

上海培佳双语学校 2022 学年第一学期期中质量监控八年级
数学试卷

考试时间 100 分钟 满分 150 分

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分).

1. 下列方程中是一元二次方程的是 ()

A. $2x+1=0$

B. $y^2+x=1$

C. $x^2+1=0$

D.

$\frac{1}{x}+x^2=1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据“只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程”, 对照四个选项即可得出结论.

【详解】解: A. $2x+1=0$ 未知数的最高次数是 1, 不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

B. $y^2+x=1$ 含有两个未知数, 此方程不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

C. $x^2+1=0$ 是一元二次方程, 故此选项符合题意;

D. $\frac{1}{x}+x^2=1$ 等式左边不是整式, 此方程不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义, 牢记“只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程”是解题的关键.

2. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()

A. $2\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{2}$;

B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 与 $\sqrt{\frac{2}{3}}$;

C. $\sqrt{0.5}$ 与 $\sqrt{5}$;

D. $\sqrt{8x^3}$

与 $\sqrt{2x}$.

【答案】D

【解析】

【分析】把四组式子化成最简二次根式后根据同类二次根式的定义进行判断.

【详解】解: A、 $2\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{2}$ 被开方数不同, 不是同类二次根式;

B、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 与 $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 被开方数不同, 不是同类二次根式;

C、 $\sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 与 $\sqrt{5}$ 被开方数不同, 不是同类二次根式;

D、 $\sqrt{8x^3} = 2x\sqrt{2x}$ 与 $\sqrt{2x}$ ，被开方数相同，是同类二次根式.

故选：D.

【点睛】本题考查同类二次根式的定义：化成最简二次根式后，被开方数相同.

3. 若 $x \leq 0$ ，则化简 $|1-x| - \sqrt{x^2}$ 的结果是 ()

A. $1-2x$

B. $2x-1$

C. -1

D. 1

【答案】D

【解析】

【详解】试题分析：根据 $x \leq 0$ ，可知 $-x \geq 0$ ，因此可知 $1-x \geq 0$ ，然后根据 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ 0(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$

可求解为 $|1-x| - \sqrt{x^2} = 1-x+x=1$.

故选：D

4. 在函数 $y = \frac{-m^2-1}{x}$ (m 为常数) 的图象上有三点 $(-3, y_1), (-1, y_2), (3, y_3)$ ，则函数值

的大小关系是 ()

A. $y_3 < y_1 < y_2$

B. $y_2 < y_3 < y_1$

C. $y_3 < y_2 < y_1$

D. $y_1 < y_2 < y_3$

【答案】A

【解析】

【分析】先根据反比例函数的解析式判断出反比例函数的图象所在的象限及增减性，再根据各点横坐标的值判断出 y_1, y_2, y_3 的大小关系即可.

【详解】解： $\because -m^2-1 < 0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{-m^2-1}{x}$ (m 为常数) 的图象在二、四象限，并且在每一象限内 y 随 x 的

增大而增大，

$\because -3 < -1 < 0$,

$\therefore$ 点 $(-3, y_1), (-1, y_2)$ 在第二象限，

$\therefore 0 < y_1 < y_2$,

$\because 3 > 0$,

$\therefore$ 点 $(3, y_3)$ 在第四象限，

$\therefore y_3 < 0$,

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2.$$

故选: A.

【点睛】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 即反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式.

5. 关于 x 的方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k > -\frac{1}{4}$

B. $k \geq -\frac{1}{4}$

C. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

D.

$k > -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 方程 $kx^2 - (2k+1)x + k = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = [-(2k+1)]^2 - 4k^2 \geq 0 \text{ 且 } k \neq 0,$$

解得: $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$.

故选: C

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根的判别式, 熟练掌握一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程没有实数根是解题的关键.

6. 下列命题中真命题是 ()

A. 有一个角对应相等的两个等腰三角形是全等三角形

B. 有三个角对应相等的两个三角形全等

C. 有一个角和一腰对应相等的两个等腰三角形全等

D. 顶角和底边上的高对应相等的两个等腰三角形全等

【答案】D

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质及全等三角形的判定, 逐个判断即可得到答案.

【详解】解: 由题意可得,

有一个角对应相等的两个等腰三角形不一定是全等三角形, 如两块大小不同的等腰直角三角板就不是全等三角形, 故 A 是假命题, 不符合题意;

有三个角对应相等的两个三角形不一定全等, 如边长为 1 与边长为 2 的两个等边三角形就不全等, 故 B 是假命题, 不符合题意;

有一个角和一腰对应相等的两个等腰三角形不一定全等, AAS 不能判定全等, 故 C 是假命题, 不符合题意;

顶角和底边上的高对应相等的两个等腰三角形全等是真命题;

故选 D.

【点睛】本题考查真假命题的判断, 全等三角形的判定定理, 等腰三角形的性质, 说明命题是假命题关键是举出反例.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 如果二次根式 $\frac{\sqrt{x-9}}{x}$ 有意义, 那么 x 应该满足的条件是_____.

【答案】 $x \geq 9$

【解析】

【分析】根据二次根式和分式有意义的条件, 即可求解.

【详解】解: 根据题意得: $x-9 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得: $x \geq 9$.

故答案为: $x \geq 9$.

【点睛】本题主要考查了二次根式和分式有意义的条件, 熟练掌握二次根式和分式有意义的条件是解题的关键.

8. 已知函数 $y = \frac{\sqrt{k}-1}{x}$ 是反比例函数, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \geq 0$ 且 $k \neq 1$

【解析】

【分析】直接根据反比例函数的定义和二次根式有意义的条件计算即可.

【详解】 $\because$ 函数 $y = \frac{\sqrt{k}-1}{x}$ 是反比例函数,

$\therefore k \geq 0$ 且 $\sqrt{k}-1 \neq 0$,

解得 $k \geq 0$ 且 $k \neq 1$,

故答案为 $k \geq 0$ 且 $k \neq 1$.

【点睛】本题考查了反比例函数的定义和二次根式有意义的条件, 熟练掌握各知识点是解题的关键.

9. 化简: 写出 $2-\sqrt{a}$ 的一个有理化因式: _____.

【答案】 $2+\sqrt{a}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 根据有理化因式的定义:两个根式相乘的积为有理数解答即可.

【详解】 解: $\because (2-\sqrt{a})(2+\sqrt{a})=4-a$,

$\therefore 2-\sqrt{a}$ 的一个有理化因式为 $2+\sqrt{a}$,

故答案为: $2+\sqrt{a}$ (答案不唯一)

【点睛】 本题主要考查了互为有理化因式,解题的关键是熟记有理化因式的定义.

10. 化简: $\sqrt{54} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $3\sqrt{6}$

【解析】

【分析】 直接利用二次根式的性质化简得出答案.

【详解】 解: $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$.

故答案为: $3\sqrt{6}$.

【点睛】 本题主要考查了二次根式的性质, 正确化简二次根式是解题关键.

11. 若直线 $y_1 = -\frac{x}{100}$ 与双曲线 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图像有两个交点, 则 m 的取值范围是

$\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $m < 0$

【解析】

【分析】 根据直线 $y_1 = -\frac{x}{100}$ 的图像过二、四象限可知双曲线 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图像在二、

四象限, 然后根据反比例函数图像与系数的关系得出答案.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y_1 = -\frac{x}{100}$ 的图像过二、四象限, 且直线 $y_1 = -\frac{x}{100}$ 与双曲线

$y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图像有两个交点,

$\therefore$ 双曲线 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图像在二、四象限,

$\therefore m < 0$,

故答案为: $m < 0$.

【点睛】 本题考查了一次函数与反比例函数的图象, 根据题意得出双曲线的图像在二、四象限是解题的关键.

12. 已知 0 是关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + 2x + m^2 - 1 = 0$ 的一个实数根, 则

$m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的二次项系数不等于零可得 $m-1 \neq 0$ ，由 0 是一元二次方程方程的解，把 $x=0$ ，代入方程可得 $m^2-1=0$ ，进而即可解得 m 的值.

【详解】 解： $\because 0$ 是关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+2x+m^2-1=0$ 的一个实数根，

$$\therefore m^2-1=0, \text{ 且 } m-1 \neq 0,$$

$$\therefore m=-1,$$

故应填-1.

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程中的字母求值问题.

13. 不等式 $\sqrt{2}x+2 < \sqrt{3}x$ 的解集是_____.

【答案】 $x > 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先移项，再合并，即可求解.

【详解】 解： $\sqrt{2}x+2 < \sqrt{3}x$,

$$\therefore \sqrt{2}x - \sqrt{3}x < -2,$$

$$\text{即 } (\sqrt{2} - \sqrt{3})x < -2,$$

$$\therefore x > -\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}},$$

$$\text{即 } x > 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}.$$

故答案为： $x > 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查了解一元一次不等式，二次根式的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

14. 点 P 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图像上的一点， $PD \perp x$ 轴于点 D . 则 $\triangle POD$ 的面积为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据反比例函数 k 的几何意义即可得到答案.

【详解】 解： 由题意可得，

$$S = \frac{1}{2} \times |2| = 1,$$

故答案为 1.

【点睛】反比例函数 k 的几何意义：反比例函数图像上任意一点作坐标轴的垂线围成三角形面积为 $\frac{1}{2}|k|$.

15. 某人将 2 万元现金存入银行，存款的年利率为 1.5%，存入 x 年，则到期后取出的本利和 y 关于期数 x 的函数解析式为_____.

【答案】 $y = 0.03x + 2$

【解析】

【分析】根据到期后取出的本利和等于本金加上利息，即可求解.

【详解】解：根据题意得：到期后取出的本利和 y 关于期数 x 的函数解析式为

$$y = 2 + 2x \times 1.5\% = 0.03x + 2.$$

故答案为： $y = 0.03x + 2$.

【点睛】本题主要考查了列函数关系式，理解到期后取出的本利和等于本金加上利息是解题的关键.

16. 某工厂计划用两年的时间把成本降低到原成本的 64%，如果每年降低的百分数相同，设这个百分数为_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】设每年降低的百分数为 x ，根据题意，列出方程，即可求解.

【详解】解：设每年降低的百分数为 x ，根据题意得：

$$(1-x)^2 = 64\%,$$

解得： $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = 1.8$ (舍去),

即每年降低的百分数为 20%.

故答案为： 20%

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键.

17. 若 y 与 $\frac{1}{x}$ 成正比例关系， z 与 x 成正比例关系，则 y 与 z 成_____关系.

【答案】 反比例

【解析】

【分析】根据题意写出 y 与 x 的关系及 z 与 x 的关系，消去 x 即可得到答案.

【详解】解：由题意可得，

$\therefore y$ 与 $\frac{1}{x}$ 成正比例关系， z 与 x 成正比例关系，

$$\therefore \frac{y}{\frac{1}{x}} = k, \quad y = \frac{k}{x},$$

$$\frac{z}{x} = m, \quad z = mx, \quad \text{即} \quad \frac{z}{m} = x,$$

将 $\frac{z}{m} = x$ ，代入 $y = \frac{k}{x}$ 中可得，

$$y = \frac{k}{\frac{z}{m}} = \frac{km}{z},$$

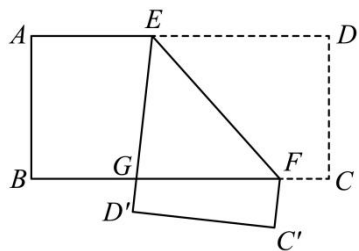
即 $yz = km$,

$\therefore$ 则 y 与 z 成反比例关系，

故答案为：反比例.

【点睛】 本题考查正比例与反比例，解题的关键是用代入消元法消去 x .

18. 如图把一张长方形 $ABCD$ 的纸片沿 EF 折叠后， ED 与 BC 的交点为 G ，点 D 、 C 分别落在 D' 、 C' 的位置上，如果 $\angle FGE = 70^\circ$ ，那么 $\angle EFG =$ _____.



【答案】 55° ##55 度

【解析】

【分析】 根据平行线的性质可得 $\angle DEF = \angle EFG$ ，再由根据折叠的性质得： $\angle DEF = \angle FEG$ ，从而得到 $\angle EFG = \angle FEG$ ，再由三角形内角和定理，即可求解.

【详解】 解：根据题意得： $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DEF = \angle EFG,$$

根据折叠的性质得： $\angle DEF = \angle FEG$ ，

$$\therefore \angle EFG = \angle FEG,$$

$$\because \angle FGE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle FGE) = 55^\circ.$$

故答案为： 55°

【点睛】 本题主要考查了折叠的性质，平行线的性质，三角形内角和定理，根据题意得到 $\angle EFG = \angle FEG$ 是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 6 分, 满分 36 分)

19. 计算: $\frac{2}{a}\sqrt{4a} + \sqrt{\frac{1}{a}} - 2a\sqrt{\frac{1}{a^3}}$

【答案】 $\frac{3\sqrt{a}}{a}$

【解析】

【分析】 先将式子中二次根式进行化简成最简二次根式后再进行加减计算即可.

【详解】 解: $\frac{2}{a}\sqrt{4a} + \sqrt{\frac{1}{a}} - 2a\sqrt{\frac{1}{a^3}}$

$$= \frac{2}{a} \times 2\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} - 2a \cdot \frac{1}{a\sqrt{a}}$$
$$= \frac{4}{a}\sqrt{a} + \frac{\sqrt{a}}{a} - 2\frac{\sqrt{a}}{a}$$
$$= \frac{4\sqrt{a} + \sqrt{a} - 2\sqrt{a}}{a}$$
$$= \frac{3\sqrt{a}}{a}$$

故答案为 $\frac{3\sqrt{a}}{a}$

【点睛】 本题主要考查分母有理化, 对于分母中含有根式的, 要利用根式的平方把分母中的根号去掉, 做题时需注意, 分子分母要同时乘以使之有理化的根式.

20. 计算: $\sqrt{6} \div \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

【答案】 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据根式的运算法则直接计算即可得到答案.

【详解】 解: $= \sqrt{6} \div \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \right) - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$$= \sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$
$$= \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$
$$= \frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查根式的运算，解题的关键是熟练掌握根式的运算及根式分母有理化.

21. 用配方法解方程: $3x^2 + 6x - 1 = 0$

【答案】 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

【解析】

【分析】 先将二次项系数化为 1，然后根据配方法，可即答案.

【详解】 解: $x^2 + 2x - \frac{1}{3} = 0$

$$x^2 + 2x + 1 = 1 + \frac{1}{3}$$

$$(x+1)^2 = \frac{4}{3}$$

$$x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$$

故答案为 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

【点睛】 本题考查了配方法解一元二次方程，解题时要注意解题步骤的准确应用. 选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数.

22. 解方程: $\frac{(2x-1)^2}{3} = \frac{1-2x}{4}$

【答案】 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 先去分母，化简成一元二次方程一般式，再用因式分解法解一元二次方程即可.

【详解】 解: $\frac{(2x-1)^2}{3} = \frac{1-2x}{4}$

$$4(4x^2 - 4x + 1) = 3(1 - 2x)$$

$$16x^2 - 16x + 4 = 3 - 6x$$

$$16x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$(2x-1)(8x-1) = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{8}.$$

【点睛】 本题考查因式分解法解一元二次方程，正确计算是解题的关键.

23. 已知 $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$, 求 $(x-5)(y-5)$ 的值.

【答案】 -14

【解析】

【分析】 先把 x, y 进行分母有理化化简，再代入 $(x-5)(y-5)$ ，即可求解.

【详解】 解： $\because x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = 4 + \sqrt{15},$

$$y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = 4 - \sqrt{15},$$

$$\begin{aligned} &\therefore (x-5)(y-5) \\ &= (4 + \sqrt{15} - 5)(4 - \sqrt{15} - 5) \\ &= (\sqrt{15} - 1)(-\sqrt{15} - 1) \\ &= 1 - 15 \\ &= -14. \end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查了分母有理化，二次根式的混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

24. 在实数范围内因式分解： $3x^2y^2 + 10xy + 5$.

【答案】 $\left[(\sqrt{5} + \sqrt{2})xy + \sqrt{5}\right]\left[(\sqrt{5} - \sqrt{2})xy + \sqrt{5}\right].$

【解析】

【分析】 把 $3x^2y^2$ 化为 $5x^2y^2 - 2x^2y^2$ ，则利用完全平方公式得到原式 $= 5(xy+1)^2 - 2x^2y^2$ ，然后利用平方差公式分解因式.

【详解】 解： 原式 $= 5x^2y^2 + 10xy + 5 - 2x^2y^2$

$$= 5(x^2y^2 + 2xy + 1) - 2x^2y^2$$

$$= 5(xy+1)^2 - 2x^2y^2$$

$$= [\sqrt{5}(xy+1) + \sqrt{2}xy][\sqrt{5}(xy+1) - \sqrt{2}xy]$$

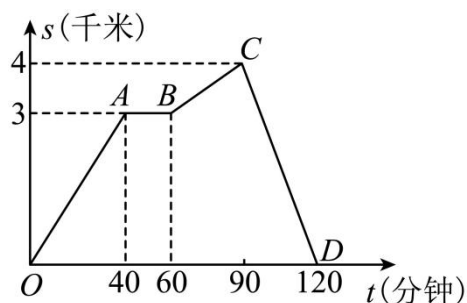
$$= [(\sqrt{5} + \sqrt{2})xy + \sqrt{5}][(\sqrt{5} - \sqrt{2})xy + \sqrt{5}]$$

$$\text{故答案为: } [(\sqrt{5} + \sqrt{2})xy + \sqrt{5}][(\sqrt{5} - \sqrt{2})xy + \sqrt{5}]$$

【点睛】本题考查了实数范围内分解因式：一些式子在有理数的范围内无法分解因式，可是在实数范围内就可以继续分解因式。通过补项配成完全平方公式是解决问题的关键。

四、解答题（本大题共 2 题，每题 8 分，满分 16 分）

25. 某人沿一条直路行走，此人离出发地的距离 S （千米）与行走时间 t （分钟）的函数关系如图所示，请根据图像提供的信息回答下列问题：



- (1) 此人离开出发地最远距离是_____千米；
- (2) 此人在这次行走过程中，停留所用的时间为_____分钟；
- (3) 由图中线段 OA 可知，此人在这段时间内行走的速度是每分钟_____千米；并写出对应的函数解析式_____；
- (4) 此人在 120 分钟内共走了_____千米。

【答案】(1) 4 (2) 20

(3) $\frac{3}{40}$, $y = \frac{3}{40}x$

(4) 8

【解析】

- 【分析】(1) 此人最远到达了 C 处，所以此人离开出发地最远距离是 4 千米；
- (2) 此人到达 A 处时开始休息，在 B 处又开始出发，所以用了 20 分钟；
- (3) 求速度用路程除以时间即可，再写出比例函数；
- (4) 把每段的距离相加即可。

【小问 1 详解】

由图像得：此人离开出发地最远距离是 4 千米；

【小问 2 详解】

此人在这次行走过程中，停留所用的时间为 $60 - 40 = 20$ 分钟；

【小问 3 详解】

$$v = 3, 40 = \frac{3}{40} \text{ (千米/分钟)}$$

设对应的函数解析式 $y = kx$,

把 $(40, 3)$ 代入,

$$k = \frac{3}{40},$$

$$y = \frac{3}{40}x$$

$\therefore$ 此人在这段时间内行走的速度是每分钟 $\frac{3}{40}$ 千米，对应的函数解析式 $y = \frac{3}{40}x$ ；

【小问 4 详解】

此人在 120 分钟内共走了 $3 + 0 + 1 + 4 = 8$ (千米)。

故答案为：4；20； $\frac{3}{40}$ ， $y = \frac{3}{40}x$ ；8。

【点睛】本题考查了利用函数的图像解决实际问题，解本题的要点在于正确理解函数图像横纵坐标表示的意义，理解问题的过程，就能够通过图像得到函数问题的相应解决，需注意计算单位的统一。

26. 已知 $y = y_1 - y_2$ ， y_1 与 $2x$ 成正比例， y_2 与 $x - 2$ 成反比例，当 $x = 1$ 时， $y = -1$ ；当 $x = 3$ 时， $y = 5$ ；

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 当 $x = -2\sqrt{2}$ 时，求 y 的值。

【答案】(1) $y = x + \frac{2}{x-2}$

(2) $y = -3\sqrt{2} + 1$

【解析】

【分析】(1) 根据正比例与反比例的定义设出 y_1 ， y_2 与 x 之间的函数关系式，表示出 y ，然后利用待定系数法求出函数解析式即可；

(2) 把 $x = -2\sqrt{2}$ 代入 (1) 中的函数关系式进行计算。

【小问 1 详解】

解： $\because y_1$ 与 $2x$ 成正比例， y_2 与 $x - 2$ 成反比例，

$$\therefore \text{设 } y_1 = k_1 \cdot 2x = 2k_1x, \quad y_2 = \frac{k_2}{x-2},$$

$$\therefore y = y_1 - y_2 = 2k_1x - \frac{k_2}{x-2},$$

$$\therefore \text{当 } x=1 \text{ 时, } y=-1; \text{ 当 } x=3 \text{ 时, } y=5,$$

$$\therefore \begin{cases} -1 = 2k_1 - \frac{k_2}{1-2} \\ 5 = 2k_1 \times 3 - \frac{k_2}{3-2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ k_2 = -2 \end{cases},$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为 } y = x - \frac{-2}{x-2} = x + \frac{2}{x-2};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: 把 } x = -2\sqrt{2} \text{ 代入 } y = x + \frac{2}{x-2} \text{ 得:}$$

$$y = -2\sqrt{2} + \frac{2}{-2\sqrt{2}-2} = -2\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} = -2\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) = -3\sqrt{2}+1.$$

【点睛】本题考查了正比例函数与反比例函数的定义，待定系数法的应用，分母有理化等知识，正确设出函数解析式，熟练掌握待定系数法是解题的关键。

五、拓展部分 (每题 10 分, 共 50 分)

$$27. \text{化简二次根式: } 2a \left[\sqrt{3ab^2} - \left(\frac{1}{12} \sqrt{27ab^2} - b \sqrt{\frac{3a}{4}} \right) \right].$$

$$\text{【答案】 } \frac{5}{2} ab\sqrt{3a}$$

【解析】

【分析】先将括号内各式化为最简二次根式，再根据二次根式的混合运算法则计算即可。

$$\text{【详解】解: 原式} = 2a \left[|b| \sqrt{3a} - \left(\frac{1}{12} \times 3 |b| \sqrt{3a} - |b| \times \frac{\sqrt{3a}}{2} \right) \right]$$

当 $b \geq 0$ 时,

$$\text{原式} = 2a \left[b\sqrt{3a} - \left(\frac{1}{4} b\sqrt{3a} - \frac{1}{2} b \times \sqrt{3a} \right) \right]$$

$$= 2a \left(b\sqrt{3a} - \frac{b}{4} \sqrt{3a} + \frac{b}{2} \times \sqrt{3a} \right)$$

$$= 2a \times \frac{5b}{4} \sqrt{3a}$$

$$= \frac{5}{2} ab \sqrt{3a},$$

当 $b < 0$ 时,

$$\text{原式} = 2a \left[-b\sqrt{3a} - \left(-\frac{1}{4}b\sqrt{3a} + \frac{1}{2}b \times \sqrt{3a} \right) \right]$$

$$= 2a \left(-b\sqrt{3a} + \frac{1}{4}b\sqrt{3a} - \frac{1}{2}b\sqrt{3a} \right)$$

$$= -\frac{5}{4}b\sqrt{3a} \times 2a$$

$$= -\frac{5}{2}ab\sqrt{3a}.$$

【点睛】本题考查二次根式的化简以及二次根式的混合运算，解题的关键是熟练掌握二次根式的化简法则以及二次根式的混合运算法则。

28. 如图 1，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， AE 是过 A 的一条直线，且 BC 在 A, E 的异侧， BD 垂直 AE 于 D ， CE 垂直 AB 于 E 。

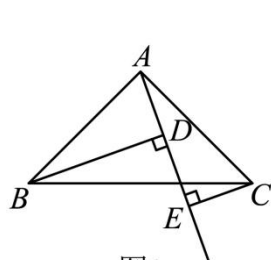


图1

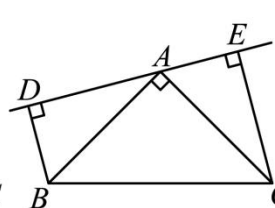


图2

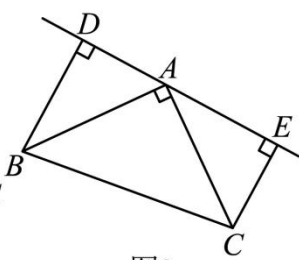


图3

(1) 试说明： $BD = DE + CE$ ；

(2) 若直线 AE 绕 A 点旋转到图 2 位置时 ($BD < CE$)，其余条件不变，问 BD 与 DE 、 CE 的关系如何？为什么？

(3) 若直线 AE 绕 A 点旋转到图 3 位置时 ($BD > CE$)，其余条件不变，问 BD 与 DE 、 CE 的关系如何？请直接写出结果，不需说明。

【答案】(1) 见详解；

(2) $DE = BD + CE$ ，理由见详解；

(3) $DE = BD + CE$ ，理由见详解。

【解析】

【分析】(1) 根据 $\angle BAC = 90^\circ$ ， CE 垂直 AB ， BD 垂直 AE 得到 $\angle BAD = \angle ACE$ ， $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$ ，结合 $AB = AC$ ，即可得到答案；

(2) $DE = BD + CE$ ，根据 $\angle BAC = 90^\circ$ ， CE 垂直 AB ， BD 垂直 AE 得到

$\angle BAD = \angle ACE$, $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, 结合 $AB = AC$, 即可得到答案;

(3) $DE = BD + CE$, 根据 $\angle BAC = 90^\circ$, CE 垂直 AB , BD 垂直 AE 得到 $\angle BAD = \angle ACE$, $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, 结合 $AB = AC$, 即可得到答案.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle BAC = 90^\circ$, CE 垂直 AB , BD 垂直 AE ,

$$\therefore \angle BAD + \angle EAC = 90^\circ, \quad \angle ACE + \angle EAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ACE, \quad \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BAD = \angle ACE \\ \angle ADB = \angle CEA, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CE, \quad BD = AE,$$

$$\therefore BD = DE + CE;$$

【小问 2 详解】

解: $DE = BD + CE$, 理由如下,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad CE \text{ 垂直 } AB, \quad BD \text{ 垂直 } AE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ACE, \quad \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BAD = \angle ACE \\ \angle ADB = \angle CEA, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CE, \quad BD = AE,$$

$$\therefore DE = BD + CE;$$

【小问 3 详解】

解: $DE = BD + CE$, 理由如下,

$DE = BD + CE$, 理由如下,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad CE \text{ 垂直 } AB, \quad BD \text{ 垂直 } AE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ACE, \quad \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BAD = \angle ACE \\ \angle ADB = \angle CEA, \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$

$\therefore AD = CE, BD = AE,$

$\therefore DE = BD + CE.$

【点睛】本题考查三角形全等性质与判定，直角三角形两锐角互余，解题的关键是根据直角、垂直找到等角.

29. 某水果店销售某品牌苹果，该苹果每箱的进价是 40 元，若每箱售价 60 元，每星期可卖 180 箱. 为了促销，该水果决定降价销售. 市场调查反映：若售价每降价 1 元，每星期可多卖 10 箱. 设该苹果每箱售价降价 x 元 ($0 \leq x \leq 20$)，每星期的销售量为 y 箱.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 当每箱降价为多少元时，每星期的销售利润达到 3570 元？

(3) 当每箱降价为多少元时，每星期的销售利润最大，最大利润多少元？

【答案】(1) $y = 180 + 10x$ ($0 \leq x \leq 20$)

(2) 57 (3) 每箱降价为(售价)59 元时，每星期的销售利润最大，最大利益为 3610 元

【解析】

【分析】(1)根据销售量 $y(\text{件}) = \text{实际销售件数} + \text{降价 } x(\text{元/件}) \times \text{多卖出的件数}$ 即可得到结论.

(2)根据题意列方程即可得到结论.

(3)设每星期利润为 W 元，构建二次函数利用二次函数性质即可解决.

【小问 1 详解】

$\therefore \text{销售量 } y(\text{件}) = \text{实际销售件数} + \text{降价 } x(\text{元/件}) \times \text{多卖出的件数}$

由题意得： $y = 180 + 10x$ ($0 \leq x \leq 20$).

【小问 2 详解】

$\therefore \text{每星期销售利润} = \text{每箱利润} \times \text{销售数量}$

$\therefore \text{由题意得：} (60 - x - 40)(180 + 10x) = 3570$

整理得： $x^2 - 2x - 3 = 0$,

十字相乘得： $(x - 3)(x + 1) = 0$,

解得： $x_1 = 3, x_2 = -1$ (不符合题意，舍去)

$\therefore \text{降价 } 3 \text{ 元，售价为 } 60 - 3 = 57 \text{ 元}$

答：当每箱降价为 57 元时，每星期的销售利润达到 3570 元.

【小问 3 详解】

设降价 x 元时，每星期利润为 W 元，

$$W = (60 - x - 40)(180 + 10x),$$

$$= (20 - x)(180 + 10x),$$

$$= -10x^2 + 20x + 3600$$

$$= -10(x-1)^2 + 3610$$

$\because -10 < 0$ ，抛物线开口向下，

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时，降价为(售价) $60 - 1 = 59$ 元， w 最大值为 3610 元，且 $59 < 60$ ，符合题意.

$\therefore$ 每箱降价为(售价)59 元时，每星期的销售利润最大，最大利益为 3610 元.

【点睛】本题考查了二次函数的应用，一元二次不等式，解题的关键是构建二次函数解决最值问题，学会利用图像法解一元二次不等式，属于中考常考题型.

30. (探索发现) 如图①，四边形 $ABCD$ 是正方形， M, N 分别在边 CD, BC 上，且 $\angle MAN = 45^\circ$ ，我们把这种模型称为“半角模型”，在解决“半角模型”问题时，旋转是一种常用的方法，如图①，将 $\triangle ADM$ 绕点 A 顺时针旋转 90° ，点 D 与点 B 重合，得到 $\triangle ABE$ ，连接 AM, AN, MN .

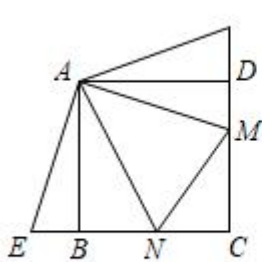


图1

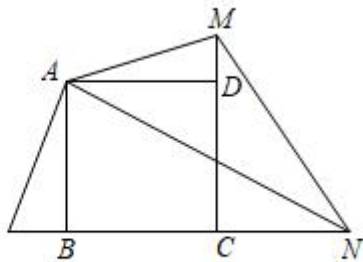


图2

- (1) 试判断 DM, BN, MN 之间的数量关系，并写出证明过程；
- (2) 如图①如果正方形的边长为 4，求三角形 CMN 的周长；
- (3) 如图②，点 M, N 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC, CD 的延长线上， $\angle MAN = 45^\circ$ ，连接 MN ，请写出 MN, DM, BN 之间的数量关系，并写出证明过程.

【答案】(1) $MN = DM + BN$ ，证明见详解；

(2) 8； (3) $BN = DM + MN$ ，证明见详解.

【解析】

【分析】(1) 根据旋转得到 $DM = BE, AM = AE, \angle EAM = 90^\circ, \angle ADM = \angle ABE = 90^\circ$ ，即可得到 $\triangle AEN \cong \triangle AMN$ 即可得到答案；

(2) 由 (1) 结论代入即可得到答案；

(3) 在 BC 上取 $BE = MD$ 连接 AE , 首先由 $\triangle ABE \cong \triangle ADM$, 得 $AE = AM$, $\angle BAE = \angle MAD$, 再利用 SAS 证明 $\triangle EAN \cong \triangle MAN$, 得 $EN = MN$, 即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: $MN = DM + BN$, 理由如下,

证明: $\because \triangle ABE$ 是 $\triangle ADM$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到,

$$\therefore DM = BE, \quad AM = AE, \quad \angle EAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAN = \angle MAN = 45^\circ,$$

在 $\triangle AEN$ 与 $\triangle AMN$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AE = AM \\ \angle EAN = \angle MAN, \\ AN = AN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEN \cong \triangle AMN (\text{SAS}),$$

$$\therefore EN = MN,$$

$$\therefore EN = EB + BN,$$

$$\therefore MN = DM + BN;$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 得,

$$MN = DM + BN;$$

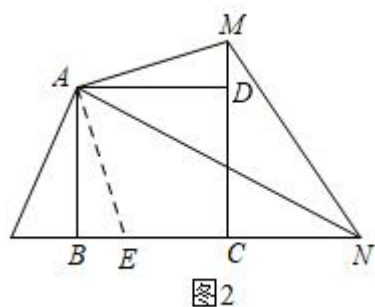
$$\therefore C_{\triangle CMN} = MN + CM + CN = CM + DM + CN + BN = BC + CD,$$

$\because$ 正方形的边长为 4,

$$\therefore C_{\triangle CMN} = BC + CD = 4 + 4 = 8;$$

【小问 3 详解】

解: 在 BC 上取 $BE = MD$, 连接 AE ,



在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ADM$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AD \\ \angle ABE = \angle ADM, \\ BE = DM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADM (\text{SAS}),$$

$$\therefore AE = AM, \quad \angle BAE = \angle MAD,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAN = \angle EAM - \angle MAN = 45^\circ = \angle MAN,$$

在 $\triangle EAN$ 与 $\triangle MAN$ 中,

$$\begin{cases} AE = AM \\ \angle EAN = \angle MAN, \\ AN = AN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAN \cong \triangle MAN (\text{SAS}),$$

$$\therefore EN = MN,$$

$$\therefore BN = BE + EN,$$

$$\therefore BN = DM + MN.$$

【点睛】本题是四边形综合题，主要考查了正方形的性质，旋转的性质，全等三角形的判定与性质，利用旋转构造全等三角形是解题的关键.

31. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ (k 为常数, $k \neq 1$).

(1) 其图像与正比例函数 $y = x$ 的图像的一个交点为 P , 若点 P 的纵坐标是 2, 求 k 的值;

(2) 求正比例函数与反比例函数的另一个交点 Q ;

(3) 已知点 $A(0, 2)$ 和 $B(0, -2)$, 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图像上, 若三角形 ABC

的面积为 6, 求 C 点的坐标.

(4) 直接写出当正比例函数 $y = x$ 大于反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 时自变量 x 的取值范围.

【答案】(1) $k = 5$

(2) $Q(-2, -2)$

(3) $(3, \frac{4}{3})$ 或 $(-3, -\frac{4}{3})$

(4) $x > 2$, $-2 < x < 0$

【解析】

【分析】(1) 根据点 P 的纵坐标是 2, 代入正比例函数 $y = x$ 解出 y , 将 x, y 代入反比例函

数即可得到答案;

(2) 联立两个函数解方程即可得到答案;

(3) 设点 C 的坐标为 (m, n) 根据点到坐标轴距离直接代入求解即可得到答案;

(4) 根据交点直接可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 2$, $y = 2$,

将 $x = 2$, $y = 2$ 代入反比例函数得,

$$2 = \frac{k-1}{2},$$

解得 $k = 5$;

【小问 2 详解】

由 (1) 得,

$$y = \frac{4}{x},$$

联立正比例函数与反比例函数可得,

$$\begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ y = x \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases},$$

$\therefore Q(-2, -2)$;

【小问 3 详解】

解: 设点 C 的坐标为, 由题意可得,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times |m| = \frac{1}{2} \times 4 \times |m| = 6 ,$$

解得: $m = 3$ 或 $m = -3$,

当 $m = 3$ 时, $n = \frac{4}{3}$,

当 $m = -3$ 时, $n = -\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为: $(3, \frac{4}{3})$ 或 $(-3, -\frac{4}{3})$;

【小问 4 详解】

解: 由题意可得,

$y = \frac{4}{x}$, 在 $x > 0$ 及 $x < 0$ 上都是随 x 增大而减小,

$y = x$ 随 x 增大而增大,

$\therefore x > 2$, $-2 < x < 0$ 函数 $y = x$ 大于反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$.

【点睛】 本题考查反比例函数与正比例函数图像共存问题, 解题的关键是先利用一个交点求出反比例函数的解析式, 再根据交点判断不等式的解.

拓展训练

32. 已知梯形的四个顶点为 $A(2,5), B(2,3), C(6,3), D(6,7)$, 对于直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 回答下列问题:

(1) 若以 S 表示该直线截梯形 $ABCD$ 的包含点 C 的那部分的面积, 当该直线与 BC 边相交时, S 是多少 (用 b 表示)? 与 AB 边相交时呢?

(2) b 为何值时, 该直线把梯形 $ABCD$ 二等分.

【答案】 (1) 当该直线与 BC 边相交时, $S = 4b - 4$; 当该直线与 AB 边相交时, $S = 4b - 4$

(2) 2.5

【解析】

【分析】 (1) 根据点的坐标画出图形得到 $AB \parallel CD \parallel y$ 轴, $BC \parallel x$ 轴, $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, 当该直线与 BC 边相交时, 设直线与 BC 交于 E , 与 CD 交于 F , 根据三角形的面积公式即可得到 $S = \frac{1}{2}CE \cdot CF = \frac{1}{2} \times 2b \cdot b = b^2$; 当该直线与 AB 边相交时,

设直线与 AB 交于 M , 与 CD 交于 N , 根据梯形的面积公式即可得到 $S = \frac{1}{2}(BM + CN) \cdot BC = \frac{1}{2}(b - 2 + b) \times 4 = 4b - 4$;

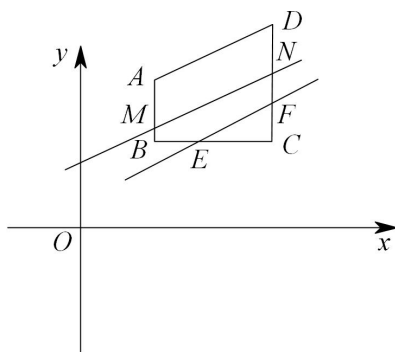
(2) 根据题意列方程即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: $\because A(2,5), B(2,3), C(6,3), D(6,7)$,

$\therefore AB \parallel CD \parallel y$ 轴, $BC \parallel x$ 轴, $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$,

当该直线与 BC 边相交时, 如图, 设直线与 BC 交于 E , 与 CD 交于 F ,



$$\therefore E(6-2b, 3), F(6, 3+b),$$

$$\therefore CE = 6 - (6 - 2b) = 2b, \quad CF = b + 3 - 3 = b,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} CE \cdot CF = \frac{1}{2} \times 2b \cdot b = b^2,$$

当该直线与 AB 边相交时, 设直线与 AB 交于 M , 与 CD 交于 N ,

$$\therefore M(2, b+1), N(6, 3+b),$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} (BM + CN) \cdot BC = \frac{1}{2} (b - 2 + b) \times 4 = 4b - 4,$$

【小问 2 详解】

$$\because S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 4 = 12,$$

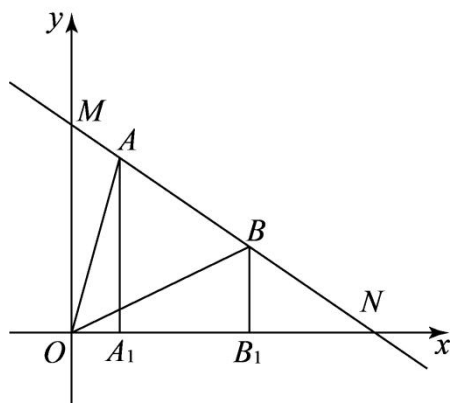
$$\therefore S = 4b - 4 = \frac{1}{2} \times 12,$$

$$\therefore b = 2.5.$$

【点睛】 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 一次函数图象上点的坐标特征, 梯形的面积, 根据题意画出图形是解题的关键.

33. 如图, 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的图像分别交 y 轴、 x 轴于 M, N 两点, 过线段 MN 上

两点 A, B 分别作 x 轴的垂线 (点 A 在点 B 的左侧), 垂足分别为 A_1, B_1 , 若 $OA_1 + OB_1 > 4$, 试探究 $\triangle OAA_1$ 与 $\triangle OBB_1$ 的面积 S_1, S_2 的大小关系.



【答案】 $S_1 > S_2$

【解析】

【分析】 设 $x_1 = OA_1, x_2 = OB_1$, 则 $y_1 = -\frac{1}{2}x_1 + 2, y_2 = -\frac{1}{2}x_2 + 2, x_2 > x_1, x_2 + x_1 > 4$,

可得 $S_{\triangle OBB_1} - S_{\triangle OAA_1} = -\frac{1}{4}x_2^2 + x_2 - \left(-\frac{1}{4}x_1^2 + x_1\right) = (x_2 - x_1) \left[1 - \frac{1}{4}(x_2 + x_1)\right]$, 即可求解.

【详解】解: 设 $x_1 = OA_1, x_2 = OB_1$, 则 $y_1 = -\frac{1}{2}x_1 + 2, y_2 = -\frac{1}{2}x_2 + 2, x_2 > x_1, x_2 + x_1 > 4$,

$$\therefore S_{\triangle OAA_1} = \frac{1}{2}x_1y_1 = \frac{1}{2}x_1\left(-\frac{1}{2}x_1 + 2\right) = -\frac{1}{4}x_1^2 + x_1,$$

$$S_{\triangle OBB_1} = \frac{1}{2}x_2y_2 = \frac{1}{2}x_2\left(-\frac{1}{2}x_2 + 2\right) = -\frac{1}{4}x_2^2 + x_2,$$

$$\therefore S_{\triangle OBB_1} - S_{\triangle OAA_1} = -\frac{1}{4}x_2^2 + x_2 - \left(-\frac{1}{4}x_1^2 + x_1\right)$$

$$= x_2 - x_1 - \frac{1}{4}(x_2^2 - x_1^2)$$

$$= (x_2 - x_1) \left[1 - \frac{1}{4}(x_2 + x_1)\right]$$

$$\because x_2 - x_1 > 0, x_2 + x_1 > 4,$$

$$\therefore 1 - \frac{1}{4}(x_2 + x_1) < 0,$$

$$\therefore S_{\triangle OBB_1} - S_{\triangle OAA_1} = (x_2 - x_1) \left[1 - \frac{1}{4}(x_2 + x_1)\right] < 0,$$

即 $S_1 > S_2$.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的几何应用, 根据题意得到

$$S_{\triangle OBB_1} - S_{\triangle OAA_1} = -\frac{1}{4}x_2^2 + x_2 - \left(-\frac{1}{4}x_1^2 + x_1\right) = (x_2 - x_1) \left[1 - \frac{1}{4}(x_2 + x_1)\right] \text{ 是解题的关键.}$$