

2023 学年第一学期期中素质调研

八年级数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空题: (14 题, 每题 2 分, 共 28 分)

1. 计算: $\sqrt{32} - \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 先将二次根式化为最简, 然后合并同类二次根式即可得出答案.

【详解】 $\sqrt{32} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

【点睛】 此题考查了二次根式的加减运算, 属于基础题, 掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并是关键.

2. 等式 $\sqrt{2x+1}$ 有意义的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x \geq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式成立的条件以及解不等式, 根据二次根式成立的条件进行解答即可.

【详解】 解: 由题意可得,

$$2x+1 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2},$$

故答案为: $x \geq -\frac{1}{2}$.

3. $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{a-b}$ (合理即可)

【解析】

【分析】 根据有理化因式的定义, 直接写出即可.

【详解】 解: $\because \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b} = a-b$

$\therefore \sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{a-b}$ (合理即可).

【点睛】 本题考查了有理化因式的定义. 一般来说 $\sqrt{a}$ 的有理化因式为: $\sqrt{a}$ 或 $b\sqrt{a}$.

4. a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 化简 $\sqrt{(a-b+c)^2} - \sqrt{(a-b-c)^2} =$ _____

【答案】 $2a-2b$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的性质, 三角形三边关系的应用, 正确去掉根号是解答本题的关键.

根据已知条件, $\sqrt{(a-b+c)^2} - \sqrt{(a-b-c)^2} = |a-b+c| - |a-b-c|$, 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 由三角形两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边可知

$$|a+c-b| - |b+c-a| = a+c-b - (b+c-a) = 2a-2b.$$

【详解】 解: 由已知得,

$$\sqrt{(a-b+c)^2} - \sqrt{(a-b-c)^2},$$

$$= |a-b+c| - |a-b-c|,$$

$$= |a+c-b| - |b+c-a|,$$

$\because a$ 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边,

$$\therefore \text{原式} = a+c-b - (b+c-a) = 2a-2b,$$

故答案为: $2a-2b$.

5. 不等式 $\sqrt{3x}-1 < \sqrt{2x}$ 的解集是_____.

【答案】 $x < \sqrt{3} + \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 按照解不等式的步骤, 先移项, 再合并同类项, 系数化为 1, 最后对结果进行化简即可.

【详解】 $\sqrt{3x}-1 < \sqrt{2x}$

$$\sqrt{3x} - \sqrt{2x} < 1$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x < 1$$

$$x < \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\therefore x < \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

故答案为 $x < \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了不等式的解法以及二次根式的分母有理化, 根据不等式的性质, 确定未知系数的有理

化因式是解题的关键.

6. 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + x + m^2 - 9 = 0$ 有一个根为零, 则 m 的值为_____.

【答案】 ± 3

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的根与系数的关系, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 据此作答即可.

【详解】 解: 因为一元二次方程 $2x^2 + x + m^2 - 9 = 0$ 有一个根为零,

$$\text{所以 } 0 + x_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\text{解得 } x_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\text{因为 } x_1 x_2 = \frac{c}{a},$$

$$\text{所以 } 0 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{m^2 - 9}{2},$$

$$\text{故 } m = \pm 3,$$

故答案为: ± 3 .

7. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 4x - 2 =$ _____.

【答案】 $(x - 2 + \sqrt{6})(x - 2 - \sqrt{6})$

【解析】

【分析】 本题主要考查了因式分解, 先把原式加上 4 再减去 4 得到 $x^2 - 4x + 4 - 6$, 由此利用完全平方公式得到 $(x - 2)^2 - 6$, 由此利用平方差公式可得 $(x - 2 + \sqrt{6})(x - 2 - \sqrt{6})$.

【详解】 解: $x^2 - 4x - 2$

$$= x^2 - 4x + 4 - 6$$

$$= (x - 2)^2 - 6$$

$$= (x - 2 + \sqrt{6})(x - 2 - \sqrt{6}),$$

$$\text{故答案为: } (x - 2 + \sqrt{6})(x - 2 - \sqrt{6}).$$

8. 某型号的手机连续两次降价, 每个售价由原来的 1200 元降到 588 元, 若每次降价的百分率相同, 则平均每次降价的百分率为_____.

【答案】 30%

【解析】

【分析】 此题考查一元二次方程的应用. 设平均每次降价的百分率为 x , 每个售价由原来的 1200 元降到 588 元, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可.

【详解】 解: 设平均每次降价的百分率为 x ,

根据题意得: $1200(1-x)^2 = 588$,

解得: $x_1 = 0.3 = 30\%$, $x_2 = 1.7$ (不合题意, 舍去),

即每次降价的百分率为 30%,

故答案为: 30%.

9. 把命题“关于某个点中心对称的两个三角形全等”改写成“如果……, 那么……”的形式是_____.

【答案】 如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等

【解析】

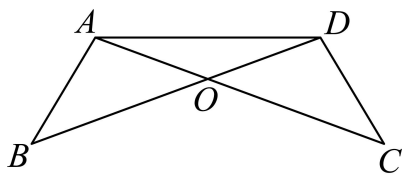
【分析】 本题考查了命题的改写, 掌握改写过程中, 适当增减词语, 保证句子通顺而不改变愿意是解答本题的关键.

根据任何一个命题都可以写成“如果……, 那么……”的形式, 如果后面是题设, 那么后面是结论, 由此得出答案.

【详解】 解: 把命题“关于某个点中心对称的两个三角形全等”改写成“如果……, 那么……”的形式是如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等.

故答案为: 如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等.

10. 如图, AC 、 BD 相交于点 O , $AB = DC$, 要使 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 则需添加一个条件, 这个条件可以是_____.



【答案】 $\angle B = \angle C$ 或 $\angle BAO = \angle CDO$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定, 熟练掌握五种判定方法是解答本题的关键.

根据已知条件, $AB = DC$, $\angle AOB = \angle DOC$, 再加一个条件 $\angle B = \angle C$ 或 $\angle BAO = \angle CDO$, 即可满足

$$\triangle AOB \cong \triangle DOC (\text{AAS}).$$

【详解】解：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle DOC \\ \angle B = \angle C \\ AB = DC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC (\text{AAS}).$$

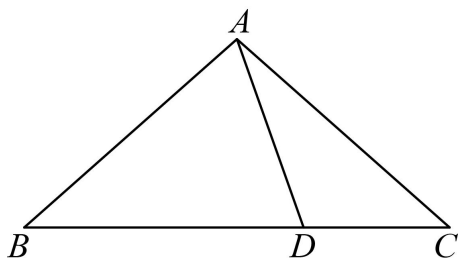
或在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle DOC \\ \angle BAO = \angle CDO, \\ AB = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC (\text{AAS}).$$

故答案为： $\angle B = \angle C$ 或 $\angle BAO = \angle CDO$.

11. 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的 BC 边上，且 $BD = BA$ ，连接 AD . 若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ，则 $\angle DAC$ 为 _____ 度.



【答案】 34

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质、三角形的内角和定理以及三角形的外角的性质定理，熟练掌握相关的知识是解题的关键. 本题根据等腰三角形的性质可得 $\angle BDA = 70^\circ$ ，再根据三角形的外角的性质可得答案.

【详解】解： $\because BD = BA$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形，

$$\therefore \angle B = 40^\circ,$$

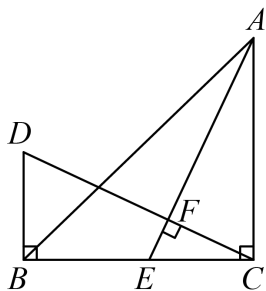
$$\therefore \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 70^\circ - 36^\circ = 34^\circ.$$

故答案为：34.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， AE 是 BC 边上的中线， $CF \perp AE$ ，垂足为 F ， $BD \perp BC$ 交 CF 的延长线于 D 。若 $AC = 10\text{cm}$ ，则 $BD =$ _____ cm 。



【答案】5

【解析】

【分析】本题主要考查全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质和中线，根据题意得 $\angle D = \angle AEC$ 和 $\angle DBC = \angle ECA$ ，则有 $\triangle DBC \cong \triangle ECA$ ，得到 $BD = CE$ ，由 AE 是 BC 边上的中线即可求得答案。

【详解】解： $\because BD \perp BC$ ， $CF \perp AE$ ，

$$\therefore \angle DCB + \angle D = \angle DCB + \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle AEC,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad BD \perp BC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ECA = 90^\circ,$$

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle ECA$ 中

$$\begin{cases} \angle D = \angle AEC \\ \angle DBC = \angle ECA \\ BC = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBC \cong \triangle ECA (AAS),$$

$$\therefore BD = CE,$$

$\because AE$ 是 BC 边上的中线，

$$\therefore BD = EC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because AC = 10\text{cm},$$

$$\therefore BD = 5\text{cm},$$

故答案为：5.

13. 有 2 个人患了流感，经过两轮传染后共有 72 人患了流感，若设平均每轮传染 x 人，则可列方程为_____.

【答案】 $2(x+1)^2 = 72$

【解析】

【分析】有2个人患了流感，平均每轮传染 x 人，得到第一轮传染中有 $2x$ 个人被传染，第二轮中有 $(2+2x)x$ 个人被传染，所有人数求和即可.

【详解】解： $\because$ 有2个人患了流感，平均每轮传染 x 人，

$\therefore$ 第一轮传染中有 $2x$ 个人被传染，第二轮中有 $(2+2x)x$ 个人被传染，

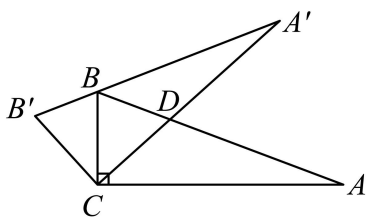
$$\therefore 2+2x+(2+2x)x=72$$

整理得， $2(x+1)^2=72$ ，

故答案为： $2(x+1)^2=72$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，读懂题意正确列出方程是解题的关键.

14. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=15^\circ$ ， $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C$ ，若 $A'B'$ 恰好经过点 B ， $A'C$ 交 AB 于 D ，则 $\angle BDA'$ 的度数为_____°.



【答案】135

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，等腰三角形的性质，三角形外角的性质，熟记性质并准确识图是解答本题的关键.

根据直角三角形两锐角互余，求出 $\angle ABC$ ，根据全等三角形对应边相等得到 $BC=B'C$ ，全等三角形对应角相等可得 $\angle B'=\angle ABC$ ，然后根据等腰三角形的性质求出 $\angle BCB'$ ，再求出 $\angle BCD$ ，然后根据三角形的外角的性质得到结果.

【详解】解：由已知得，

$$\angle ACB=90^\circ, \angle A=15^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=90^\circ-15^\circ=75^\circ,$$

$$\because \triangle ABC\cong\triangle A'B'C,$$

$$\therefore BC=B'C, \angle B'=\angle ABC=75^\circ,$$

$$\therefore \angle B'=\angle CBB'=75^\circ,$$

$$\therefore \angle BCB' = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

在 $\triangle BCD$ 中,

$$\angle BDA' = \angle ABC + \angle BCD = 75^\circ + 60^\circ = 135^\circ.$$

故答案为: 135.

二、选择题: (4 题, 每题 3 分, 共 12 分)

15. 下列方程中一定是一元二次方程的是 ()

A. $x^2 + 1 = 0$

B. $ax^2 + 2x + 1 = 0$

C. $\frac{1}{x^2} + 2x = 5$

D. $2x^2 + 3x = 2(x-2)^2 + 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查一元二次方程的定义, 根据定义判断即可.

【详解】解: A、 $x^2 + 1 = 0$, 符合一元二次方程的定义, 故本选项符合题意;

B、 $ax^2 + 2x + 1 = 0$, 当 $a = 0$ 变为一元一次方程, 故本选项不符合题意;

C、 $\frac{1}{x^2} + 2x = 5$, 为分式方程, 故本选项不符合题意;

D、 $2x^2 + 3x = 2(x-2)^2 + 1$ 化简为 $11x - 9 = 0$, 为一元一次方程, 故本选项不符合题意;

故选: A.

16. 下列结论中正确的个数有 ()

(1) $\sqrt{mn(a^2 + b^2)}$ 不是最简二次根式; (2) $\sqrt{27a}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{3a}}$ 是同类二次根式; (3) $\sqrt{13^2 - 12^2} = 1$; (4)

方程 $x^2 = 0$ 无实数解;

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查最简二次根式、同类二次根式、二次根式的性质和解一元二次方程, 利用定义或性质判断即可.

【详解】解: (1)、 $\sqrt{mn(a^2 + b^2)}$ 是最简二次根式, 说法错误, 故本选项不符合题意;

(2)、 $\sqrt{27a}=3\sqrt{3a}$ ， $\sqrt{\frac{1}{3a}}=\frac{\sqrt{3a}}{3a}$ 是同类二次根式，说法正确，故本选项符合题意；

(3)、 $\sqrt{13^2-12^2}=5$ ，计算错误，故本选项不符合题意；

(4)、 $x^2=0$ 的解为 $x_1=x_2=0$ ，说法错误，故本选项不符合题意；

故选：B.

17. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx-2=0$ 的根的情况是（ ）

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 无法确定

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了对根的判别式的理解和掌握，根据根的判别式进行推理是解答本题的关键.

求出根的判别式 b^2-4ac 的值，根据结果判断它的正、负，根据根的判别式得到答案.

【详解】解：由已知得：

一元二次方程 $x^2-mx-2=0$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \times (-2) = m^2 + 8,$$

$\therefore$ 无论 m 取何值， $m^2 + 8 > 0$ ，即 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2-mx-2=0$ 有两个不相等的实数根.

故选：A.

18. 下列命题是真命题的是（ ）

A. 同旁内角相等，两直线平行

B. 钝角没有余角

C. 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

D. 若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的公理及判定、余角的定义和举反例可逐一判断.

【详解】解：A、同旁内角互补，两直线平行，故A是假命题；

B、钝角没有余角，故B是真命题；

C、过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，故C是假命题；

D、 $1 > -2$ ，但 $1^2 < (-2)^2$ ，故 D 是假命题；

故选：B.

【点睛】本题主要考查真假命题的判断，掌握平行线的公理及判定、余角的定义和举反例是关键.

三、简答题：(6 题，每题 6 分，共 36 分)

19. 计算： $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{3}+1)^2 - \sqrt{\frac{3}{4}}$

【答案】 $-2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算，先把 $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{3}+1)^2 - \sqrt{\frac{3}{4}}$ 进行分母有理化以及运用完全平方公式化简，得 $2 + \sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ ，再进行合并同类二次根式，即可作答.

【详解】 解： $\frac{1}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{3}+1)^2 - \sqrt{\frac{3}{4}}$

$$= \frac{(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - (3+2\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$= 2 + \sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$= -2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

20. 计算： $3\sqrt{x^2y} \times \frac{1}{6}\sqrt{\frac{x^2}{y}} \div 2\sqrt{x^3y^2} (x > 0, y > 0)$

【答案】 $\frac{\sqrt{x}}{4y}$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的乘除法，根据二次根式的乘除法法则进行计算即可.

【详解】 解： $3\sqrt{x^2y} \times \frac{1}{6}\sqrt{\frac{x^2}{y}} \div 2\sqrt{x^3y^2}$

$$= \left(3 \times \frac{1}{6} \div 2\right) \sqrt{x^2y \cdot \frac{x^2}{y} \div x^3y^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4} \sqrt{x^2 y \cdot \frac{x^2}{y} \cdot \frac{1}{x^3 y^2}} \\
 &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x}{y^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{4y}.
 \end{aligned}$$

21. 解方程: $(x+2)(x-1)=10$

【答案】 $x_1=3, x_2=-4$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程，根据已知将原式分解为两式相乘等于0是解答本题的关键。先解方程整理为一般形式: $x^2+x-12=0$ ，再运用因式分解法求出答案即可。

【详解】 解: 去括号，得: $x^2+x-2=10$ ，

移项，得: $x^2+x-2-10=0$ ，

合并同类项，得 $x^2+x-12=0$ ，

$$(x-3)(x+4)=0,$$

$$x-3=0 \text{ 或 } x+4=0$$

$$x_1=3, x_2=-4.$$

22. 用配方法解方程: $4x^2-2x-1=0$

【答案】 $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{4}, x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{4}$

【解析】

【分析】 先把常数项移到等号右边，将二次项系数化为1，得到 $x^2-\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}$ ，方程两边同时加上一次项系数一半的平方 $\frac{1}{16}$ ，配成完全平方式，得到 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{5}{16}$ ，直接开平方后即可求解。

【详解】 解: $4x^2-2x-1=0$

移项，得: $4x^2-2x=1$ ，

系数化为 1, 得: $x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$,

配方, 得: $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$,

即 $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5}{16}$,

开方, 得: $x - \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$,

解得: $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$.

【点睛】本题考查了配方法解一元二次方程, 熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤是解题的关键.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k-1)x + \frac{3}{4}k+1=0$, 其根的判别式的值是 1, 求 k 的值.

【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了利用一元二次方程根的情况求参数, 由一元二次方程的 $\Delta = b^2 - 4ac = 1$, 建立 k 的方程, 求出 k 的解即可.

【详解】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k-1)x + \frac{3}{4}k+1=0$, 其根的判别式的值是 1,

$$\therefore (2k-1)^2 - 4k\left(\frac{3}{4}k+1\right) = 1,$$

$$\therefore k^2 - 8k = 0,$$

$$\therefore k = 0 \text{ 或 } k = 8,$$

$$\because k \neq 0,$$

$\therefore k$ 的值为 8.

24. 已知 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$, $y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, 求 $x^2 - xy + y^2$ 的值.

【答案】13

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的运算, 求代数式的值. 先把 x 与 y 进行化简, 然后代入代数式中求解即可.

【 详 解 】 解 : 由 于

$$x = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2} = 2-\sqrt{3}, \quad y = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{3+2\sqrt{3}+1}{2} = 2+\sqrt{3},$$

$$\text{则 } x^2 - xy + y^2$$

$$= (2-\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3})^2$$

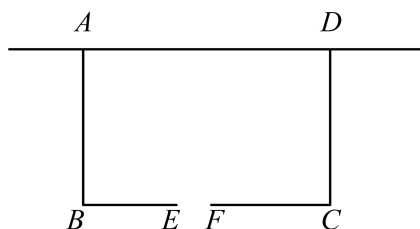
$$= 7 - 4\sqrt{3} - (4-3) + 7 + 4\sqrt{3}$$

$$= 13;$$

答: $x^2 - xy + y^2$ 的值为 13.

四、解答题: (第 25 题 6 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 10 分, 共 24 分)

25. 如图, 某农场有一道长 10 米的围墙, 计划用 25 米长的围栏靠墙围成一个面积为 72 平方米的长方形养鸡场, 在墙的对面开了一个 1 米宽的门, 求围成长方形养鸡场的边 AB 的长度.



【答案】9 米

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 设围成长方形养鸡场的边 AB 的长度为 x 米, 则 AD 的长为 $(25-2x+1)$ 米, 根据靠墙围成一个面积为 72 平方米的长方形养鸡场, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可. 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

【详解】解: 设围成长方形养鸡场的边 AB 的长度为 x 米, 则 AD 的长为 $(25-2x+1)$ 米,

$$x(25-2x+1) = 72,$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 9,$$

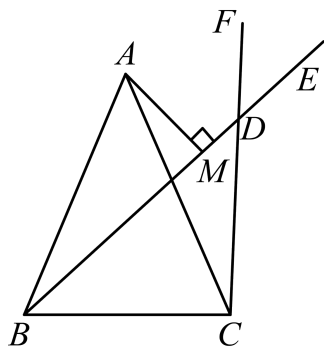
当 $x = 4$ 时, $25 - 2x + 1 = 18 > 10$, 故舍去;

当 $x = 9$ 时, $25 - 2x + 1 = 8 < 10$, 符合题意;

所以养鸡场的边 AB 的长度为 9 米.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 过点 B 作射线 BE , 过点 C 作射线 CF , 使 $\angle ABE = \angle ACF$, 且射

线 BE 、 CF 交于点 D ，过点 A 作 $AM \perp BD$ 于点 M 。求证： $BM = DM + DC$ 。

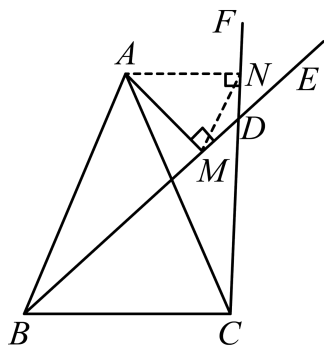


【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质。过点 A 作 $AN \perp CF$ ，垂足为点 N ，连接 MN ，证明 $\triangle AMB \cong \triangle ANC$ (AAS)，得 $BM = CN$ ， $AM = AN$ ，然后根据线段的和差即可解决问题。

【详解】证明：如图，过点 A 作 $AN \perp CF$ ，垂足为点 N ，连接 MN ，



$$\therefore \angle ANC = 90^\circ,$$

$$\because AM \perp BD,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle AMD = \angle ANC,$$

在 $\triangle AMB$ 与 $\triangle ANC$ 中，

$$\begin{cases} \angle AMB = \angle ANC = 90^\circ \\ \angle ABM = \angle ACN \\ AB = AC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle ANC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BM = CN, \quad AM = AN,$$

$$\therefore \angle AMN = \angle ANM,$$

$$\therefore \angle AMD - \angle AMN = \angle AND - \angle ANM,$$

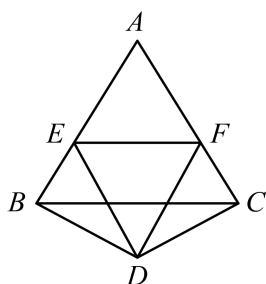
$$\therefore \angle DMN = \angle DNM,$$

$$\therefore DN = DM,$$

$$\therefore CN = DN + DC,$$

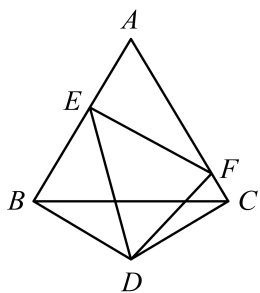
$$\therefore BM = DM + DC.$$

27. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, AB 、 AC 边上有点 E 、 F , $\angle EDF = 60^\circ$, 且 $\angle BDC = 120^\circ$, $BD = CD$.

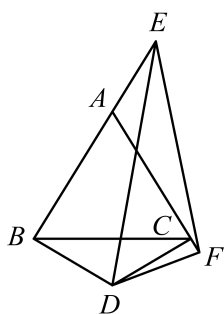


(1) 如图, 若 $BE = CF$, 证明 $\triangle DEF$ 为等边三角形.

(2) 若 $BE \neq CF$, 其他条件不变, 求 $\triangle AEF$ 的周长.



(3) 如图, 当 E 、 F 分别在 BA 、 AC 延长线上时, 若 $AE = x$, 则 $\triangle AEF$ 的周长 = _____. (用含 x 的代数式表示, 直接写出答案)



【答案】(1) 见解析 (2) $2\sqrt{3}$

(3) $2x + 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据等边三角形的性质和已知条件证明 $\triangle DBE \cong \triangle DCF$, 得到 $DE = DF$, 结合 $\angle EDF = 60^\circ$

即可证明结论;

(2) 延长 AB 至点 G , 使 $BG = CF$, 连接 DG , 利用三角形内角和定理和已知条件证明 $\triangle DBG \cong \triangle DCF$, 得到 $DG = DF$, $\angle BDG = \angle CDF$, 角度代换进一步证明 $\triangle EDG \cong \triangle EDF$, 有 $EG = EF$, 即可知 $\triangle AEF$ 的周长为 $AB + AC$.

(3) 在 AB 上取点 G , 使 $BG = CF$, 连接 DG , 同(2)可证 $\triangle BDG \cong \triangle CDF$, 得 $DG = DF$, $\angle BDG = \angle CDF$, 进一步证明 $\triangle DGE \cong \triangle DFE$, 得 $GE = EF$, 则 $\triangle AEF$ 的周长为 $2AE + AC + AB$.

【小问 1 详解】

证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\because DB = DC,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB,$$

$$\because \angle DBC + \angle DCB + \angle BDC = 180^\circ, \quad \angle BDC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle DBC = \angle ACB + \angle DCB,$$

$$\text{即 } \angle DBE = \angle DCF = 90^\circ,$$

在 $\triangle DBE$ 与 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} DB = DC \\ \angle DBE = \angle DCF, \\ BE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DCF (SAS),$$

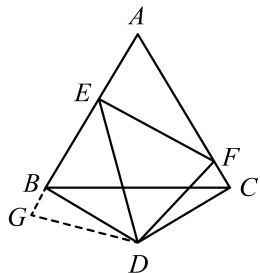
$$\therefore DE = DF,$$

$$\text{又 } \because \angle EDF = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 是等边三角形.}$$

【小问 2 详解】

解: 延长 AB 至点 G , 使 $BG = CF$, 连接 DG , 如图,



$$\therefore \angle DBG + \angle DBE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBG = \angle DCF,$$

在 $\triangle DBG$ 与 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} DB = DC \\ \angle DBG = \angle DCF, \\ BG = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBG \cong \triangle DCF (SAS),$$

$$\therefore DG = DF, \quad \angle BDG = \angle CDF,$$

$$\because \angle BDC = \angle BDE + \angle EDF + \angle CDF, \quad \angle BDC = 120^\circ, \quad \angle EDF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle CDF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle BDG = 60^\circ,$$

$$\text{即 } \angle EDG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDG = \angle EDF,$$

在 $\triangle EDG$ 与 $\triangle EDF$ 中,

$$\begin{cases} ED = ED \\ \angle EDG = \angle EDF, \\ DG = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EDG \cong \triangle EDF (SAS),$$

$$\therefore EG = EF,$$

$$\because C_{\triangle AEF} = AE + EF + AF$$

$$= AE + EG + AF$$

$$= AE + EB + BG + AF$$

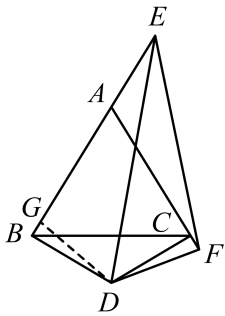
$$= AE + EB + CF + AF$$

$$= AB + AC,$$

$$\therefore C_{\triangle AEF} = 2\sqrt{3}.$$

【小问 3 详解】

解: 在 AB 上取点 G , 使 $BG = CF$, 连接 DG , 如图,



同(2)可证 $\triangle BDG \cong \triangle CDF$ (SAS),

$\therefore DG = DF$, $\angle BDG = \angle CDF$,

同(2)可证 $\triangle DGE \cong \triangle DFE$ (SAS),

$\therefore GE = EF$,

$$C_{\triangle AEF} = AE + AF + EF$$

$$= AE + AC + CF + EG$$

$$= AE + AC + BG + EG$$

$$= AE + AC + BE$$

$$= AE + AC + AB + AE$$

$$= 2x + 2\sqrt{3}.$$

【点睛】 本题主要考查全等三角形的判定和性质、等边三角形的判定和性质及三角形内角和定理，解题的关键是作辅助线构造全等三角形，并利用全等三角形的性质求三角形的周长.