

2023 学年度第一学期期末质量抽查

八年级数学试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{xy^3}$

D. $\sqrt{x+y^3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的化简，最简二次根式的定义，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键。根据最简二次根式的定义判断即可。

【详解】解：A. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{8}$ 不是最简二次根式，不符合题意；

B. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 不是最简二次根式，不符合题意；

C. $\sqrt{xy^3} = |y|\sqrt{xy}$ 不是最简二次根式，不符合题意；

D. $\sqrt{x+y^3}$ ， $\sqrt{x+y^3}$ 是最简二次根式，符合题意。

故选：D。

2. 若等式 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 成立，则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a > 0$

B. $a \geq 0$

C. $a < 0$

D. $a \leq 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了二次根式有意义的条件，熟知二次根式有意义的条件是被开方数大于等于 0 是解题的关键。

【详解】解： $\because$ 等式 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 成立，

$\therefore a \geq 0$ ，

故选：B。

3. 下列关于 x 的方程中一定有实数解的是 ()

A. $x^2 - x + 1 = 0$

B. $x^2 - mx - 1 = 0$

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$

D. $x^2 - x - m = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ 时方程有解，逐个判断即可。

【详解】解：∵ A 、 $x^2 - x + 1 = 0$ ， $\Delta = -3 < 0$ ，故此方程无实数解，不符合题意；

B 、∵ $x^2 - mx - 1 = 0$ ， $\Delta = m^2 + 4 > 0$ ，故此方程有实数解，符合题意；

C 、∵ $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$ ， $\Delta = 4 - 4\sqrt{2} < 0$ ，故此方程无实数解，不符合题意；

D 、∵ $x^2 - x - m = 0$ ， $\Delta = 1 + 4m$ （由于 m 的值不确定，故 $1 + 4m$ 可以 ≥ 0 ，可以 < 0 ），故此方程不一定有实数解，不符合题意。

故选：B。

【点睛】此题考查了一元二次方程解得情况，解题的关键是熟练掌握一元二次方程判别式和解得关系。当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $b^2 - 4ac = 0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，一元二次方程没有实数根。

4. 已知函数 $y = kx$ 中， y 随 x 的增大而减小，那么反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像在（ ）

A. 第二、四象限内 B. 第一、二象限内 C. 第三、四象限内 D. 第一、三象限内

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查一次函数及反比例函数的图像与性质，熟练掌握系数对一次函数及反比例函数图像的影响是解决问题的关键。根据正比例函数图像与性质，由题意可知 $k < 0$ ，从而可得函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像在二、四象限。

【详解】解：∵ 函数 $y = kx$ 中， y 随 x 的增大而减小，

∴ $k < 0$ ，

∴ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像在二、四象限，

故选：A。

5. 到三角形三个顶点的距离相等的点是这个三角形的（ ）

A. 三条中线的交点 B. 三条内角平分线的交点
C. 三条高的交点 D. 三条边的垂直平分线的交点

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了线段垂直平分线的性质，熟知线段垂直平分线上的点到相等两端的距离相等是解题的关键.

【详解】解：到三角形三个顶点的距离相等的点是这个三角形的三条边的垂直平分线的交点，
故选：D.

6. 具有下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不是直角三角形的是（ ）

A. $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$

B. $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2$

C. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$

D. $a : b : c = 3 : 4 : 5$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理的逆定理，三角形内角和定理，根据三角形内角和为 180 度即可判断 A、C；根据三角形三边中，两较小边的平方等于较长边的平方，那么这个三角形是直角三角形可判断 B、D.

【详解】解：A、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

B、设 $a = x$ ， $b = \sqrt{3}x$ ， $c = 2x$ ($x \neq 0$)，

$$\therefore a^2 + b^2 = x^2 + 3x^2 = 4x^2 = c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

C、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 180^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 75^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形，符合题意；

D、设 $a = 3k$ ， $b = 4k$ ， $c = 5k$ ($k \neq 0$)，

$$\therefore a^2 + b^2 = 9k^2 + 16k^2 = 25k^2 = c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，不符合题意；

故选：C.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 计算 $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$ _____.

【答案】 $-\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 首先化简二次根式进而合并同类二次根式得出答案.

【详解】 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}$.

故答案为: $-\sqrt{3}$.

【点睛】 此题主要考查了二次根式的加减运算, 正确化简二次根式是解题关键.

8. $2 - \sqrt{2}$ 的一个有理化因式是_____.

【答案】 $2 + \sqrt{2}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的有理化. 根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化. 二次根式有理化主要利用了平方差公式, 所以一般二次根式的有理化因式是符合平方差公式的特点的式子. 即一项符号和绝对值相同, 另一项符号相反绝对值相同.

【详解】 解: $(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2}) = 4 - 2 = 2$,

$\therefore 2 - \sqrt{2}$ 的一个有理化因式是 $2 + \sqrt{2}$,

故答案为: $2 + \sqrt{2}$ (答案不唯一).

9. 方程 $x(2x-1) = 2x-1$ 的解为_____.

【答案】 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 先把 $(2x-1)$ 移项, 再提公因式 $(2x-1)$ 分解因式, 化成两个一元一次方程, 分别解两个一元一次方程即得.

本题主要考查了解一元二次方程. 熟练掌握用提公因式法分解因式解一元二次方程, 是解决问题的关键.

【详解】 $\because x(2x-1) = 2x-1$,

$\therefore x(2x-1) - (2x-1) = 0$,

$\therefore (2x-1)(x-1) = 0$,

$\therefore x-1=0, 2x-1=0$,

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

故答案为: $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

10. 在实数范围内分解因式: $x^2 + x - 1 =$ _____.

【答案】 $(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2})$

【解析】

【分析】 令多项式等于 0 求出方程的解, 即可得到因式分解的结果.

【详解】 解: 令 $x^2 + x - 1 = 0$,

解得: $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore x^2 + x - 1 = \left(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right).$

故答案为: $\left(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right).$

【点睛】 本题考查了实数范围中分解因式, 构造多项式等于 0 时的方程, 并求出解是解本题的关键.

11. 函数 $y = \sqrt{2x+1}$ 的定义域是_____.

【答案】 $x \geq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据二次根式成立的条件求解即可.

【详解】 解: 由题意可得: $2x+1 \geq 0$

解得: $x \geq -\frac{1}{2}$

故答案为: $x \geq -\frac{1}{2}$

【点睛】 本题考查二次根式成立的条件, 掌握二次根式的被开方数是非负数是本题的解题关键.

12. 已知点 $(2, 1)$ 在正比例函数 $y = kx$ 的图象上, 则 $k =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】将点 P (2, 1) 代入正比例函数解析式 $y=kx$, 然后解关于 k 的方程.

【详解】解: 根据题意, 得

$$1=2k,$$

$$\text{解得, } k=\frac{1}{2}$$

故答案是: $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 一次函数图象上的点的坐标, 一定满足该函数的解析式.

13. 某型号的手机经过连续两次降价, 每部售价由原来的 1152 元降到了 800 元. 设平均每次降价的百分率为 x , 列出关于 x 的方程_____.

$$\text{【答案】 } 1152(1-x)^2 = 800$$

【解析】

【分析】本题主要考查了从实际问题中抽象出一元二次方程, 设平均每次降价的百分率为 x , 则第一次降价后的售价为 $1152(1-x)$ 元, 则第二次降价后的售价为 $1152(1-x)^2$ 元, 据此列出方程即可.

【详解】解: 设平均每次降价的百分率为 x ,

$$\text{由题意得, } 1152(1-x)^2 = 800,$$

$$\text{故答案为: } 1152(1-x)^2 = 800.$$

14. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CH \perp AB$, 垂足为 H , $\angle ACH=30^\circ$, 且 $AH=3\text{cm}$, 那么 $AB=$ _____ cm .

【答案】 12

【解析】

【分析】本题主要考查了含 30 度角的直角三角形的性质, 三角形内角和定理, 先根据含 30 度角的直角三角形的性质得到 $AC=2AH=6\text{cm}$, 由三角形内角和定理求出 $\angle A=90^\circ-\angle ACH=60^\circ$, 进而求出 $\angle B=90^\circ-\angle A=30^\circ$, 则 $AB=2AC=12\text{cm}$.

【详解】解: $\because CH \perp AB$,

$$\therefore \angle AHC=90^\circ,$$

$$\because \angle ACH=30^\circ, \quad AH=3\text{cm},$$

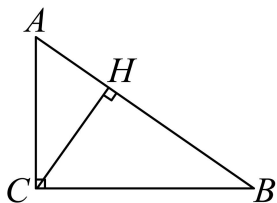
$$\therefore AC=2AH=6\text{cm}, \quad \angle A=90^\circ-\angle ACH=60^\circ,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B=90^\circ-\angle A=30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2AC = 12\text{cm},$$

故答案为：12.



15. AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E , 若 $\angle BAC = 100^\circ$, 则 $\angle ADE =$ _____.

【答案】 50° ## 50 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了角平分线的定义, 平行线的性质, 先根据角平分线的定义得到 $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ$, 再由平行线的性质即可得到 $\angle ADE = \angle BAD = 50^\circ$.

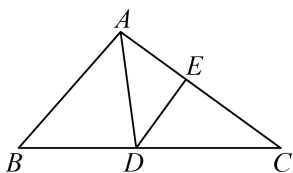
【详解】 解: $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\angle BAC = 100^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAD = 50^\circ,$$

故答案为: 50° .



16. 点 A 的坐标为 $(1, 4)$, 点 P 在 x 轴上, 且 $PA = 5$, 则点 P 的坐标为 _____.

【答案】 $(4, 0)$ 或 $(-2, 0)$

【解析】

【分析】 此题考查了坐标系中点的坐标, 设 $P(x, 0)$, 根据两点间的距离公式求出 x 的值即可, 熟知在 x 轴上点的纵坐标为 0 及两点间的距离公式是解题的关键.

【详解】 解: $\because$ 点 P 在 x 轴上,

$$\therefore P(x, 0),$$

$$\because \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (1, 4), \quad PA = 5,$$

$$\therefore (x-1)^2 + 4^2 = 5^2,$$

解得: $x=4$ 或 $x=-2$,

$\therefore$ 点 $P(4,0)$ 或 $P(-2,0)$,

故答案为: $(4,0)$ 或 $(-2,0)$.

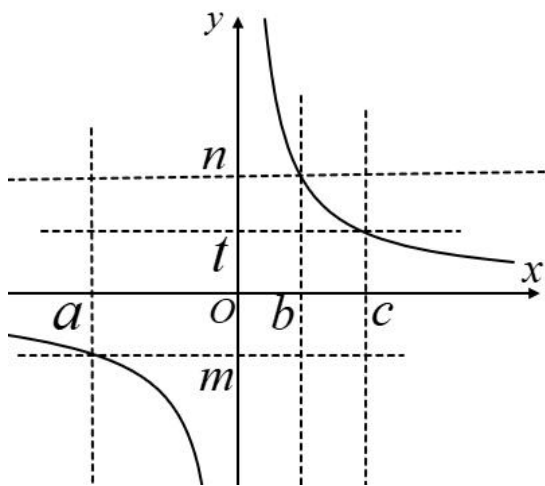
17. 已知三点 (a, m) 、 (b, n) 和 (c, t) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图像上, 若 $a < 0 < b < c$, 则 m 、 n 和 t 的大小关系是 _____. (用 “ $<$ ” 连接)

【答案】 $m < t < n$

【解析】

【分析】 先画出反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图像, 在函数图象上描出点 (a, m) 、 (b, n) 和 (c, t) , 再利用函数图象可得答案.

【详解】 解: 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图像在第一, 三象限,



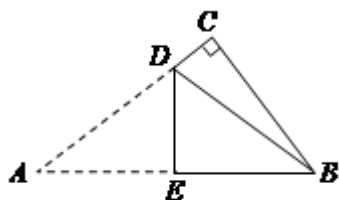
而点 (a, m) 、 (b, n) 和 (c, t) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图像上, $a < 0 < b < c$,

$\therefore m < 0 < t < n$, 即 $m < t < n$.

故答案为: $m < t < n$

【点睛】 本题考查的是反比例函数的图象与性质, 掌握“利用数形结合比较反比例函数值的大小”是解本题的关键.

18. 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$. 现将 $\triangle ABC$ 进行折叠, 使顶点 A , B 重合, 则折痕 $DE =$ _____ cm .



【答案】 $\frac{15}{8}$

【解析】

【详解】解：在直角 $\triangle ABC$ 中， $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\text{cm}$ ，

则 $BE = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}\text{cm}$ 。

设 $DB = x$, $DC = 4 - x$,

$$\therefore x^2 = (4 - x)^2 + 3^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{25}{8},$$

$$\therefore DE = \sqrt{BD^2 - BE^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{15}{8}.$$

故答案为： $\frac{15}{8}$

三、解答题（本大题共 9 题，满分 58 分）

19. 计算： $\left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48}\right) \div 2\sqrt{3}$

【答案】 $\frac{14}{3}$

【解析】

【分析】先把括号内的各二次根式化为最简二次根式，然后合并后进行二次根式的除法运算；

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：原式} &= \left(6\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3}\right) \div 2\sqrt{3}, \\ &= \frac{28\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3}, \\ &= \frac{14}{3}. \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式。

20. 解方程: $(2x-1)^2 - 4x + 2 = 0$.

【答案】 $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程. 熟练掌握因式分解法解一元二次方程是解题的关键.
根据因式分解法解一元二次方程即可.

【详解】 解: $(2x-1)^2 - 4x + 2 = 0$,

$$(2x-1)^2 - 2(2x-1) = 0,$$

$$(2x-1-2)(2x-1) = 0,$$

$$\therefore 2x-1-2=0 \text{ 或 } 2x-1=0,$$

解得, $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$.

21. 如果方程 $(m-2)x+7=0$ 是关于 x 的一元一次方程, 试判断关于 y 的方程 $y(y+2m)+m(1-y)-1=0$ 的根的情况, 并说明理由.

【答案】 关于 y 的方程 $y(y+2m)+m(1-y)-1=0$ 有两个不相等的实数根, 理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式, 一元一次方程的定义, 根据一元一次方程的定义得到 $m-2 \neq 0$, 即 $m \neq 2$, 再把原方程整理得到 $y^2 + my + m - 1 = 0$, 进而求出 $\Delta = (m-2)^2 > 0$, 据此可得结论.

【详解】 解: 关于 y 的方程 $y(y+2m)+m(1-y)-1=0$ 有两个不相等的实数根, 理由如下:

$\because$ 方程 $(m-2)x+7=0$ 是关于 x 的一元一次方程,

$$\therefore m-2 \neq 0, \text{ 即 } m \neq 2,$$

$$\because y(y+2m)+m(1-y)-1=0,$$

$$\therefore y^2 + 2my + m - my - 1 = 0,$$

$$\therefore y^2 + my + m - 1 = 0,$$

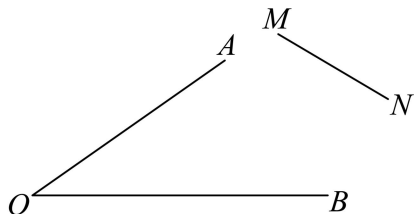
$$\therefore \Delta = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2,$$

$$\because m \neq 2,$$

$\therefore \Delta > 0$,

$\therefore$ 关于 y 的方程 $y(y+2m)+m(1-y)-1=0$ 有两个不相等的实数根.

22. 已知 $\angle AOB$ 及线段 MN , 求一点 P 使点 P 到 OA 、 OB 的距离相等, 且 $PM=PN$. (不写画法, 要有结论)

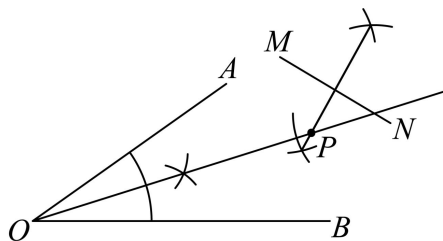


【答案】见解析

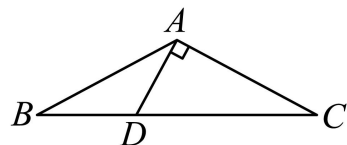
【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的性质和尺规作图, 线段垂直平分线的性质和尺规作图, 点 P 到 OA 、 OB 的距离相等, 则点 P 在 $\angle AOB$ 的角平分线上, $PM=PN$, 则点 P 在线段 MN 的垂直平分线上, 据此作出 $\angle AOB$ 的角平分线和线段 MN 的垂直平分线, 二者的交点即为点 P .

【详解】解: 如图所示, 点 P 即为所求.



23. 已知如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=30^\circ$, $AD \perp AC$, 求证: $CD=2BD$.



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质与判定, 三角形内角和定理, 含 30° 度角的直角三角形的小侄子, 先根据等边对等角得到 $\angle C = \angle B = 30^\circ$, 则由三角形内角和定理得到 $\angle BAC = 120^\circ$, 由垂直的定义得到 $\angle DAC = 90^\circ$, 则 $CD = 2AD$, $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 30^\circ$, 进一步证明 $\angle B = \angle BAD$, 得到 $BD = AD$, 则 $CD = 2BD$.

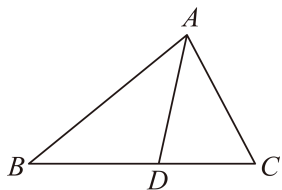
【详解】证明: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=30^\circ$,

$\therefore \angle C = \angle B = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 120^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\because AD \perp AC, \\
&\therefore \angle DAC = 90^\circ, \\
&\therefore CD = 2AD, \quad \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 30^\circ, \\
&\therefore \angle B = \angle BAD, \\
&\therefore BD = AD, \\
&\therefore CD = 2BD.
\end{aligned}$$

24. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $AB = 6$, $AC = 4$, $S_{\triangle ABD} = 9$, 求 $S_{\triangle ADC}$.



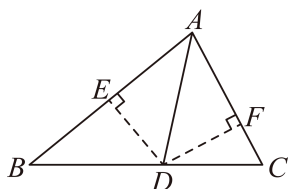
【答案】6

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的性质, 三角形面积计算, 过点 D 作 $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E 、 F , 根据三角形面积计算公式求出 $DE = 3$, 再由角平分线的性质得到 $DF = DE = 3$, 据此利用三角形面积计算公式求解即可.

【详解】解: 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E 、 F ,

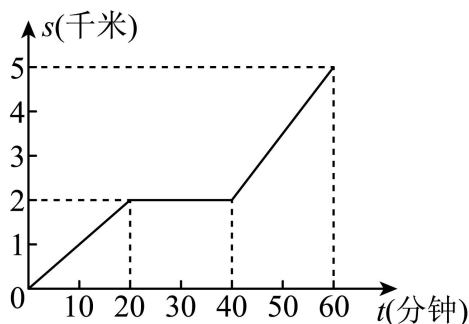
$$\begin{aligned}
&\because AB = 6, \quad S_{\triangle ABD} = 9, \\
&\therefore \frac{1}{2} AB \cdot DE = 9, \\
&\therefore DE = 3, \\
&\because AD \text{ 平分 } \angle BAC, \quad DE \perp AB, \quad DF \perp AC, \\
&\therefore DF = DE = 3, \\
&\because AC = 4, \\
&\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DF = 6.
\end{aligned}$$



25. 甲、乙两人同时从 A 地前往相距 5 千米的 B 地. 甲骑自行车, 途中修车耽误了 20 分钟, 甲行驶的路程 s (千米) 关于时间 t (分钟) 的函数图像如图所示; 乙慢跑所行的路程 s (千米) 关于时间 t (分钟) 的函

数解析式为 $s = \frac{1}{12}t$ ($0 \leq t \leq 60$).

- (1) 在图中画出乙慢跑所行的路程关于时间的函数图像;
- (2) 乙慢跑的速度是每分钟_____千米;
- (3) 甲修车后行驶的速度是每分钟_____千米;
- (4) 甲、乙两人在出发后, 中途_____分钟时相遇.



【答案】(1) 图像见解析; (2) $\frac{1}{12}$; (3) $\frac{3}{20}$; (4) 24.

【解析】

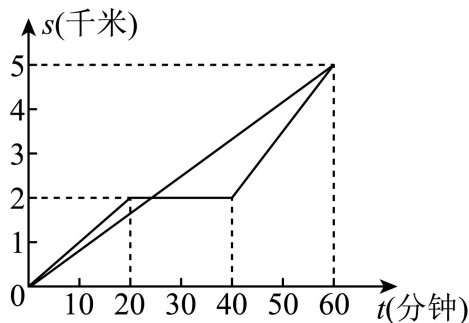
【分析】(1) 根据所给解析式可知函数过原点, 并过点 (60, 5), 由这两点即可得出答案.

(2) 乙慢跑的速度即是乙慢跑所行的路程 s (千米) 关于时间 t (分钟) 的函数解析式的斜率;

(3) 甲修车后行驶路程是 3km, 所用时间是 20min, 即可求出速度;

(4) 甲乙相遇, 体现在 (1) 中的图形即是它们的交点, 即求出交点得出答案.

【详解】(1) 所画图形如下所示:



(2) 乙慢跑的速度为: $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ 千米/分钟;

(3) 甲修车后行驶 20min, 所行路程为 3km,

故甲修车后行驶的速度为: $3 \div 20 = \frac{3}{20}$ km/min;

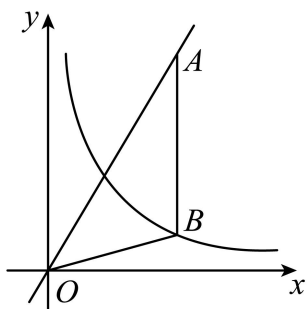
(4) 由甲行驶的路程 s (千米) 关于时间 t (分钟) 的函数图象与乙慢跑所行的路程 s (千米) 关于时间 t (分钟) 的函数图象可知:

在距离 A 地 2km 处甲乙相遇, 此时乙行驶了 $2 \times 12 = 24$ 分钟,

即甲、乙两人在出发后, 中途 24 分钟时相遇.

【点睛】 本题考查了一次函数的实际应用，难度不大，读懂题意是关键，同时注意与图形结合解答问题.

26. 如图，已知正比例函数图像经过点 $A(m, 6)$ 和点 $(2, 3)$.



(1) 求正比例函数的解析式及 m 的值;

(2) 过点 A 作 y 轴的平行线，与反比例函数在第一象限内的分支交于点 B (点 B 在点 A 下方)，若 $\triangle ABO$ 的面积为 10，求反比例函数的解析式.

【答案】 (1) 正比例函数解析式为 $y = \frac{3}{2}x$, $m = 4$

(2) $y = \frac{4}{x}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求正比例函数解析式，反比例函数比例系数的几何意义，求正比例自变量的值:

(1) 先利用待定系数法求出正比例函数解析式，进而求出 m 的值即可;

(2) 延长 AB 交 x 轴于 C , 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k_1}{x} (k_1 \neq 0)$, 先证明 $AB \perp x$ 轴, 则 $OC = 4$, $AC = 6$,

再求出 $S_{\triangle BOC} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle AOB} = 2$, 则 $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}k_1 = 2$, 可得 $k_1 = 4$, 则反比例函数解析式为 $y = \frac{4}{x}$.

【小问 1 详解】

解: 设正比例函数解析式为 $y = kx (k \neq 0)$,

把 $(2, 3)$ 代入 $y = kx (k \neq 0)$ 中得: $3 = 2k$, 解得 $k = \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = \frac{3}{2}x$,

在 $y = \frac{3}{2}x$ 中, 当 $y = \frac{3}{2}x = 6$ 时, $x = 4$,

$\therefore m = 4$;

【小问 2 详解】

解: 延长 AB 交 x 轴于 C , 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k_1}{x} (k_1 \neq 0)$,

$\therefore AB \parallel y$ 轴,

$\therefore AB \perp x$ 轴,

$\therefore A(4, 6)$,

$\therefore OC = 4, AC = 6$,

$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}OC \cdot AC = 12$,

$\therefore \triangle ABO$ 的面积为 10,

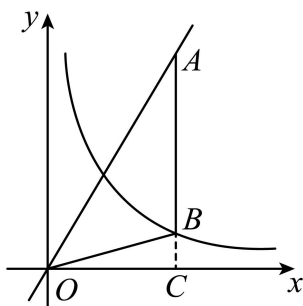
$\therefore S_{\triangle BOC} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle AOB} = 2$,

$\therefore$ 点 B 在反比例函数图象上,

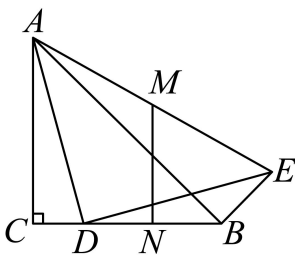
$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}k_1 = 2$,

$\therefore k_1 = 4$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{4}{x}$.



27. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 是 BC 边上一点 (不与点 B 、 C 重合), 过 D 且垂直于 AD 的直线与过 B 且垂直于 AB 的直线相交于点 E , 点 M 是 AE 的中点.



(1) 若 N 为 BD 的中点, 求证: $MN \perp CB$;

(2) 若 $AC = BC = 2$, 点 D 为 BC 的中点, 求 AE 的长;

(3) 若 $AC = BC = 2$, 设 $CD = x$, 试用 x 的代数式表示 DM 的长.

【答案】 (1) 证明见解析

(2) $\sqrt{10}$

(3) $\frac{\sqrt{2x^2+8}}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质与判定，等腰直角三角形的性质与判定，勾股定理，直角三角形的性质：

(1) 如图所示，连接 BM ， DM ，由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $DM = BM = \frac{1}{2}AE$ ，则由三线合一理可得 $MN \perp CB$ ；

(2) 如图所示，在 AC 上取一点 G 使得 $CG = CD$ ，连接 GD ，证明 $\triangle GAD \cong \triangle BDE$ (ASA)，得到 $AD = DE$ ，求出 $CD = \frac{1}{2}BC = 1$ ，则 $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{5}$ ，进而得到 $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{10}$ ；

(3) 同 (2) 求出 $AE = \sqrt{2x^2+8}$ ，则 $DM = \frac{1}{2}AE = \frac{\sqrt{2x^2+8}}{2}$ 。

【小问 1 详解】

证明：如图所示，连接 BM ， DM ，

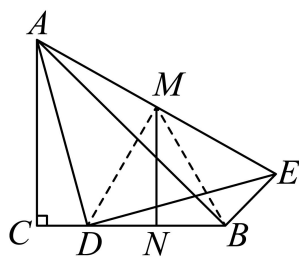
$\because AD \perp DE$ ， $AB \perp BE$ ，点 M 是 AE 的中点，

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AE, \quad BM = \frac{1}{2}AE,$$

$$\therefore DM = BM,$$

又 $\because N$ 为 BD 的中点，

$$\therefore MN \perp CB;$$



【小问 2 详解】

解：如图所示，在 AC 上取一点 G 使得 $CG = CD$ ，连接 GD ，

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CGD = \angle CDG = 45^\circ, \quad \angle CAD + \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGD = 135^\circ,$$

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore AC - CG = BC - CD, \text{ 即 } AG = BD, \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\because AB \perp BE, \text{ 即 } \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = 135^\circ = \angle AGD,$$

$$\because AD \perp DE, \text{ 即 } \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDA + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BDE,$$

$$\therefore \triangle GAD \cong \triangle BDE (\text{ASA}),$$

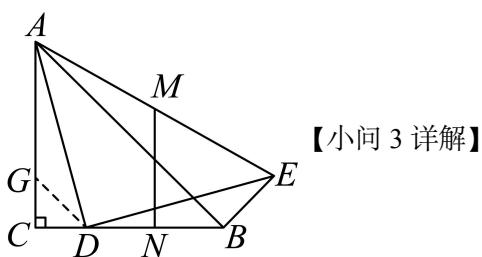
$$\therefore AD = DE,$$

$$\because \text{点 } D \text{ 为 } BC \text{ 的中点},$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 1,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{10};$$



【小问 3 详解】

解：如图所示，在 AC 上取一点 G 使得 $CG = CD$ ，连接 GD ，

同理可证明 $AD = DE$ ，

$$\because AC = BC = 2, \quad CD = x,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{x^2 + 4},$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{2x^2 + 8},$$

$\because$ 点 M 是 AE 的中点，

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AE = \frac{\sqrt{2x^2 + 8}}{2}.$$

