

数学 (八)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{a^2} = \pm a$

B. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$

C. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

D. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式加减运算法则, 二次根式的性质, 直接利用二次根式加减运算法则判断即可.

【详解】 解: A. $\sqrt{a^2} = |a|$, 原计算错误;

B. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = |a| + |b|$, 原计算错误;

C. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$, 原计算正确;

D. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, 原计算错误;

故选 C.

2. 下列判断正确的是 ()

A. 代数式 $\sqrt{x^2 + 1}$ 一定是二次根式;

B. $3x^2 - \sqrt{2}x = 0$ 是一元二次方程;

C. $2x^2 - 2x = 1$ 能分解为 $\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$

D. 如果 $\frac{x}{y} = -\frac{1}{4}$, 那么 x 、 y 不成正比例关系;

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式、一元二次方程、因式分解、成正比例, 根据二次根式、一元二次方程、成正比例的定义及因式分解的运算逐项判断即可求解, 掌握二次根式、一元二次方程、成正比例的定义及因式分解的运算是解题的关键.

【详解】 A、 $\because x^2 + 1 > 0$,

$\therefore$ 代数式 $\sqrt{x^2 + 1}$ 一定是二次根式,

故该选项正确，符合题意；

B、 $\because$ 方程根号里面含有未知数 x

$\therefore 3x^2 - \sqrt{2x} = 0$ 不是整式方程，即 $3x^2 - \sqrt{2x} = 0$ 不是一元二次方程，

故该选项错误，不符合题意；

C、 $\because \left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 - x - 1$,

$\therefore 2x^2 - 2x = 1$ 不能分解为 $\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$,

故该选项错误，不符合题意；

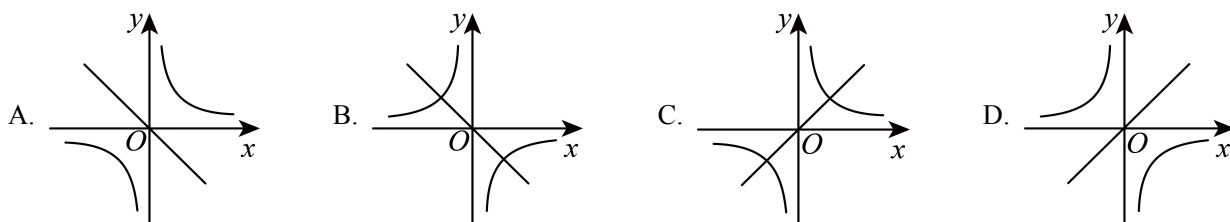
D、 $\because \frac{x}{y} = -\frac{1}{4}$,

$\therefore x$ 、 y 成正比例，

故该选项错误，不符合题意；

故选：A.

3. 设 $k < 0$ ，那么函数 $y = kx$ 和函数 $y = -\frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的大致图像可能是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了根据函数解析式确定反比例函数的图象和正比例函数的图象，根据 $k < 0$ ，得到正比例函数的图象经过第二、四象限，反比例函数的图象经过第一、三象限，即可求解，掌握反比例函数的图象和正比例函数的图象与系数的关系是解题的关键.

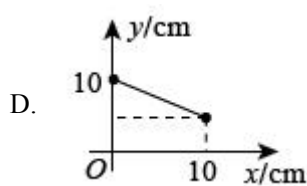
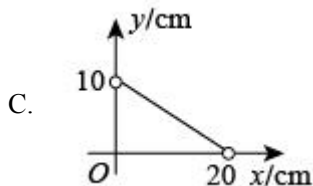
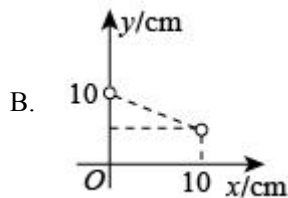
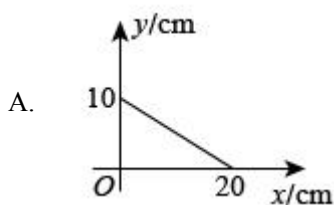
【详解】解： $\because k < 0$,

$\therefore -k > 0$,

$\therefore$ 正比例函数的图象经过第二、四象限，反比例函数的图象经过第一、三象限，

故选：A.

4. 若等腰三角形的周长是 20cm，则能反映这个等腰三角形的腰长 y cm 与底边长 x cm 的函数关系的图像是 ()



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据三角形的周长公式，可得函数解析式，根据三角形的两边之和大于第三边，三角形的边是正数，可得自变量的取值范围，可得答案.

【详解】 解：根据题意得 $2y+x=20$.

$$\therefore y=10-\frac{1}{2}x,$$

由 $y+y>x$ ，即 $20-x>x$ ，得 $x<10$ ，

又 $x>0$ ，

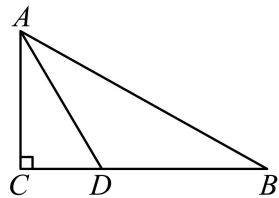
$$\therefore 0<x<10,$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数关系式为 } y=10-\frac{1}{2}x \quad (0<x<10);$$

故选： B.

【点睛】 本题考查了函数图像，利用三角形的两边之和大于第三边，三角形的边是正数得出自变量的取值范围是解题关键.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，若 $BC = 9$ ， $BD = 5$ ，则点 D 到 AB 的距离为 ()



A. 9

B. 6

C. 5

D. 4

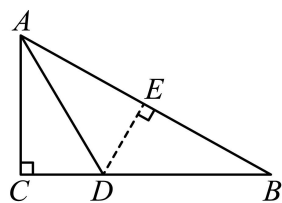
【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查的是角平分线的性质定理的应用，本题过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，再证明 $DC = DE$ ，从而

可得答案.

【详解】解：如图，过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



$\therefore \angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，

$\therefore DC = DE$ ，

$\therefore BC = 9$ ， $BD = 5$ ，

$\therefore CD = 9 - 5 = 4$ ，

$\therefore DE = 4$ ，

$\therefore$ 点 D 到 AB 的距离为 4.

故选 D

6. 下列命题中，真命题是（ ）

A. “把两个图形叠合”是命题；

B. 每一个命题一定有逆命题

C. 真命题的逆命题一定是真命题

D. 每一个定理一定有逆定理

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了命题，根据命题的定义及有关概念逐项判断即可求解，掌握命题的定义及有关概念是解题的关键.

【详解】解：A、“把两个图形叠合”不是命题，不符合题意；

B、每一个命题一定有逆命题，正确，符合题意；

C、真命题的逆命题不一定是真命题，故错误，不符合题意；

D、每一个定理一定有逆命题，但不一定是逆定理，故错误，不符合题意；

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 化简： $\sqrt{x^4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 x^2

【解析】

【分析】本题考查了二次根式的化简，幂的乘方的逆运算，由幂的乘方的逆运算把算式转化为 $\sqrt{(x^2)^2}$ ，再根据二次根式的性质即可求解，掌握二次根式的性质及幂的乘方的逆运算是解题的关键.

【详解】解： $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$,

故答案为： x^2 .

8. 如果等式 $\sqrt{(3-x)(x+4)} = \sqrt{3-x} \cdot \sqrt{x+4}$ 成立，需要添加条件_____.

【答案】 $-4 \leq x \leq 3$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件，根据被开方数 $a \geq 0$ 列不等式组即可求解，掌握二次根式有意义的条件是解题的关键.

【详解】 解： 根据题意可得，
$$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

解得 $-4 \leq x \leq 3$,

故答案为： $-4 \leq x \leq 3$.

9. 解不等式 $\sqrt{3}x+1 > 2x$ ，原不等式的解集是 x _____.

【答案】 $< 2 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式，直接根据解一元一次不等式的步骤计算即可求解，掌握不等式的基本性质是解题的关键.

【详解】 解： 移项得， $\sqrt{3}x - 2x > -1$,

合并同类项得， $(\sqrt{3} - 2)x > -1$,

系数化为1得， $x < \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$,

即 $x < 2 + \sqrt{3}$,

故答案为： $< 2 + \sqrt{3}$.

10. 已知一元二次方程 $x^2 + (m^2 - 4)x = 0$ 有一个根是 3，那么 $m =$ _____.

【答案】 ± 1

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根，解题的关键是把 $x = 3$ 代入原方程，求出 m 的值.

【详解】 解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 + (m^2 - 4)x = 0$ 有一个根是 3，

$\therefore 9 + 3(m^2 - 4) = 0$, 解得 $m = \pm 1$,

故答案为: ± 1 .

11. 已知关于 x 的方程 $(m+1)x^2 + 2x = 1$ 有两个实数根, 那么 m _____.

【答案】 $m > -2$ 且 $m \neq -1$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程根的概念和根的判别式, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

【详解】 解: 关于 x 的方程 $(m+1)x^2 + 2x = 1$ 有两个实数根,

$$\therefore \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ 4 + 4(m+1) > 0 \end{cases}, \text{ 解得: } m > -2 \text{ 且 } m \neq -1,$$

故答案为: $m > -2$ 且 $m \neq -1$.

12. 已知关于 x 的方程 $ax^2 - bx + c = 0$ 有一个根是 -1 , 那么 $a + b + c =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了方程的解的定义, 掌握定义“一元二次方程的根就是一元二次方程的解, 就是能够使方程左右两边相等的未知数的值”是解题的关键.

【详解】 把 $x = -1$ 代入方程得: $a + b + c = 0$,

故答案为: 0.

13. 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的定义域是 _____

【答案】 $x \geq -1$.

【解析】

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【详解】 由题意得, $x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -1$.

故答案为 $x \geq -1$.

14. 如果正比例函数 $y = \frac{x}{1-2k}$ 的图象经过第二、四象限, 那么 k 的取值范围是 _____.

【答案】 $k > \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了正比例函数的图象，根据正比例函数 $y = \frac{x}{1-2k}$ 的图象经过第二、四象限得到 $1-2k < 0$ ，

解不等式即可求解，掌握正比例函数的图象特点是解题的关键.

【详解】 解： $\because$ 正比例函数 $y = \frac{x}{1-2k}$ 的图象经过第二、四象限，

$$\therefore 1-2k < 0,$$

$$\text{解得 } k > \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } k > \frac{1}{2}.$$

15. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图像上三点的坐标分别是 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) ，且 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，试判断 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系_____.

【答案】 $y_2 < y_1 < y_3$

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数图象和性质，根据反比例函数的图象和性质即可求解，掌握反比例函数图象和性质是解题的关键.

【详解】 解： $\because k > 0$ ，

$\therefore$ 双曲线分布在第一、三象限，在每一支曲线上， y 随 x 的增大而减小，且 $x > 0$ 时， $y > 0$ ， $x < 0$ 时， $y < 0$ ，

$$\because x_1 < x_2 < 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < 0,$$

$$\because 0 < x_3,$$

$$\therefore y_3 > 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3,$$

故答案为: $y_2 < y_1 < y_3$.

16. 经过原点 O 且半径 6 的圆的圆心的轨迹是_____.

【答案】 以点 O 为圆心，6cm 长为半径的圆

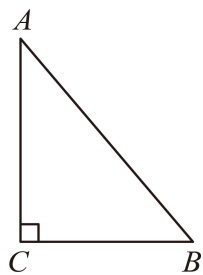
【解析】

【分析】此题考查了点的运动轨迹问题和点和圆的位置关系与数量之间的联系. 根据点和圆的位置关系与数量之间的联系进行分析.

【详解】解: 根据题意, 圆心应满足到原点 O 的距离恒等于 6cm , 即经过定点 O , 且半径为 6cm 的圆的圆心轨迹是以点 O 为圆心, 6cm 长为半径的圆.

故答案为: 以点 O 为圆心, 6cm 长为半径的圆.

17. 《九章算术》是我国古代重要的数学著作之一, 其中记载了一道“折竹抵地”问题: 今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 问折者高几何? 译为: 如图 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AC 与 AB 的和为 10 尺, BC 为 3 尺, 求 AC 的长, $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ 尺.



【答案】 $\frac{91}{20}$

【解析】

【分析】本题主要考查了勾股定理的实际应用, 设 $AC = x$ 尺, 则 $AB = (10 - x)$ 尺, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $(10 - x)^2 = x^2 + 3^2$, 解方程即可得到答案.

【详解】解: 设 $AC = x$ 尺, 则 $AB = (10 - x)$ 尺,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$$\therefore (10 - x)^2 = x^2 + 3^2,$$

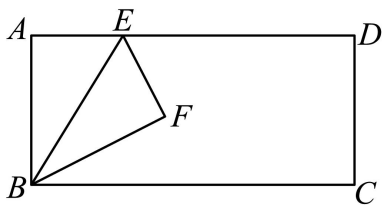
$$\text{解得 } x = \frac{91}{20},$$

$$\therefore AC = \frac{91}{20} \text{ 尺},$$

故答案为: $\frac{91}{20}$.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 10$, $AD = 18$, 点 E 是边 AD 上一动点, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠, 使得

点 A 落在点 F 处, 点 F 分别到 AD 、 BC 的距离分别记为 h_1 , h_2 . 若 $\frac{h_1}{h_2} = 4$, 则 AE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

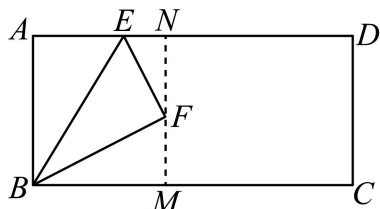


【答案】 $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ 或 $10\sqrt{2}$

【解析】

【分析】分两种情况：当点 F 在矩形 $ABCD$ 内时，过点 F 作 $MN \parallel AB$ 交 BC 于 M ，交 AD 于 N ；当点 F 在矩形 $ABCD$ 外，过点 F 作 $FN \parallel AB$ 交 BC 于 M ，交 AD 于点 N ，则四边形 $ABMN$ 是矩形，分别利用矩形的性质、折叠的性质、勾股定理，进行计算即可得到答案.

【详解】解：如图，当点 F 在矩形 $ABCD$ 内时，过点 F 作 $MN \parallel AB$ 交 BC 于 M ，交 AD 于 N ，



则四边形 $ABMN$ 是矩形，

$$\therefore MN = AB = 10,$$

$$\therefore FN + FM = 10,$$

$\because$ 点 F 分别到 AD 、 BC 的距离分别记为 h_1 ， h_2 ， $\frac{h_1}{h_2} = 4$ ，

$$\therefore \frac{FN}{FM} = 4,$$

$$\therefore FN = h_1 = 8, \quad FM = h_2 = 2,$$

由折叠可知： $BF = AB = 10$ ， $EF = AE$ ，

$$\therefore BM = \sqrt{BF^2 - FM^2} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6},$$

$$\therefore AN = BM = 4\sqrt{6},$$

设 $AE = x$ ，则 $AE = EF = x$ ， $EN = AN - AE = 4\sqrt{6} - x$ ，

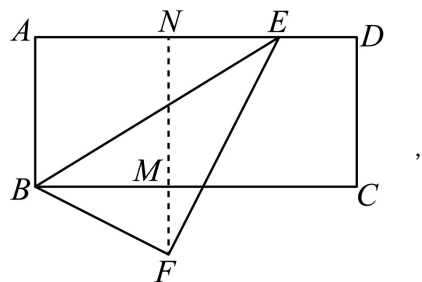
在 $\text{Rt}\triangle EFN$ 中，由勾股定理得： $EF^2 = EN^2 + NF^2$ ，

$$\therefore x^2 = (4\sqrt{6} - x)^2 + 8^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{10\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{10\sqrt{6}}{3};$$

如图, 当点 F 在矩形 $ABCD$ 外, 过点 F 作 $FN \parallel AB$ 交 BC 于 M , 交 AD 于点 N , 则四边形 $ABMN$ 是矩形,



$$\therefore MN = AB = 10,$$

$$\because \text{点 } F \text{ 分别到 } AD、BC \text{ 的距离分别记为 } h_1, h_2, \frac{h_1}{h_2} = 4,$$

$$\therefore \frac{FN}{FM} = 4, \text{ 即 } \frac{FM + MN}{FM} = 4,$$

$$\therefore FN = h_1 = \frac{40}{3}, \quad FM = h_2 = \frac{10}{3},$$

由折叠可知: $BF = AB = 10$, $EF = AE$,

$$\therefore BM = \sqrt{BF^2 - FM^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{20\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore AN = BM = \frac{20\sqrt{2}}{3},$$

$$\text{设 } AE = x, \text{ 则 } AE = EF = x, \quad EN = AE - AN = x - \frac{20\sqrt{2}}{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle EFN$ 中, 由勾股定理得: $EF^2 = EN^2 + NF^2$,

$$\therefore x^2 = \left(x - \frac{20\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{40}{3}\right)^2,$$

$$\text{解得: } x = 10\sqrt{2},$$

$$\therefore AE = 10\sqrt{2},$$

综上所述, AE 的长为 $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ 或 $10\sqrt{2}$,

故答案为: $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ 或 $10\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查了矩形的性质、折叠的性质、勾股定理, 熟练掌握以上知识点, 采用分类讨论的思想解题, 是解此题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 满分 22 分)

19. 化简: $(\sqrt{2}+1)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - (\sqrt{3}-2)^0$.

【答案】 $4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的运算, 利用完全平方公式、平方差公式、二次根式的性质、零指数幂公式分别化简, 再进行加减运算即可得到结果, 掌握二次根式的性质及运算法则是解题的关键.

【详解】 解: 原式 $= 2 + 2\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 + (\sqrt{2} - 1) - 1$,
 $= 2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 - 1$,
 $= 4\sqrt{2}$.

20. 用配方法解方程: $3x^2 + 6x - 1 = 0$

【答案】 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

【解析】

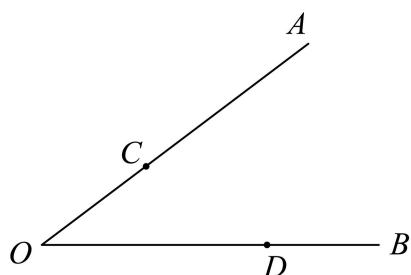
【分析】 先将二次项系数化为 1, 然后根据配方法, 可即答案.

【详解】 解: $x^2 + 2x - \frac{1}{3} = 0$
 $x^2 + 2x + 1 = 1 + \frac{1}{3}$
 $(x+1)^2 = \frac{4}{3}$
 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$
故答案为 $x_1 = +\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

【点睛】 本题考查了配方法解一元二次方程, 解题时要注意解题步骤的准确应用. 选择用配方法解一元二

次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数.

21. 如图，已知 $\angle AOB$ 和 OA 、 OB 上各有一点 C 、 D .



- (1) 求作点 P ，使 P 到 $\angle AOB$ 两边的距离相等，且 $CP = DP$ ；(不写作法，需要结论)
- (2) 连接 CP 、 DP ，求证： $\angle OCP + \angle ODP = 180^\circ$.

【答案】(1) 作图见解析；

(2) 证明见解析.

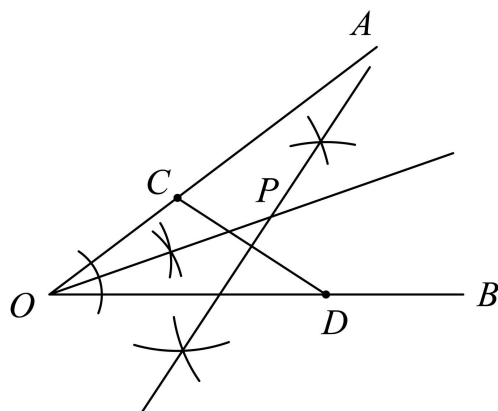
【解析】

【分析】本题考查了角平分线、线段垂直平分线的画法和性质，全等三角形的判定和性质，根据题意，正确画出图形是解题的关键.

- (1) 分别作 $\angle AOB$ 的平分线，线段 CD 的垂直平分线，两条线相交于点 P ，点 P 即为所求；
- (2) 连接 CP 、 DP ，过点 P 作 $PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$ ，证明 $\text{Rt}\triangle PMC \cong \text{Rt}\triangle PND$ ，得到 $\angle PCM = \angle PDN$ ，由 $\angle OCP + \angle PCM = 180^\circ$ 等量代换即可求证；

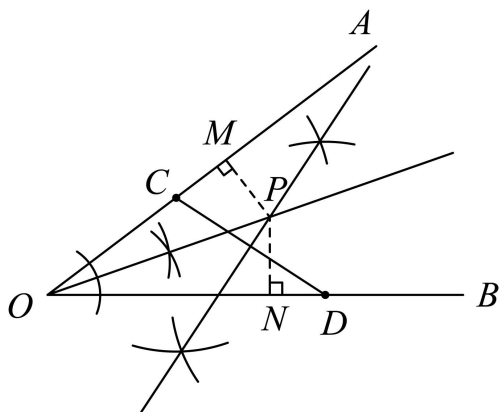
【小问 1 详解】

解：如图，点 P 即为所求作的点；



【小问 2 详解】

解：如图，连接 CP 、 DP ，过点 P 作 $PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$ ，垂足分别为 M 、 N ，



$\because OP$ 平分 $\angle AOB$, $PM \perp OA$, $PN \perp OB$,

$\therefore PM = PN$, $\angle PMC = \angle PND = 90^\circ$,

$\because$ 点 P 在线段 CD 的垂直平分线上,

$\therefore PC = PD$,

在 $\text{Rt}\triangle PMC$ 和 $\text{Rt}\triangle PND$ 中,

$$\therefore \begin{cases} PM = PN \\ PC = PD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PMC \cong \text{Rt}\triangle PND (\text{HL})$,

$\therefore \angle PCM = \angle PDN$,

$\because \angle OCP + \angle PCM = 180^\circ$,

$\therefore \angle OCP + \angle PDN = 180^\circ$,

即 $\angle OCP + \angle ODP = 180^\circ$.

22. 已知 $y = y_1 - y_2$, y_1 与 $(x-1)$ 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x=2$ 时, $y=1$; 当 $x=-2$ 时, $y=-2$. 求 y 关于 x 的函数解析式.

【答案】 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】此题考查了正比例函数的定义, 反比例函数的定义, 设 $y_1 = a(x-1)$, $y_2 = \frac{b}{x}$, 得到 $y = a(x-1) - \frac{b}{x}$, 代入已知数据, 得到关于 a 、 b 的二元一次方程组, 解方程组即可求解, 正确理解正比例函数与反比例函数的定义并正确计算是解题的关键.

【详解】解: 设 $y_1 = a(x-1)$, $y_2 = \frac{b}{x}$,

$\because y = y_1 - y_2$,

$$\therefore y = a(x-1) - \frac{b}{x},$$

∴ 当 $x=2$ 时, $y=1$; 当 $x=-2$ 时, $y=-2$,

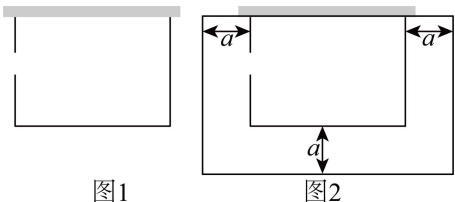
$$\therefore \begin{cases} a - \frac{b}{2} = 1 \\ -3a + \frac{b}{2} = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-1) - \frac{-1}{x} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2}.$$

四、解答题 (本大题共 4 题, 满分 26 分)

23. 如图 1, 要建一个面积为 140 平方米的长方形仓库, 仓库的一边靠墙, 这堵墙长 16 米; 在与墙垂直的一边, 要开一扇 2 米宽的门, 已知围建仓库的现有木板材料可使新建板墙的总长为 32 米.



- (1) 这个仓库设计的长和宽分别为多少米;
(2) 如图 2, 要在仓库外铺一圈宽为 a 米、总面积为 76 平方米的地砖, 求 a 的值.

【答案】 (1) 长和宽分别为 14 米、10 米

(2) 2

【解析】

【分析】 (1) 首先设这个仓库的长为 x 米, 则宽表示为 $\frac{1}{2}(32+2-x)$, 再根据面积为 140 平方米的仓库可得 $x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140$, 再解一元二次方程即可.;

(2) 根据大长方形的面积等于仓库的面积加上地砖的面积, 列出方程, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 设这个仓库的长为 x 米, 则宽表示为 $\frac{1}{2}(32+2-x)$, 由题意得:

$$x \times \frac{1}{2}(32+2-x) = 140,$$

解得: $x_1 = 14, x_2 = 20$,

∴ 这堵墙的长为 16 米,

∴ $x = 20$ 不合题意舍去,

$$\therefore x=14, \text{ 宽为: } \frac{1}{2}(32+2-14)=10 \text{ (米)}.$$

答: 这个仓库的长和宽分别为 14 米、10 米.

【小问 2 详解】

解: 根据题意得:

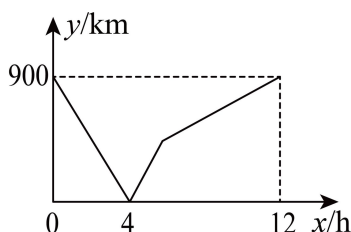
$$(14+2a)(10+a)=76+14\times 10,$$

解得: $a_1=2, a_2=-19$ (不符合题意, 舍去),

即 a 的值为 2.

【点睛】 此题主要考查了一元二次方程的应用, 关键是正确理解题意, 正确表示出长方形的长和宽.

24. 一列快车从甲地驶往乙地, 一列慢车从乙地驶往甲地, 两车同时出发, 到达目的地后各自停留检修; 设慢车行驶的时间为 $x(\text{h})$, 两车之间的距离为 $y(\text{km})$, 图中的折线表示 y 与 x 之间的关系.



- (1) 甲、乙两地之间的距离是_____千米;
- (2) 慢车的速度是_____千米/小时;
- (3) 快车的速度是_____千米/小时.

【答案】 (1) 900;

(2) 75;

(3) 150.

【解析】

【分析】 (1) 根据函数图象即可求解;

(2) 根据函数图象即可求解;

(3) 根据函数图象列方程即可求解;

本题考查了一次函数与一元一次方程的实际应用, 根据图象, 得到相关信息是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: 由图象可得, 甲、乙两地之间的距离是 900 千米,

故答案为: 900;

【小问 2 详解】

解：由图象可得，慢车从乙地驶往甲地用时12小时，

$\therefore$ 慢车的速度是 $900 \div 12 = 75$ 千米/小时，

故答案为：75；

【小问3详解】

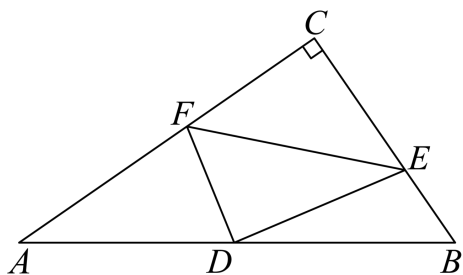
解：设快车的速度是 x 千米/小时，

由题意得， $4x + 75 \times 4 = 900$ ，

解得 $x = 150$ ，

故答案为：150.

25. 已知：如图 $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 E 、 F 分别在边 BC 、 AC 上，且 $BE = 1$ ， $AF = 3$ ， $EF = \sqrt{10}$.



(1) 证明：线段 EF ， AF ， BE 能组成直角三角形；

(2) 当 D 是边 AB 上的中点时，判断： DF 、 DE 的位置关系.

【答案】(1) 证明见解析；

(2) $DE \perp DF$ ，理由见解析.

【解析】

【分析】(1) 根据勾股逆定理即可求证；

(2) 延长 FD ，使得 $FD = DM$ ，连接 BM 、 EM ，证明 $\triangle ADF \cong \triangle BDM$ ，得到 $\angle AFD = \angle BMD$ ， $AF = BM = 3$ ，得到 $AC \parallel BM$ ，根据平行线的性质得到 $\angle MBC = 90^\circ$ ，由勾股定理得到 $ME = \sqrt{10}$ ，进而得到 $ME = EF$ ，由等腰三角形三线合一即可求证；

本题考查了勾股定理及其逆定理，全等三角形的判定和性质，平行线的性质，等腰三角形的性质，正确作出辅助线，构造全等三角形和直角三角形是解题的关键.

【小问1详解】

证明： $\because BE^2 + AF^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ ， $EF^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$ ，

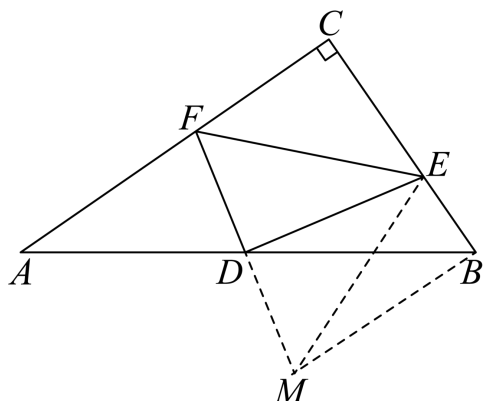
$\therefore BE^2 + AF^2 = EF^2$ ，

$\therefore$ 线段 EF ， AF ， BE 能组成直角三角形；

【小问 2 详解】

解： $DE \perp DF$.

理由：延长 FD ，使得 $FD = DM$ ，连接 BM 、 EM ，



$\because D$ 是边 AB 上的中点,

$\therefore AD = BD$,

又 $\because \angle ADF = \angle BDM$, $FD = DM$,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BDM$ (SAS),

$\therefore \angle AFD = \angle BMD$, $AF = BM = 3$,

$\therefore AC \parallel BM$,

$\therefore \angle AFB + \angle MBC = 180^\circ$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle MBC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle MBE$ 中, $ME = \sqrt{BE^2 + BM^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$,

$\because EF = \sqrt{10}$,

$\therefore ME = EF$,

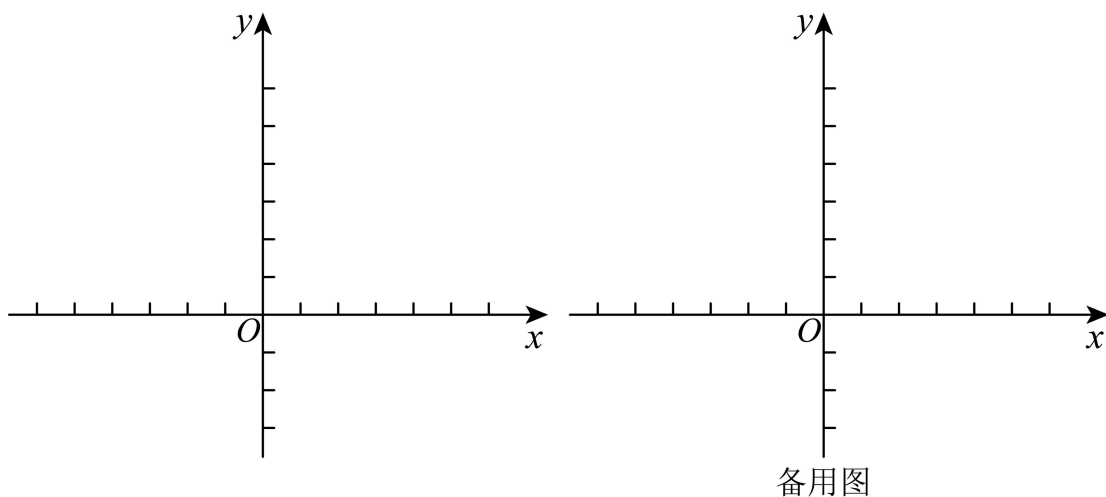
$\because FD = DM$,

$\therefore ED \perp FM$,

即 $ED \perp FD$.

26. 已知正比例函数 $y = k_1 x$ ($k_1 \neq 0$)，反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$)，在同一坐标平面内有公共点 $A(-8, a)$ ，

且反比例函数的图像经过点 $P(6, -4)$.



- (1) 求 a 的值;
- (2) 求正比例函数的解析式;
- (3) 如果 y 轴上有一点 $B(0, -3)$, x 轴上有一点 C , 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 求点 C 的坐标.

【答案】(1) $a = 3$;

(2) $y = -\frac{3}{8}x$;

(3) $(\sqrt{91}-8, 0)$ 或 $(-\sqrt{91}-8, 0)$ 或 $(\sqrt{91}, 0)$ 或 $(-\sqrt{91}, 0)$ 或 $(-4, 0)$.

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求出反比例函数解析式, 即可求解;

(2) 利用待定系数法即可求解;

(3) 分 3 种情况, 利用两点间距离坐标公式即可求解;

本题考查了待定系数法求函数解析式, 等腰三角形的定义, 掌握两点间距离坐标公式是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 反比例函数的图像经过点 $P(6, -4)$,

$$\therefore k_2 = 6 \times (-4) = -24,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = -\frac{24}{x},$$

$$\text{把 } A(-8, a) \text{ 代入 } y = -\frac{24}{x} \text{ 得, } a = -\frac{24}{-8} = 3,$$

$$\therefore a = 3;$$

【小问 2 详解】

解: $\because a = 3$,

$$\therefore A(-8, 3),$$

把 $A(-8, 3)$ 代入 $y = k_1 x$ 得, $3 = k_1 \times (-8),$

$$\therefore k_1 = -\frac{3}{8},$$

$\therefore$ 正比例函数的解析式 $y = -\frac{3}{8}x;$

【小问 3 详解】

解: 设点 C 的坐标为 $(x, 0),$

$$\text{当 } AB = AC \text{ 时, } \sqrt{(-8-0)^2 + [3-(-3)]^2} = \sqrt{(-8-x)^2 + (3-0)^2},$$

$$\text{解得 } x_1 = \sqrt{91} - 8, \quad x_2 = -\sqrt{91} - 8,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(\sqrt{91} - 8, 0)$ 或 $(-\sqrt{91} - 8, 0);$

$$\text{当 } AB = BC \text{ 时, } \sqrt{(-8-0)^2 + [3-(-3)]^2} = \sqrt{(x-0)^2 + [0-(-3)]^2},$$

$$\text{解得 } x = \pm\sqrt{91},$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(\sqrt{91}, 0)$ 或 $(-\sqrt{91}, 0);$

$$\text{当 } AC = BC \text{ 时, } \sqrt{(-8-x)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + [0-(-3)]^2},$$

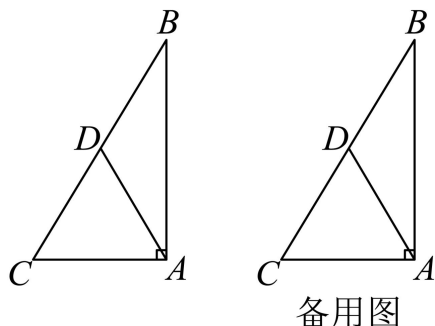
$$\text{解得 } x = -4,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-4, 0);$

综上, 点 C 的坐标为 $(\sqrt{91} - 8, 0)$ 或 $(-\sqrt{91} - 8, 0)$ 或 $(\sqrt{91}, 0)$ 或 $(-\sqrt{91}, 0)$ 或 $(-4, 0).$

五、综合题 (本大题共 1 题, 满分 10 分)

27. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 6$, $\angle C = 60^\circ$, AD 是 BC 边上的中线, 动点 P 从点 A 出发以每秒 $\sqrt{3}$ 个单位的速度沿线段 AD 向终点 D 运动, 动点 M 从点 D 出发以每秒 $2\sqrt{3}$ 个单位的速度在线段 DB 上运动, 点 M 与点 P 同时出发, 设动点运动时间为 x .



(1) 求 AD 的长;

(2) 若动点 M 在线段 DB 上运动, 设 $\frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 若动点 M 在射线 DB 上运动, 当点 P 运动到终点 D 时, 点 M 也停止运动, 直接写出当 $\frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{16}$ 时, x 的值.

【答案】(1) $AD = 2\sqrt{3}$;

$$(2) y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} (0 < x < 1);$$

$$(3) x = \frac{3}{2}.$$

【解析】

【分析】(1) 设 $AC = a$, 则 $BC = 2a$, 利用勾股定理求出 BC , 再根据直角三角形的性质即可求出 AD 的长;

(2) 利用勾股定理求出 $PN = 3 - \frac{3}{2}x$, 再根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = 6\sqrt{3}$, 代入

$\frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = y$ 即可求解, 由 $x < \frac{BD}{2\sqrt{3}}$ 即可确定 x 的取值范围;

(3) 由动点 M 在射线 DB 上运动得到 $BM = DM - BD = 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$, 同(2)方法求出 $S_{\triangle PMB}$, 进而得到 $\frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$, 解方程即可求解;

本题考查了直角三角形的性质, 勾股定理, 求函数解析式, 三角形的面积, 利用勾股定理得到 $PN = 3 - \frac{3}{2}x$ 是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle BAC = 90^\circ, \angle C = 60^\circ,$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

设 $AC = a$, 则 $BC = 2a$,

$$\because AC^2 + AB^2 = BC^2,$$

$$\therefore a^2 + 6^2 = (2a)^2,$$

解得 $a = 2\sqrt{3}$,

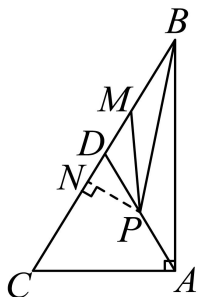
$$\therefore AC = 2\sqrt{3}, BC = 4\sqrt{3},$$

∵ 点 D 为 BC 的中线,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3};$$

【小问 2 详解】

解: 如图, 过点 P 作 $PN \perp BC$ 于 N , 则 $\angle BNP = 90^\circ$,



$$\therefore \angle C = 60^\circ, \quad AD = AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ADC = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DPN = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore DN = \frac{1}{2}PD,$$

$$\therefore AP = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore PD = AD - AP = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}x,$$

$$\therefore DN = \frac{1}{2}PD = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} - \sqrt{3}x) = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore PN = \sqrt{PD^2 - DN^2} = \sqrt{(2\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2 - \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2} = 3 - \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{3}, \quad DM = 2\sqrt{3}x,$$

$$\therefore BM = BD - DM = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x,$$

$$\therefore S_{\triangle PMB} = \frac{1}{2}BM \cdot AN = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x) \times \left(3 - \frac{3}{2}x\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{9\sqrt{3}}{2}x + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{9\sqrt{3}}{2}x + 3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = y,$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 动点 M 在线段 DB 上运动,

$$\therefore x < \frac{BD}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1,$$

$\therefore x$ 的取值范围为 $0 < x < 1$,

$$\text{故 } y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \quad (0 < x < 1);$$

【小问 3 详解】

解: 动点 M 在射线 DB 上运动时, $BM = DM - BD = 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle PMB} = \frac{1}{2}BM \cdot AN = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}) \times \left(3 - \frac{3}{2}x\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2}x - 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PMB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{-\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2}x - 3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{16},$$

由 $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ 整理得, $4x^2 - 12x + 9 = 0$,

$$\text{即 } (2x - 3)^2 = 0,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2}.$$