{2}, y_B = \frac{3}{m},$$

$$\text{即: 点 } A(\frac{m}{2}, \frac{6}{m}), \text{ 点 } B(m, \frac{3}{m});$$

【小问 2 详解】

解： $\triangle PAB$ 的面积不变，为 $\frac{3}{4}$ ，理由如下：

$$\because PA \parallel x \text{ 轴}, PB \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle APB = 90^\circ,$$

$$\therefore P(m, \frac{6}{m}), A(\frac{m}{2}, \frac{6}{m}), B(m, \frac{3}{m}),$$

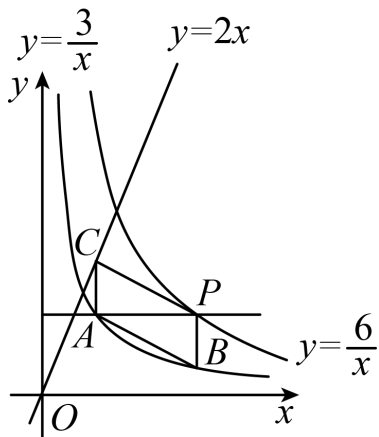
$$\therefore PA = m - \frac{m}{2} = \frac{m}{2}, PB = \frac{6}{m} - \frac{3}{m} = \frac{3}{m},$$

$$\therefore S_{PAB} = \frac{1}{2} \times PA \times PB = \frac{3}{4};$$

【小问3详解】

解：若以 AP 为直角边的 $\triangle APC$ 和 $\triangle PAB$ 全等，

① $\angle CAP = 90^\circ$ ， $AC = PB$ ，如图所示：



$$\text{此时 } x_C = x_A = \frac{m}{2}, y_C = y_A + PB = \frac{9}{m},$$

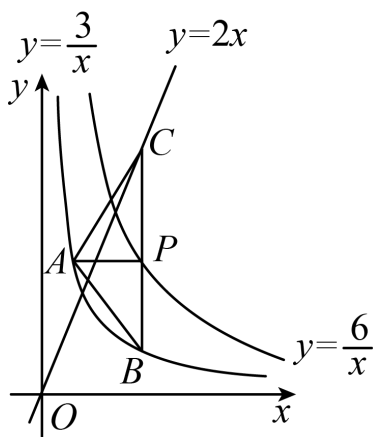
$$\text{即：点 } C\left(\frac{m}{2}, \frac{9}{m}\right),$$

$\therefore$ 点 C 是直线 $y = 2x$ 上的一点，

$$\therefore \frac{9}{m} = 2 \times \frac{m}{2},$$

解得： $m = 3$ ， $m = -3$ （舍），

② $\angle CPA = 90^\circ$ ， $CP = PB$ ，如图所示：



$$\text{此时 } x_C = x_P = m, y_C = y_A + PB = \frac{9}{m},$$

$$\text{即：点 } C\left(m, \frac{9}{m}\right),$$

$\therefore$ 点 C 是直线 $y = 2x$ 上的一点，

$$\therefore \frac{9}{m} = 2 \times m, \text{ 解得: } m = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad m = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (舍)},$$

综上所述: $m = 3$ 或 $m = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 时, 以 AP 为直角边的 $\triangle APC$ 和 $\triangle PAB$ 全等.