

2023-2024 学年上海市宝山区八年级（上）期末数学试卷

一、选择题. (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 在下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{4a}$

B. $\sqrt{2a^3}$

C. $\sqrt{a^2+1}$

D. $\sqrt{\frac{a-1}{2}}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查最简二次根式, 掌握化简最简二次根式的方法是解题的关键.

根据最简二次根式的定义进行解题即可

【详解】解: A、 $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$, 不符合题意;

B、 $\sqrt{2a^3} = a\sqrt{2a}$, 不符合题意;

C、 $\sqrt{a^2+1}$ 是最简二次根式, 符合题意;

D、 $\sqrt{\frac{a-1}{2}} = \frac{\sqrt{2a-2}}{2}$, 不符合题意;

故选: C.

2. 下列方程中, 关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $x(x-5)=0$

B. $ax^2-3=0$

C. $x^2-\frac{1}{x}=2$

D. $2x-x^3=1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的定义, 掌握一元二次方程的定义是解题的关键. 根据一元二次方程的定义逐项分析判断即可求解. 一元二次方程定义: “只含有一个未知数, 并且未知数项的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程”.

【详解】解: A. 方程 $x(x-5)=0$ 是一元二次方程, 故本选项符合题意;

B. 当 $a=0$ 时, $ax^2-3=0$ 不是一元二次方程, 故本选项不符合题意;

C. 方程 $x^2-\frac{1}{x}=2$ 是分式方程, 不是一元二次方程, 故本选项不符合题意;

D. 方程 $2x-x^3=1$, 未知数的最高次数是 3, 不是一元二次方程, 故本选项不符合题意.

故选: A.

3. 随着互联网购物急速增加, 快递业逐渐成为我国发展最快的行业之一, 某快递店十月份揽件 5000 件、十

月、十一月、十二月合计揽件 20000 件，如果该快递店十一月、十二月月揽件量的增长率都是 x ，那么由题意可得方程（ ）

A. $5000(1+x)^2 = 20000$

B. $5000 + 5000(1+x) + 5000(1+x)^2 = 20000$

C. $5000 + 5000 \times 3x = 20000$

D. $5000 + 5000 \times 2x = 20000$

【答案】 B

【解析】

【分析】 设该快递店十一月、十二月揽件量的增长率都是 x ，关系式为：三个月总揽件数 = 十月揽件数 + 十一月揽件数 + 十月揽件数 $\times (1 + \text{揽件平均增长率})^2$ ，把相关数值代入即可.

本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找到关键描述语，就能找到等量关系，是解决问题的关键. 同时要注意增长率问题的一般规律.

【详解】 设该快递店十一月、十二月揽件量的增长率都是 x ，由题意可得方程：

$$5000 + 5000(1+x) + 5000(1+x)^2 = 20000 .$$

故选： B.

4. 直角三角形的两条直角边分别为 1 和 $2\sqrt{2}$ ，那么它斜边上的中线长是（ ）

A. $\frac{1}{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. 3

D. $\frac{3}{2}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了勾股定理，直角三角形的性质，再根熟记“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”是解题的关键. 根据勾股定理求出斜边长，据“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”求解即可.

【详解】 解： $\because$ 直角三角形的两条直角边分别为 1 和 $2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore \text{斜边长} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3,$$

$$\therefore \text{它斜边上的中线长是} \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$$

故选： D.

5. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有一支在第四象限，点 $P(m, \sqrt{5})$ 在正比例函数 $y = -kx$ 的图象上，那么点 P 在（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查的是反比例函数的性质及一次函数图象上点的坐标特征，熟知函数图象与系数的关系是解题的关键．先根据反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有一支在第四象限判断出 k 的符号，再由一次函数图象上点的坐标特征解答即可．

【详解】 解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有一支在第四象限，

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore -k > 0,$$

∴ 正比例函数 $y = -kx$ 的图象经过一、三象限，

∵ 点 $P(m, \sqrt{5})$ 在正比例函数 $y = -kx$ 的图象上，

∴ 点 P 在第一象限．

故选：A．

6. 下列命题中，逆命题是假命题的是（ ）

A. 两直线平行，内错角相等

B. 直角三角形的两个锐角互余

C. 关于某个点成中心对称的两个三角形全等

D. 线段垂直平分线上的任意一点到这条线段两个端

点的距离相等

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据逆命题的概念分别写出各个命题的逆命题，根据平行线的判定、直角三角形的判定、中心对称、线段垂直平分线的判定定理判断即可．

本题考查的是命题的真假判断、逆命题的概念，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．

【详解】 A、两直线平行，内错角相等，逆命题是内错角相等，两直线平行，是真命题，不符合题意；

B、直角三角形的两个锐角互余，逆命题是有两个锐角互余的三角形是直角三角形，是真命题，不符合题意；

C、关于某个点成中心对称的两个三角形全等，逆命题是两个全等三角形关于某个点成中心对称，是假命题，符合题意；

D、线段垂直平分线上的任意一点到这条线段两个端点的距离相等，逆命题是到线段两个端点的距离相等的点在这条线段垂直平分线上，是真命题，不符合题意；

故选：C．

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 计算: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【解析】

【分析】 根据二次根式的乘法法则计算即可.

【详解】 解: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{8 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$;

故答案为 2.

【点睛】 本题考查了二次根式的乘法, 属于基础题目, 熟练掌握运算法则是关键.

8. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的定义域为__.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】 根据二次根式的意义, 被开方数大于或等于 0, 可以求出 x 的范围.

【详解】 解: 根据题意得: $x-1 \geq 0$,

解得: $x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

【点睛】 本题考查了函数自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑: (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数; (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0; (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

9. 已知 $f(x) = \frac{2}{x+3}$, 那么 $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查求函数值, 理解题中函数关系式是解答的关键. 将 $x=-1$ 代入该函数解析式进行计算可得此题结果.

【详解】 解: $\because f(x) = \frac{2}{x+3}$,

$\therefore f(-1) = \frac{2}{-1+3} = 1$,

故答案为: 1.

10. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值是__.

【答案】 4.

【解析】

【分析】一元二次方程有两个相等的实根，即根的判别式 $\Delta=b^2-4ac=0$ ，即可求 m 值.

【详解】依题意.

$\therefore$ 方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4m=0,$$

解得: $m=4$.

故答案为: 4.

【点睛】此题主要考查的是一元二次方程的根判别式, 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 方程有两个相等的实根, 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 方程有两个不相等的实根, 当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 方程无实数根.

11. 如果点 $A(2,1)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上一点, 那么 $k=$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求解反比例函数解析式. 把 $A(2,1)$ 代入函数 $y=\frac{k}{x}$ 即可求解.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(2,1)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上一点,

$$\therefore 1=\frac{k}{2},$$

$$\therefore k=2,$$

故答案为: 2.

12. 已知 y 是 x 的正比例函数, 当 $x=2$ 时, $y=3$, 那么当 $x=\sqrt{3}$ 时, $y=$ _____.

【答案】 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数图象上点的坐标特征, 利用一次函数图象上点的坐标特征即可求解, 设正比例函数的解析式为 $y=kx(k \neq 0)$, 由当 $x=2$ 时, $y=3$, 可求出 k 值, 进而可得出正比例函数解析式, 再利用一次函数图象上点的坐标特征, 即可求出当 $x=\sqrt{3}$ 时 y 的值, 求出正比例函数解析式是解题的关键.

【详解】 解: 设正比例函数的解析式为 $y=kx(k \neq 0)$,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y=3$,

$$\therefore 3 = 2k,$$

$$\text{解得: } k = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{正比例函数的解析式为 } y = \frac{3}{2}x,$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} \text{ 时, } y = \frac{3}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$13. \text{ 化简: } \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【答案】 } 3 - \sqrt{7}$$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 化简即可.

【详解】解: $\because \sqrt{7} < 3$, 即 $\sqrt{7} - 3 < 0$,

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} = 3 - \sqrt{7}.$$

$$\text{故答案为: } 3 - \sqrt{7}.$$

【点睛】此题考查二次根式的化简, 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 规律总结: 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$; 当 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$.

$$14. \text{ 在实数范围内分解因式: } x^2 + 4x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{【答案】 } (x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3})$$

【解析】

【分析】利用配方法将原式变形为 $(x+2)^2 - 3$, 然后利用平方差公式进行因式分解.

$$\text{【详解】解: } x^2 + 4x + 1$$

$$= x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 1$$

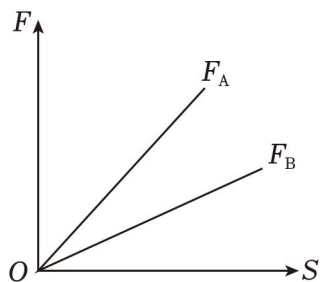
$$= (x+2)^2 - 3$$

$$= (x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3})$$

$$\text{故答案为: } (x+2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3})$$

【点睛】 本题考查配方法将代数式变形为完全平方式及平方差公式进行因式分解，熟记公式结构是本题的解题关键.

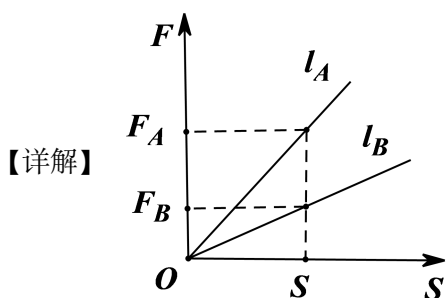
15. 如图，射线 l_A 、 l_B 分别表示两个物体 A 和 B 所受压力 F 与受力面积 S 的函数关系，当受力面积相同时，它们所受的压力分别为 F_A 、 F_B ，则 F_A _____ F_B . (填 “>”、“<” 或 “=”)



【答案】 >

【解析】

【分析】 利用数形结合法解题即可. 本题考查了一次函数的应用，利用数形结合法解题是解题的关键.



由图像知受力面积相同时，压力 $F_A > F_B$ ，

故答案为：>.

16. 已知等腰直角三角形斜边上的高为方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 的根，那么这个直角三角形斜边的长是 _____.

【答案】 12

【解析】

【详解】 此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，等腰三角形的性质，以及直角三角形斜边上的中线性，求出已知方程的解，确定出等腰直角三角形斜边上的高，利用三线合一得到此高为斜边上的中线，利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，即可求出斜边的长，熟练掌握性质是解题的关键.

【解答】 解：方程 $x^2 - 5x - 6 = 0$ ，

$$(x-6)(x+1)=0,$$

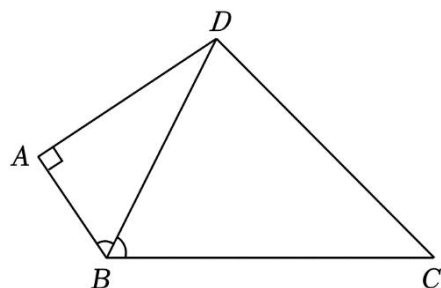
解得: $x = 6$ 或 $x = -1$ (舍去),

$\therefore$ 等腰直角三角形斜边上的高为 6, 即为斜边上的中线,

则这个直角三角形斜边的边长为 12,

故答案为: 12.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle DBC$, $AD = 6$, $BC = 8$, 那么 $\triangle DBC$ 的面积是_____.

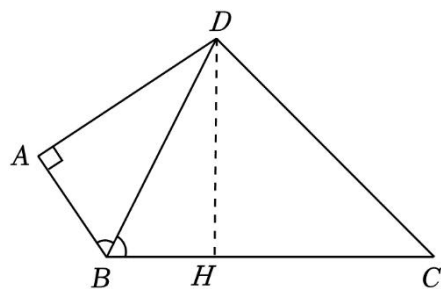


【答案】24

【解析】

【分析】本题考查角平分线的性质, 关键是由角平分线的性质得到 $DH = DA = 6$. 过 D 作 $DH \perp BC$ 于 H , 由角平分线的性质得到 $DH = DA = 6$, 而 $BC = 8$, 即可求出 $\triangle DBC$ 的面积.

【详解】解: 过 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ,



$\because \angle A = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle DBC$,

$\therefore DH = DA = 6$,

$\because BC = 8$,

$\therefore \triangle DBC$ 的面积 $= \frac{1}{2} BC \cdot DH = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.

故答案为: 24.

18. 已知点 D 、 E 分别是等边 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的动点, 将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻折, 使点 A 恰好落在边 BC 上的点 P 处, 如果 $\triangle BPD$ 是直角三角形, 且 $BP = 2$, 那么 EC 的长是_____.

【答案】 $\sqrt{3} + 1$ 或 $2\sqrt{3} - 2$

【解析】

【分析】分两种情况讨论, 一是 $\angle BPD = 90^\circ$, 由等边三角形的性质得 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, 得到

$\angle BDP = 30^\circ$, 则 $BD = 2BP = 4$, 由勾股定理求出 PD , 由翻折得 $AD = PD = 2\sqrt{3}$, $\angle A = \angle DPE = 60^\circ$, 则 $BC = AB = 2\sqrt{3} + 4$, $\angle CPE = 30^\circ$, 再根据线段的和差求出 $CP = 2\sqrt{3} + 2$, 最后由 $EC = \frac{1}{2}CP$ 即可求解; 二是 $\angle BDP = 90^\circ$, 则 $\angle BPD = 30^\circ$, 从而求出 BD , 根据勾股定理得 $AD = PD = \sqrt{BP^2 - BD^2}$, 进而求出 BC , 则据线段的和差求出 CP , 最后根据 $EC = 2CP$ 即可求解.

【详解】解: 如图 1, $\triangle BPD$ 是直角三角形, 且 $\angle BPD = 90^\circ$,
 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $BP = 2$,
 $\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BDP = 30^\circ$,

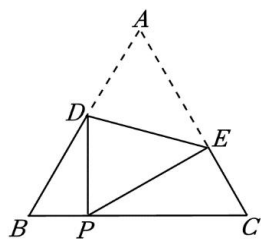


图1

$\therefore BD = 2BP = 4$,
 $\therefore PD = \sqrt{BD^2 - BP^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$,

由翻折得 $AD = PD = 2\sqrt{3}$, $\angle A = \angle DPE = 60^\circ$,

$\therefore BC = AB = AD + BD = 2\sqrt{3} + 4$, $\angle CPE = 180^\circ - \angle BPD - \angle DPE = 30^\circ$,
 $\therefore CP = BC - BP = 2\sqrt{3} + 4 - 2 = 2\sqrt{3} + 2$, $\angle CEP = 180^\circ - \angle C - \angle CPE = 90^\circ$,
 $\therefore EC = \frac{1}{2}CP = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 2) = \sqrt{3} + 1$;

如图 2, $\triangle BPD$ 是直角三角形, 且 $\angle BDP = 90^\circ$, 则 $\angle BPD = 30^\circ$,

$\therefore BD = \frac{1}{2}BP = 1$,
 $\therefore AD = PD = \sqrt{BP^2 - BD^2} = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$,
 $\therefore BC = AB = BD + AD = 1 + \sqrt{3}$,

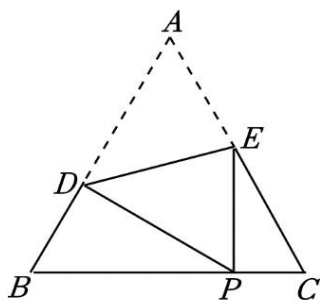


图2

$$\therefore CP = BC - BP = 1 + \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore \angle CPE = 180^\circ - \angle BPD - \angle DPE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEP = 30^\circ,$$

$$\therefore EC = 2CP = 2 \times (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - 2,$$

故答案为: $\sqrt{3} + 1$ 或 $2\sqrt{3} - 2$.

【点睛】此题重点考查等边三角形的性质、轴对称的性质、直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理等知识, 正确地求出 CP 的长是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算: $(1 - \sqrt{2})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$.

【答案】 $1 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法和除法法则是解决问题的关键.

先根据完全平方公式计算, 然后进行分母有理化后合并即可.

【详解】解: $(1 - \sqrt{2})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$

$$= 1 - 2\sqrt{2} + 2 + \frac{4(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

$$= 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{3} - 2$$

$$= 1 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}.$$

20. 解方程: $x(x - 2) = 7$.

【答案】 $x_1 = 1 + 2\sqrt{2}$, $x_2 = 1 - 2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了用配方法解一元二次方程，能够正确配方是解此题的关键．利用配方法求解即可．

【详解】 解： $x(x-2) = 7$

$$x^2 - 2x = 7$$

$$x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x-1)^2 = 8$$

$$x-1 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x_1 = 1 + 2\sqrt{2}, \quad x_2 = 1 - 2\sqrt{2}$$

21. 已知 $y = y_1 + y_2$ ，并且 y_1 与 $(x-2)$ 成正比例， y_2 与 x 成反比例，当 $x = -1$ 时， $y = 3$ ；当 $x = 4$ 时， $y = \frac{7}{4}$ ．

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 求 $x = -1$ 时的函数值．

【答案】 (1) $y = 2x - 4 - \frac{9}{x}$ ；

(2) 3．

【解析】

【分析】 (1) 根据正比例和反比例函数的定义设表达式，再根据给出的自变量和函数的对应值求出待定的系数则可；

(2) 将 $x = -1$ 代入 (1) 中求值即可．

此题主要考查了待定系数法求函数解析式，设出解析式是解题的关键．

【小问 1 详解】

解： 设 $y_1 = m(x-2)$ ， $y_2 = \frac{n}{x}$ ，

则 $y = m(x-2) + \frac{n}{x}$ ，

根据题意，得：
$$\begin{cases} -3m - n = 3 \\ 2m + \frac{n}{4} = \frac{7}{4} \end{cases}$$

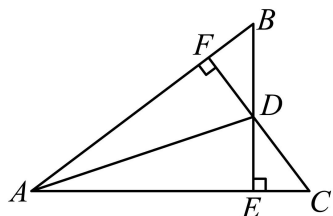
解得：
$$\begin{cases} m = 2 \\ n = -9 \end{cases}$$

$$\therefore y = 2x - 4 - \frac{9}{x};$$

【小问2详解】

解：当 $x = -1$ 时， $y = -2 - 4 + 9 = 3$ 。

22. 如图，已知 $BE \perp AC$ 于 E ， $CF \perp AB$ 于 F ， BE 、 CF 相交于点 D ，若 $BD = CD$ 。求证： AD 平分 $\angle BAC$ 。



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，角平分线的判定，证明 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ (AAS) 得到 $DF = DE$ ，再由 $BE \perp AC$ ， $CF \perp AB$ ，即可证明 AD 平分 $\angle BAC$ 。

【详解】证明： $\because BE \perp AC$ ， $CF \perp AB$ ，

$$\therefore \angle DEB = \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle BDF = \angle CDE, \quad BD = CD,$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE \text{ (AAS)},$$

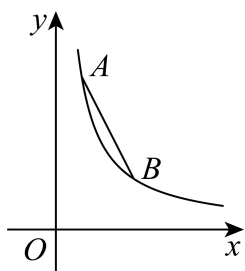
$$\therefore DF = DE,$$

$$\text{又} \because BE \perp AC, \quad CF \perp AB,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAC.$$

四、解答题（本大题共4题，第23-25题每题8分，第26题10分，满分34分）

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(1, 6)$ 、 $B(3, m)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上的两点，连接 AB 。



(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P ，求点 P 的坐标.

【答案】(1) $y = \frac{6}{x}$

(2) $(-6, 0)$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式，反比例函数图像上点的坐标特征，线段垂直平分线的性质，熟练掌握待定系数法以及线段垂直平分线的性质是解题的关键.

(1) 利用待定系数法求得即可；

(2) 由反比例函数的解析式求得点 B 的坐标，设 P 点的坐标为 $(x, 0)$ ，根据垂直平分线的性质得出 $PA = PB$ ，即可得出 $(x-1)^2 + 6^2 = (x-3)^2 + 2^2$ ，解方程即可.

【小问 1 详解】

解：∵ $A(1, 6)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上的点，

∴ $k = 1 \times 6 = 6$ ，

∴ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$ ；

【小问 2 详解】

把 $B(3, m)$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得， $m = \frac{6}{3} = 2$ ，

∴ $B(3, 2)$ ，

设 P 点的坐标为 $(x, 0)$ ，

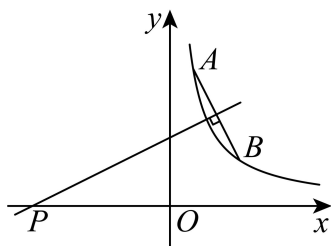
∵ 线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 P ，

∴ $PA = PB$ ，

∴ $(x-1)^2 + 6^2 = (x-3)^2 + 2^2$ ，

解得 $x = -6$ ，

∴ 点 P 的坐标为 $(-6, 0)$.



24. 越来越多的人选择骑自行车这种低碳方便又健身的方式出行. 某日，一位家住宝山的骑行爱好者打算骑

行去上海蟠龙天地，记骑行时间为 t 小时，平均速度为 v 千米/小时（骑行速度不超过 40 千米/小时）. 根据以往的骑行经验， v 、 t 的一些对应值如下表：

v (千米/小时)	15	20	25	30
t (小时)	2	1.5	1.2	1

- (1) 根据表中的数据，求出平均速度 v (千米/小时) 关于行驶时间 t (小时) 的函数表达式；
- (2) 如果这位骑行爱好者上午 8:30 从家出发，能否在上午 9:10 之前到达上海蟠龙天地？请说明理由；
- (3) 若骑行到达上海蟠龙天地的行驶时间 t 满足 $0.8 \leq t \leq 1.6$ ，求平均速度 v 的取值范围.

【答案】 (1) $v = \frac{30}{t}$

(2) 不能，理由详见解析

(3) $18.75 \leq v \leq 37.5$

【解析】

【分析】 本题考查反比例函数的应用，关键是求出反比例函数解析式.

- (1) 由表中数据可得 $vt = 30$ ，从而得出结论；
- (2) 把 $t = \frac{2}{3}$ 代入 (1) 中解析式，求出 v ，从而得出结论；
- (3) 根据 $t = \frac{30}{v}$ 和 t 的取值范围得出结论.

【小问 1 详解】

解：根据表中数据可知， $vt = 30$ ，

$$\therefore v = \frac{30}{t},$$

$\therefore$ 平均速度 v (千米/小时) 关于行驶时间 t (小时) 的函数表达式 $v = \frac{30}{t}$ ；

【小问 2 详解】

骑行者在上午 9:10 之前不能到达上海蟠龙天地，理由：

$\because$ 从上午 8:30 到上午 9:10，骑行者用时 40 分钟，即 $\frac{2}{3}$ 小时，

$$\text{当 } t = \frac{2}{3} \text{ 时, } v = \frac{30}{\frac{2}{3}} = 45 \text{ (千米/时),}$$

$\because$ 骑行速度不超过 40 千米/小时，

$\therefore$ 骑行者在上午 9:10 之前不能到达上海蟠龙天地；

【小问 3 详解】

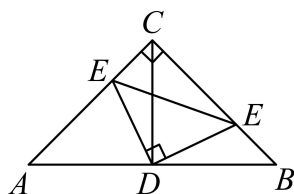
$$\therefore t = \frac{30}{v},$$

$$\therefore \text{当 } 0.8 \leq t \leq 1.6 \text{ 时, } 0.8 \leq \frac{30}{v} \leq 1.6,$$

$$\text{解得 } 18.75 \leq v \leq 37.5,$$

$$\therefore \text{平均速度 } v \text{ 的取值范围为 } 18.75 \leq v \leq 37.5.$$

25. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是边 AB 上的中线, E 是边 BC 上一点, F 是边 AC 上一点, 且 $DF \perp DE$, 连接 EF .



(1) 求证: $AF = CE$;

(2) 如果 $AF = 4$, $DF = 3$, 求边 AC 的长.

【答案】(1) 证明详见解析;

$$(2) 4 + \sqrt{2}.$$

【解析】

【分析】(1) 证 $\triangle ADF \cong \triangle CDE$ (ASA), 即可得出结论;

(2) 由全等三角形的性质得 $AF = CE = 4$, $DF = DE = 3$, 则 $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形, 得 $EF = \sqrt{2}DE = 3\sqrt{2}$, 再由勾股定理求出 CF 的长, 即可得出结论;

本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、直角三角形斜边上的中线性质的勾股定理等知识, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

【小问 1 详解】

证明: $\because AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$\because CD$ 是边 AB 上的中线,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = AD, \quad \angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACB = 45^\circ, \quad CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle CDA = 90^\circ, \quad \angle A = \angle DCE,$$

$$\because DF \perp DE,$$

$$\therefore \angle EDF = 90^\circ = \angle CDA,$$

$$\therefore \angle CDA - \angle CDF = \angle EDF - \angle CDF,$$

即 $\angle ADF = \angle CDE$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle DCE \\ AD = CD \\ \angle ADF = \angle CDE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE (\text{ASA}),$$

$$\therefore AF = CE;$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 可知, $\triangle ADF \cong \triangle CDE$,

$$\therefore AF = CE = 4, \quad DF = DE = 3,$$

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形,

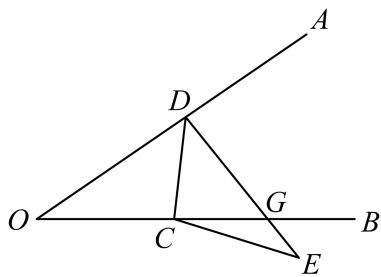
$$\therefore EF = \sqrt{2}DE = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore CF = \sqrt{EF^2 - CE^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 4^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore AC = AF + CF = 4 + \sqrt{2},$$

即边 AC 的长为 $4 + \sqrt{2}$.

26. 如图, $\angle AOB = 30^\circ$, C 是射线 OB 上一点, 且 $OC = 2$, D 是射线 OA 上一点, 连接 CD , 将 $\triangle COD$ 沿着直线 CD 翻折, 得到 $\triangle CDE$.



(1) 设 $OD = x$, $S_{\triangle COD} = y$, 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 如果线段 DE 与射线 OB 有交点, 设交点为 G .

①直接写出 OD 的取值范围_____;

②若 $\triangle CEG$ 是等腰三角形, 求 $\angle ODE$ 的度数.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x$;

(2) ① $OD \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$; ② 90° 或 45°

【解析】

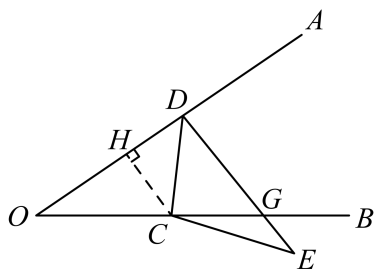
【分析】本题是三角形综合题，考查了等腰三角形的性质，直角三角形的性质，利用分类讨论思想解决问题是解题的关键.

(1) 过点 C 作 $CH \perp OA$ 于 H ，由直角三角形的性质可求 $CH = 1$ ，由三角形的面积公式可求解；

(2) ①当 DE 与 OB 的交点为 E 时，求出 OD 的值，即可求解；②分三种情况讨论，由等腰三角形的性质可求解.

【小问 1 详解】

解：(1) 如图，过点 C 作 $CH \perp OA$ 于 H ，



$$\because \angle AOB = 30^\circ, \quad OC = 2,$$

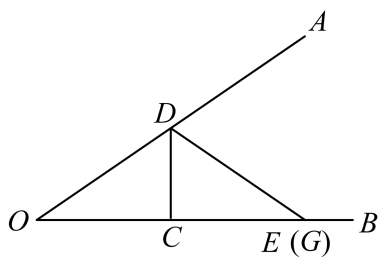
$$\therefore CH = \frac{1}{2}OC = 1,$$

$$\because S_{\triangle COD} = y = \frac{1}{2} \times OD \cdot CH,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x;$$

【小问 2 详解】

①如图：当点 E 落在 OB 上时，



$\therefore$ 将 $\triangle COD$ 沿着直线 CD 翻折，

$$\therefore OC = CE, \quad OD = DE, \quad \angle AOB = \angle DEC = 30^\circ,$$

$$\therefore DC \perp OB,$$

$$\because \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore DC = \frac{OC}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad OD = 2CD = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

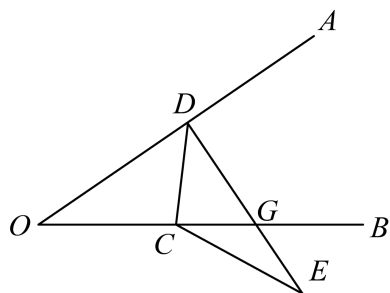
$\therefore$ 当 $OD \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时, 线段 DE 与射线 OB 有交点,

故答案为: $OD \geq \frac{4\sqrt{3}}{3}$;

② 当 $CG = GE$ 时, $\angle GCE = \angle DEC = 30^\circ$,

$\therefore \angle DGO = 60^\circ$,

$\therefore \angle ODE = 90^\circ$;



当 $CE = GE$ 时, $\angle CGE = 75^\circ$,

$\therefore \angle ODE = \angle CGE - \angle AOB = 45^\circ$,

当 $CG = CE$ 时, $\angle CGE = \angle CEG = 30^\circ$ 不合题意舍去,

综上所述: $\angle ODE$ 的度数为 90° 或 45° .

