

上海田家炳中学 2023 学年第一学期八年级

数学学科期末考试卷

(考试时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列各函数中, y 是 x 的正比例函数的是 ()

A. $y = \frac{x}{3}$

B. $y = 2x^2$

C. $y = x - 1$

D. $y = \frac{1}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了正比例函数的定义, 一般地, 形如 $y = kx (k \neq 0)$ 的函数叫做正比例函数, 据此可得答案.

【详解】解: 根据正比例函数的定义可知, A 选项中的函数是正比例函数, B、C、D 三个选项中的函数不是正比例函数,

故选 A.

2. 下列三角形中, 非直角三角形的是 ()

A. 三边分别为 11, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$

B. 有一边的中线等于这边的一半

C. 三个内角之比为 1:2:3

D. 三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理逆定理, 三角形内角和定理, 等边对等角, 如果三角形的三边长 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 那么这个三角形就是直角三角形, 据此先求出两小边的平方和, 再求出最长边的平方, 最后看看是否相等即可即可判断 A、D; 根据三角形内角和定理即可判断 C; 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是中线且 $AD = \frac{1}{2}BC$, 则 $AD = BD = CD$, 根据等边对等角得到 $\angle DBA = \angle DAB$, $\angle DAC = \angle C$, 则由三角形内角和定理可得 $\angle DAB + \angle DAC = 90^\circ$, 即 $\angle BAC = 90^\circ$, 即可判断 B.

【详解】解: A、 $\because (\sqrt{60})^2 + (\sqrt{61})^2 = 121 = 11^2$,

$\therefore$ 三边长为 11, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$, 可以组成直角三角形, 故此选项不符合题意;

B、如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是中线且 $AD = \frac{1}{2}BC$,

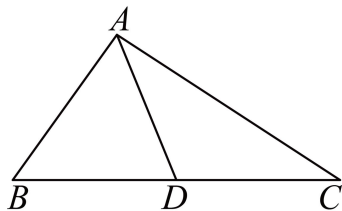
$\therefore AD = BD = CD$,

$$\therefore \angle DBA = \angle DAB, \quad \angle DAC = \angle C,$$

$$\because \angle DBA + \angle DAB + \angle DAC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle DAC = 90^\circ, \text{ 即 } \angle BAC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 有一边的中线等于这边的一半的三角形是直角三角形，故此选项不符合题意；



C、由题意得，最大的内角度数为 $180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ$ ，则三个内角之比为 $1:2:3$ 的三角形是直角三角形，故此选项不符合题意；

D、设三边长分别为 $k, \sqrt{2}k, \sqrt{2}k (k \neq 0)$

$$\because k^2 + (\sqrt{2}k)^2 \neq (\sqrt{2}k)^2,$$

$\therefore$ 三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$ ，不可以组成直角三角形，故此选项符合题意；

故选：D.

3. 已知正比例函数 $y = ax$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象在同一坐标系内没有公共点，则 a 与 b 的关系一定是 ()

A. 同号

B. 异号

C. 互为相反数

D. 互为倒数

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数与反比例函数综合，联立两函数解析式得到方程 $x^2 = \frac{b}{a}$ ，根据函数无交点，则方程无实数解，据此可得答案.

【详解】解：联立
$$\begin{cases} y = ax \\ y = \frac{b}{x} \end{cases} \text{ 得： } x^2 = \frac{b}{a},$$

$\therefore$ 正比例函数 $y = ax$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象在同一坐标系内没有公共点，

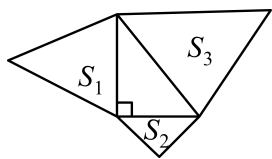
$\therefore$ 方程 $x^2 = \frac{b}{a}$ 无实数解，

$$\therefore \frac{b}{a} < 0,$$

$\therefore a$ 与 b 的关系一定是异号，

故选 B.

4. 如图所示, 分别以直角三角形的三边向外作三个正三角形, 其面积分别是 S_1 , S_2 , S_3 , 则它们之间的关系是 ()



- A. $S_1 - S_2 = S_3$ B. $S_1 + S_2 = S_3$ C. $S_2 + S_3 < S_1$ D. $S_2 - S_3 = S_1$

【答案】B

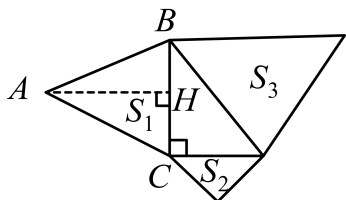
【解析】

【分析】 本题主要考查勾股定理, 解题的关键是掌握勾股定理和等边三角形的面积公式. 根据等边三角形的性质, 知等边三角形的面积等于其边长的平方的 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 倍, 结合勾股定理可知, 以直角三角形的两条直角边为边长的等边三角形的面积和等于以斜边为边长的等边三角形的面积.

【详解】 解: 设直角三角形的三边从小到大是 a , b , c

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

如图, 过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ,



$$BC = a, \quad BH = \frac{1}{2}a, \quad AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a,$$

$$\text{则 } S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2;$$

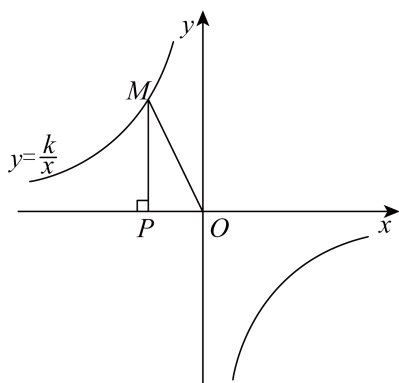
$$\text{同理 } S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} b^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} b^2, \quad S_3 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} c^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} c^2,$$

$$\text{又 } a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\text{则 } S_1 + S_2 = S_3.$$

故选: B.

5. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ ，点 M 是它在第二象限内的图象上一点， MP 垂直 x 轴于点 P ，如果 $\triangle OMP$ 的面积为 1，那么 k 的值是 ()



- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】先根据 $\triangle OMP$ 的面积为 1 可求出 $|k|$ 的值，再根据 $k < 0$ 即可得出 k 的值，故可得出反比例函数解析式．本题考查的是反比例函数系数 k 的几何意义，即反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{|k|}{2}$ ，且保持不变．

【详解】解：∵ 点 M 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上一点， MP 垂直 x 轴于点 P ， $\triangle OMP$ 的面积为 1，

$$\therefore |k| = 2,$$

∵ 反比例函数图象经过第二象限，

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore k = -2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为: } y = \frac{-2}{x}.$$

故选：D

6. 如果一次函数 $y = kx + (k-1)$ 的图象经过第一、三、四象限，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > 0$ B. $k < 0$ C. $0 < k < 1$ D. $k > 1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数 $y = kx + (k-1)$ 的图象经过第一、三、四象限即可得到关于 k 的不等式组，再解出即可得到结果．

【详解】由题意得 $\begin{cases} k > 0 \\ k - 1 < 0 \end{cases}$,

解得 $0 < k < 1$

故选 C.

【点睛】本题考查了一次函数的性质，解题的关键是熟练掌握一次函数 $y = kx + b$ 的性质：当 $k > 0$, $b > 0$ 时，图象经过第一、二、三象限；当 $k > 0$, $b < 0$ 时，图象经过第一、三、四象限；当 $k < 0$, $b > 0$ 时，图象经过第一、二、四象限；当 $k < 0$, $b < 0$ 时，图象经过第二、三、四象限.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

7. 已知函数 $y = (1 - m)x^{m^2}$ 是正比例函数，则 $m =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题主要考查了正比例函数的定义，一般地，形如 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的函数叫做正比例函数，据此可得 $\begin{cases} m^2 = 1 \\ 1 - m \neq 0 \end{cases}$ ，解之即可得到答案.

【详解】解：∵ 函数 $y = (1 - m)x^{m^2}$ 是正比例函数，

$$\therefore \begin{cases} m^2 = 1 \\ 1 - m \neq 0 \end{cases},$$

$$\therefore m = -1,$$

故答案为：-1.

8. 若直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -3x - 5$ 平行，在 y 轴上的截距为 5，则一次函数的解析式为_____.

【答案】 $y = -3x + 5$

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数图象的平移问题，两直线平行，则一次项系数相同，据此可得 $k = -3$ ，一次函数与 y 轴的截距即为解析式中常数项的值，则 $b = 5$ ，据此可得答案.

【详解】解：∵ 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -3x - 5$ 平行，

$$\therefore k = -3,$$

∵ 直线 $y = kx + b$ 在 y 轴上的截距为 5，

$$\therefore b = 5,$$

∴ 直线 $y = kx + b$ 的解析式为 $y = -3x + 5$,

故答案为: $y = -3x + 5$.

9. 函数 $y = f(-4) = -2x + b = -5$, 则 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -13

【解析】

【分析】 本题考查了求解函数的解析式以及求解函数值, 先由 $y = f(-4) = -2x + b = -5$, 求出 b 值, 再把 $x = 0$ 代入计算化简, 即可作答.

【详解】 解: ∵ $y = f(-4) = -2x + b = -5$

$$\therefore -2 \times (-4) + b = -5$$

$$\therefore b = -13$$

$$\text{则 } f(x) = -2x - 13$$

$$\text{那么 } f(0) = -2 \times 0 - 13 = -13$$

故答案为: -13

10. 如果直线 $y = 2x + m$ 不经过第二象限, 那么实数 m 的取值范围是____.

【答案】 $m \leq 0$

【解析】

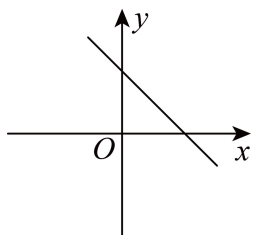
【分析】 由已知条件知, 一次函数不过第二象限, 故该函数与 y 轴的交点在 y 轴负半轴或原点, 即 $m \leq 0$.

【详解】 解: 已知直线 $y = 2x + m$ 不经过第二象限,

即函数与 y 轴的交点在 y 轴负半轴或原点, 即 $m \leq 0$.

【点睛】 本题考查一次函数图象的性质, 根据题意数形结合思想解题是本题的解题关键.

11. 函数 $y = ax + b$ 的图像, 如图所示与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$, 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$, 若 $0 \leq x \leq 2$ 时, 则 y 的取值范围是_____.



【答案】 $0 \leq y \leq 3$

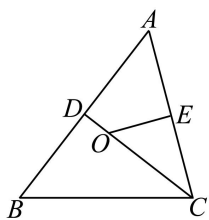
【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与一元一次不等式之间的关系，根据函数图象找到当 $0 \leq x \leq 2$ 时， y 的取值范围即可.

【详解】 解：由函数图象可知，当 $0 \leq x \leq 2$ 时， y 的取值范围是 $0 \leq y \leq 3$,

故答案为： $0 \leq y \leq 3$.

12. 如图， $\angle A = 52^\circ$ ， O 是 AB ， AC 的垂直平分线的交点，则 $\angle OCB =$ _____.



【答案】 38°

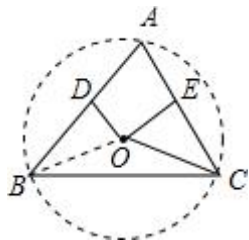
【解析】

【分析】 根据题意确定点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心，所以连接 OB ，利用圆周角定理可知 $\angle BOC = 2\angle A$ ，然后根据等腰 $\triangle BOC$ 的性质和三角形内角和定理来求 $\angle OCB$ 的度数即可.

【详解】 $\because O$ 是 AB 、 AC 的垂直平分线的交点，

$\therefore$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心.

如图，连接 OB .



则 $\angle BOC = 2\angle A = 104^\circ$.

又 $\because OB = OC$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$.

$\therefore \angle OCB = (180^\circ - \angle BOC) \div 2 = 38^\circ$,

故答案是： 38° .

【点睛】 本题考查了线段垂直平分线的性质. 解答该题的技巧性在于利用线段垂直平分线的性质找到三角形外接圆的圆心，利用圆周角定理、三角形内角和定理将所求的角与已知角的数量关系联系起来.

13. 经过点 D ，且半径等于 3cm 的圆的圆心的轨迹是_____.

【答案】 以点 D 为圆心， 3cm 长为半径的圆.

【解析】

【分析】 本题考查了轨迹，理解几何语句并根据圆的定义，判断出圆心的轨迹是一个圆解题的关键．经过点 D 且半径等于 3cm 的圆的圆心的轨迹也就是到定点 D 的距离等于定长 3cm 的所有点的集合，然后根据圆的定义解答即可．

【详解】 解：根据题意，圆心的轨迹是到定点的距离等于定长 3cm 的所有点的集合，
根据圆的定义，即：以点 D 为圆心， 3cm 长为半径的圆．

故答案为：以点 D 为圆心， 3cm 长为半径的圆．

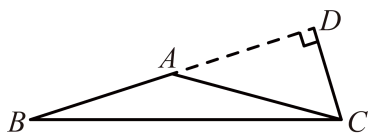
14. 等腰三角形的顶角为 150° ，腰长为 8cm ，则腰上的高为_____ cm ．

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质，熟记性质是解题的关键，作出图形更形象直观．作出图形，根据邻补角的定义求出 $\angle CAD = 30^\circ$ ，再根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半解答．

【详解】 解：如图，



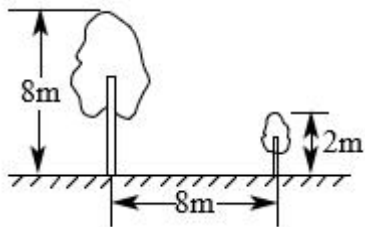
$\therefore$ 顶角为 150° ，

$\therefore \angle CAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 腰上的高 $CD = \frac{1}{2} \times 8 = 4\text{cm}$

故答案为：4．

15. 如图，有两棵树，一棵高 8m ，另一棵高 2m ，两树相距 8m ，一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，至少要飞_____ m ．



【答案】 10

【解析】

【分析】 根据“两点之间线段最短”可知：小鸟沿着两棵树的树尖进行直线飞行，所行的路程最短，运用

勾股定理可将两点之间的距离求出.

【详解】两棵树的高度差为 $8\text{m}-2\text{m}=6\text{m}$, 间距为 8m

根据勾股定理可得: 小鸟至少飞行的距离 $\sqrt{8^2+6^2}=10\text{m}$.

故答案为: 10.

【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用, 解题的关键是将现实问题建立数学模型, 运用数学知识进行求解.

16. 已知三角形的三边长为 1、2、 $\sqrt{3}$, 则它的最小角为_____度.

【答案】30

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理的逆定理, 等边三角形的性质与判定, 全等三角形的性质与判定, 先利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, 再证明 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ (SAS) 得到 $AC = AD = CD = 2$, 则可证明 $\triangle ADC$ 是等边三角形, 得到 $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 据此可得答案.

【详解】解: 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$, $AC = 2$, 点 D 是 CB 延长线上一点, 且

$$BD = BC = 1,$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 = 2^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because AB = AB, \quad BD = BC,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ABC \text{ (SAS)},$$

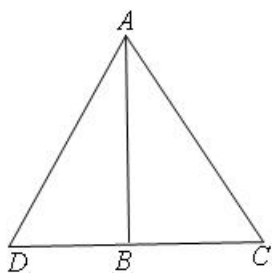
$$\therefore AC = AD = CD = 2,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是等边三角形,

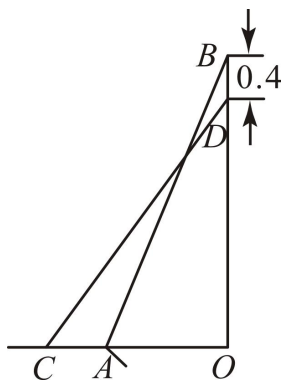
$$\therefore \angle CAB = 30^\circ, \quad \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore$ 三角形的三边长为 1、2、 $\sqrt{3}$, 则它的最小角为 30 度,

故答案为: 30.



17. 一架长 2.5m 的梯子，斜立在一竖起的墙上，梯子底端距离墙底 0.7m（如图），如果梯子的顶端沿墙下滑 0.4m，那么梯子底端将向左滑动_____米.



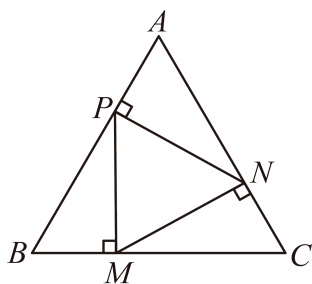
【答案】 0.8

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理的实际应用，在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，由勾股定理得 $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = 2.4\text{m}$ ，则 $OD = OB - BD = 2\text{m}$ ，则在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中，由勾股定理得 $OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = 1.5\text{m}$ ，则 $AC = OC - OA = 0.8\text{m}$ ，据此可得答案.

【详解】解：由题意得， $AB = CD = 2.5\text{m}$ ， $OA = 0.7\text{m}$ ， $BD = 0.4\text{m}$ ，
在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，由勾股定理得 $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = 2.4\text{m}$ ，
 $\therefore OD = OB - BD = 2\text{m}$ ，
在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中，由勾股定理得 $OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = 1.5\text{m}$ ，
 $\therefore AC = OC - OA = 0.8\text{m}$ ，
 $\therefore$ 梯子底端将向左滑动 0.8 米，
故答案为：0.8.

18. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 的三边上各取一点 M 、 N 、 P ，且有 $MN \perp AC$ ， $NP \perp AB$ ， $PM \perp BC$ ， $AB = 18\text{cm}$ ，则 $\triangle MNP$ 的周长为_____cm.



【答案】 $18\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了等边三角形的性质以及全等三角形的判定与性质：先根据等边三角形的性质和垂直条件，得 $\triangle MNP$ 是等边三角形，结合 30° 度所对的直角边是斜边的一半，得 $AP = \frac{1}{2}AN$, $BM = \frac{1}{2}BP$, $CN = \frac{1}{2}MC$, 则 $\triangle APN \cong \triangle BMP \cong \triangle CNM$, $AP = 6\text{cm}$, 根据勾股定理建立等式，化简计算即可作答.

【详解】 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$$

$$\because MN \perp AC, NP \perp AB, PM \perp BC,$$

$$\therefore \angle APN = \angle PMB = \angle MNC = 90^\circ$$

$$\text{则 } \angle ANP = \angle BPM = \angle NMC = 30^\circ$$

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AN, BM = \frac{1}{2}BP, CN = \frac{1}{2}MC,$$

$$\text{此时 } \angle NPM = 180^\circ - \angle APN - \angle BPM = 60^\circ$$

$$\text{同理, 得 } \angle NMP = \angle MNP = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle MNP \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore MN = MP = NP$$

$$\therefore \triangle APN \cong \triangle BMP (\text{AAS}), \triangle BMP \cong \triangle CNM (\text{AAS}), \triangle APN \cong \triangle CNM (\text{AAS}),$$

$$\therefore BP = MC = AN$$

$$\text{则 } AB = 18\text{cm}$$

$$\therefore AP + BP = AP + AN = AP + 2AP = 18\text{cm}$$

$$\text{即 } AP = 6\text{cm}$$

$$PN = \sqrt{AN^2 - AP^2} = \sqrt{144 - 36} = 6\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$3 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$\text{则 } \triangle MNP \text{ 的周长为 } 18\sqrt{3}\text{cm}$$

故答案为: $18\sqrt{3}$

三、简答题 (本大题 6 题, 每题 8 分, 满分 48 分)

19. 直线 $y=kx+b$ 过点 $A(-1,5)$ 且平行于直线 $y=-x$.

(1) 求这条直线的解析式.

(2) 点 $B(m, -5)$ 在这条直线上, O 为坐标原点, 求 m 的值.

【答案】 (1) 函数解析式为 $y=-x+4$. (2) 9.

【解析】

【详解】 试题分析:

(1) 由直线 $y=kx+b$ 平行于直线 $y=-x$, 可得直线解析式为: $y=-x+b$, 再把点 A 的坐标代入解析式可求得 b 的值, 由此可得直线的解析式;

(2) 把点 B 的坐标代入 (1) 中所得解析式即可求得 “ m ” 的值.

试题解析:

(1) $\because$ 直线 $y=kx+b$ 平行于直线 $y=-x$.

$\therefore$ 可设直线的解析式为 $y=-x+b$.

$\because$ 直线过点 $A(-1,5)$,

$\therefore$ 把点 A 坐标代入所设解析式, 得 $5=1+b$.

解得: $b=4$.

$\therefore$ 所求函数解析式为 $y=-x+4$.

(2) $\because$ 点 $B(m, -5)$ 在这条直线上,

$\therefore -5=-m+4$, 解得 $m=9$.

20. 一个正比例函数的图像与一个反比例函数图像相交于 A, B 两点, $AC \perp x$ 轴, 垂足为 C , 已知点 A 的坐标为 $(-1,2)$, 求:

(1) 这个正、反比例函数的解析式.

(2) $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 (1) 反比例函数解析式为 $y=-\frac{2}{x}$, 正比例函数解析式为 $y=-2x$

(2) 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与反比例函数综合:

(1) 分别设出两函数解析式, 再把点 A 的坐标分别代入两函数解析式中求解即可;

(2) 联立两函数解析式求出点 B 的坐标, 再根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot (x_B - x_A)$ 进行求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 正比例函数解析式为 $y = mx (m \neq 0)$,

把 $A(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中得: $2 = \frac{k}{-1} (k \neq 0)$, 解得 $k = -2$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$;

把 $A(-1, 2)$ 代入 $y = mx (m \neq 0)$ 中得: $-m = 2$, 解得 $m = -2$,

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = -2x$;

【小问 2 详解】

解: 联立 $\begin{cases} y = -2x \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$,

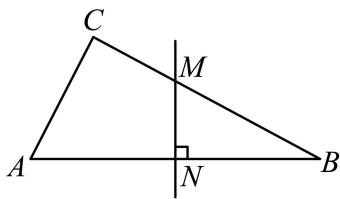
$\therefore B(1, -2)$,

$\therefore AC \perp x$ 轴,

$\therefore AC = 2$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot (x_B - x_A) = \frac{1}{2} \times 2 \times [1 - (-1)] = 2$.

21. 如图所示, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AB 的垂直平分线交 BC 于 M , 交 AB 于 N , 若 $AC = 6$, $MB = 2MC$, 求 AB 的长.



【答案】 12

【解析】

【分析】 本题主要考查了线段垂直平分线的性质, 勾股定理, 根据线段垂直平分线的性质得到 $AM = BM$, 进而得到 $AM = 2MC$, 则由勾股定理得到 $6^2 + CM^2 = 4CM^2$, 求出 $CM = 2\sqrt{3}$, 进而得到 $BC = 6\sqrt{3}$, 再由勾股定理求出 AB 的长即可.

【详解】 解: 如图所示, 连接 AM ,

$\therefore AB$ 的垂直平分线交 BC 于 M , 交 AB 于 N ,

$\therefore AM = BM$,

$$\therefore MB = 2MC,$$

$$\therefore AM = 2MC,$$

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中, 由勾股定理得 $AC^2 + CM^2 = AM^2$,

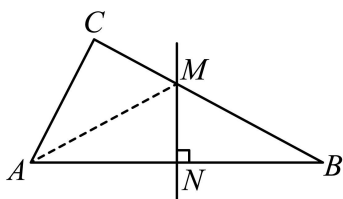
$$\therefore 6^2 + CM^2 = 4CM^2,$$

$$\therefore CM = 2\sqrt{3},$$

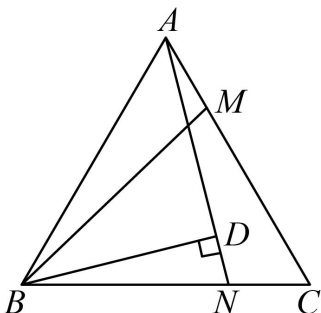
$$\therefore BM = 2CM = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 12.$$



22. 已知: 如图 $\triangle ABC$ 是等边三角形, M, N 分别在 AC, BC 上, 且 $AM = CN$, BM, AN 交于点 E , $BD \perp AN$ 于 D .



求证:

$$(1) \triangle ANC \cong \triangle BMA;$$

$$(2) BE = 2DE.$$

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了等边三角形的性质, 全等三角形的性质与判定, 含 30° 度角的直角三角形的性质:

(1) 先由等边三角形的性质得到 $\angle C = \angle BAM = 60^\circ$, $AC = BA$, 再由 SAS 即可证明 $\triangle ANC \cong \triangle BMA$;

(2) 由全等三角形的性质得到 $\angle ABM = \angle CAN$, 进而根据三角形外角的性质得到 $\angle BED = 60^\circ$, 再求出

$\angle DBE = 30^\circ$ ，即可证明 $BE = 2DE$ 。

【小问 1 详解】

证明： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle C = \angle BAM = 60^\circ, AC = BA,$$

又 $\because AM = CN$,

$$\therefore \triangle ANC \cong \triangle BMA (\text{SAS});$$

【小问 2 详解】

证明： $\because \triangle ANC \cong \triangle BMA$,

$$\therefore \angle ABM = \angle CAN,$$

$$\therefore \angle ABM + \angle BAN = \angle CAN + \angle BAN = \angle BAC = 60^\circ,$$

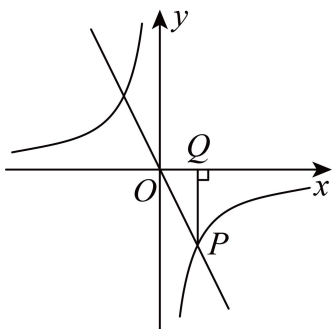
$$\therefore \angle BED = \angle ABM + \angle BAN = 60^\circ,$$

$$\because BD \perp AN,$$

$$\therefore \angle DBE = 90^\circ - \angle BED = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2DE.$$

23. 如图，点 P 是一个反比例函数与正比例函数 $y = -2x$ 的图像的交点， PQ 垂直于 x 轴，垂足 Q 的坐标为 $(2, 0)$ 。



(1) 求这个反比例函数的解析式。

(2) 如果点 M 在这个反比例函数的图像上，且 $\triangle MPQ$ 的面积为 8，求点 M 的坐标。

【答案】(1) $y = \frac{-8}{x}$

(2) $M\left(6, -\frac{4}{3}\right)$ 或 $(-2, 4)$ 。

【解析】

【分析】本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键是灵活运用待定系数法解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，所以中考常考题型。

(1) 由 Q 的坐标为 $(2,0)$ ，推出 $P(2,-4)$ ，利用待定系数法即可解决问题；

(2) 根据三角形的面积公式求出 MN 的长，分两种情形求出点 M 的坐标即可．

【小问 1 详解】

解：把 $x=2$ 代入 $y=-2x$ 得 $y=-4$

$$\therefore P(2,-4)$$

设反比例函数解析式 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$

$\therefore P$ 在此图象上，

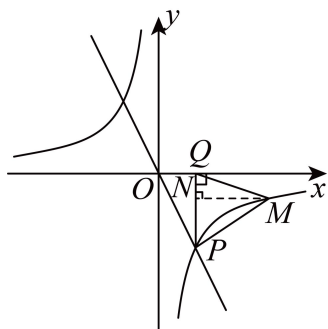
$$\therefore k=2\times(-4)=-8,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y=\frac{-8}{x}.$$

【小问 2 详解】

解： $\because Q(2,0), P(2,-4)$

$\therefore PQ=4$ ，过 M 作 $MN\perp PQ$ 于 N ．



$$\text{则 } \frac{1}{2}PQ\times MN=8,$$

$$\therefore MN=4,$$

$$\text{设 } M\left(x, -\frac{8}{x}\right)$$

$$\text{则 } x=2+4=6 \text{ 或 } x=2-4=-2,$$

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, } y=\frac{-8}{6}=-\frac{4}{3},$$

$$\text{当 } x=-2 \text{ 时, } y=\frac{-8}{-2}=4$$

$$\therefore M\left(6, -\frac{4}{3}\right) \text{ 或 } (-2, 4).$$

24. 某市为鼓励市民节约用水和加强对节水的管理，制定了以下每月每户用水的收费标准：

①用水量不超过 80 立方米时，每立方米收费 1 元，并加收每立方米 1 元的污水处理费；

②用水量超过 80 立方米时，在①的基础上，超过 80 立方米的部分，每立方米收费 1.5 元，并加收每立方米 1.5 元的污水处理费.

设某户一个月的用水最为 x 立方米，应交水费 y 元.

(1) 请分别对①、②两种情况，写出 y 关于 x 的函数关系式，指出函数的定义域.

(2) 若小李家 4 月共支付水费 220 元，求小李家 4 月用水量.

【答案】 (1) $y = 2x (0 < x \leq 80)$, $y = 3x - 80 (x > 80)$

(2) 100

【解析】

【分析】 本题主要考查了根据实际问题列一次函数解析式，根据 $x > 80$ 得出水费应有两部分组成是解题关键.

(1) 由题意列出 y 关于 x 的函数解析式，根据限制条件写出函数定义域.

(2) 由交费可知说明该户用水量已超过 80 立方米，把数值代入函数关系式.

【小问 1 详解】

解：情况①： $y = (1+1)x = 2x$, 即 $y = 2x (0 < x \leq 80)$

情况②： $y = 80 \times (1+1) + (x-80)(1.5+1.5) = 160 + 3x - 240 = 3x - 80$,

即所求的函数解析式为 $y = 3x - 80 (x > 80)$;

【小问 2 详解】

解： $\because 80 \times 2 = 160 < 220$

即当该户一个月应交水费为 220 元时，说明该户用水量已超过 80 立方米，

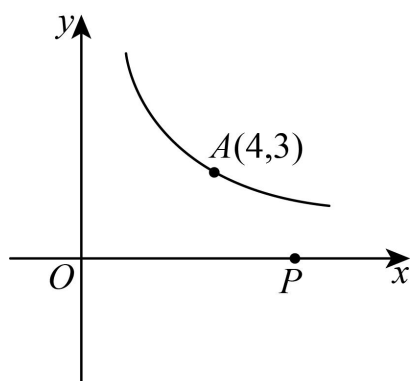
则 $3x - 80 = 220$,

解得 $x = 100$.

答：该户一个月的用水量为 100 立方米.

四、解答题 (本大题共 2 题，每题 9 分，满分 18 分)

25. 如图所示，点 $A(4,3)$ 在函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图像的第一象限内的分支上.



(1) 求函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 在 x 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle OAP$ 为直角三角形? 若存在, 求 P 点的坐标.

【答案】(1) $y = \frac{12}{x}$

(2) $(4,0)$ 或 $(\frac{25}{4},0)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求反比例函数解析式, 勾股定理:

(1) 利用待定系数法求解即可;

(2) 当 $\angle OPA = 90^\circ$ 时, 则 $AP \perp OP$, 可得 $P(4,0)$; 当 $\angle OAP = 90^\circ$ 时, 设 $P(m,0)$, 则 $OA^2 = 25$, $AP^2 = m^2 - 8m + 25$, $OP = m^2$, 由勾股定理建立方程 $25 + m^2 - 8m + 25 = m^2$, 解方程即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 把 $A(4,3)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中得: $3 = \frac{k}{4} (k \neq 0)$,

$\therefore k = 12$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{12}{x}$;

【小问 2 详解】

解: 当 $\angle OPA = 90^\circ$ 时, 则 $AP \perp OP$,

$\therefore A(4,3)$,

$\therefore P(4,0)$;

当 $\angle OAP = 90^\circ$ 时, 设 $P(m,0)$,

$\therefore OA^2 = (4-0)^2 + (3-0)^2 = 25$, $AP^2 = (m-4)^2 + (0-3)^2 = m^2 - 8m + 25$, $OP = m^2$,

$$\therefore OA^2 + AP^2 = OP^2,$$

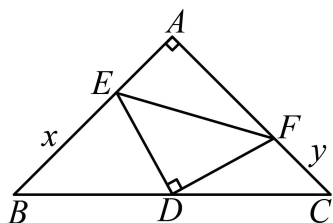
$$\therefore 25 + m^2 - 8m + 25 = m^2,$$

$$\therefore m = \frac{25}{4},$$

$$\therefore P\left(\frac{25}{4}, 0\right);$$

综上所述，点 P 的坐标为 $(4, 0)$ 或 $\left(\frac{25}{4}, 0\right)$.

26. 如图，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，点 D 是 BC 边的中点，点 E 是 AB 边上的一个动点（不与 A，B 重合）， $DF \perp DE$ 交 AC 于点 F，设 $BE = x$ ， $FC = y$ 。



(1) 求证： $DE = DF$ ；

(2) 写出 y 关于 x 的函数关系式，并写出函数的定义域；

(3) 写出 x 为何值时， $EF \parallel BC$ ？

【答案】 (1) 见详解 (2) $y = 2 - x$ ， $0 < x < 2$

(3) $x = 1$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质，三角形中位线的性质，正确证明 $\triangle EDH \cong \triangle FDN$ 是关键。

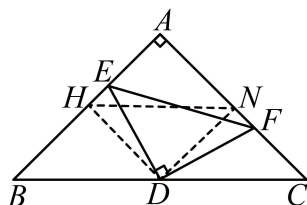
(1) 取 AB 的中点记为 H ，取 AC 的中点记为 N 。根据三角形中位线的性质可得 $DH = DN$ ，根据余角的性质可得 $\angle EDH = \angle FDN$ ，根据 ASA 可证 $\triangle EDH \cong \triangle FDN$ ，根据全等三角形的性质即可证明 $DE = DF$ ；

(2) 根据全等三角形的性质可得 $HE = NF$ ，从而得到 y 关于 x 的函数关系式，以及 x 的定义域；

(3) 连接 HN ，根据三角形中位线的性质可得 x 为 1 时， $EF \parallel BC$ 。

【小问 1 详解】

解：取 AB 的中点记为 H ，取 AC 的中点记为 N 。连接 DH ， DN



$\because \angle A = 90^\circ$, 点 D 是 BC 边的中点,

$\therefore DH, DN$ 都是三角形中位线

$\therefore DN \parallel AB, DN = \frac{1}{2}AB, DH \parallel AC, DH = \frac{1}{2}AC$

$\because AB = AC = 2,$

$\therefore DH = DN = 1,$

$\therefore \angle NDH = 90^\circ,$

$\because \angle NDF + \angle NDE = 90^\circ, \angle NDE + \angle EDH = 90^\circ,$

$\therefore \angle EDH = \angle FDN,$

在 $\triangle EDH$ 与 $\triangle FDN$ 中,

$$\begin{cases} \angle EDH = \angle FDN \\ DH = DN \\ \angle EHD = \angle FND \end{cases},$$

$\therefore \triangle EDH \cong \triangle FDN,$

$\therefore DE = DF;$

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle EDH \cong \triangle FDN,$

$\therefore HE = NF,$

$$\therefore x - \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC - y$$

即 $y = 2 - x$

$\because E$ 是 AB 边上的一个动点 (不与 A, B 重合),

$\therefore 0 < x < 2;$

【小问 3 详解】

解: 连接 HN , 当 E 与 H 重合时, $EF \parallel BC,$

$\therefore$ 此时 $x = BH = 1,$

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, $EF \parallel BC.$