

2020-2021 学年上海市浦东新区洋泾菊园实验学校八年级（上）月考数学试卷（10 月份）

一、填空（每题 2 分，共 28 分）

1. 使 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义的 x 应满足的条件是_____.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【详解】 $\because$ 式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义， $\therefore x-1 \geq 0$, 解得 $x \geq 1$.

故答案为 $x \geq 1$.

【点睛】 本题考查的知识点是二次根式有意义的条件，解题的关键是熟练掌握二次根式有意义的条件.

2. 计算: $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 直接化简二次根式，进而合并得出答案.

【详解】 解: 原式 $= \sqrt{5} - 2 + 3 - \sqrt{5}$

$= 1$.

故答案为: 1.

【点睛】 此题主要考查了二次根式的加减，正确化简二次根式是解题关键.

3. 在二次根式 $\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{a^2+1}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{0.2}$ 中，最简二次根式是_____.

【答案】 $\sqrt{a^2+1}$

【解析】

【分析】 根据最简二次根式的意义逐项进行判断即可.

【详解】 解: $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 因此 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 不是最简二次根式;

由于 $a^2+1 > 0$ 时，所以 $\sqrt{a^2+1}$ 是最简二次根式;

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 因此 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 不是最简二次根式;

$$\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \text{ 因此 } \sqrt{0.2} \text{ 不是最简二次根式,}$$

故答案为: $\sqrt{a^2+1}$.

【点睛】 本题考查最简二次根式, 理解最简二次根式的意义是正确判断的关键.

4. 在 $\sqrt{6}, \sqrt{12}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{0.02}$ 中与 $\sqrt{18}$ 是同类二次根式的是 ____.

【答案】 $\sqrt{0.02}$

【解析】

【分析】 对二次根式进行化简, 根据同类二次根式的定义即可得出答案.

【详解】 解: $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$,

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3},$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10},$$

故答案为: $\sqrt{0.02}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的化简, 同类二次根式, 掌握一般地, 把几个二次根式化为最简二次根式后, 如果它们的被开方数相同, 就把这几个二次根式叫做同类二次根式是解题的关键.

5. 合并同类二次根式 $\left(3\sqrt{m} - \frac{2}{3}\sqrt{n}\right) - \left(\frac{5}{6}\sqrt{m} - \frac{1}{6}\sqrt{n}\right) =$ ____.

【答案】 $\frac{13}{6}\sqrt{m} - \frac{1}{2}\sqrt{n}$

【解析】

【分析】 直接去括号, 合并同类二次根式得出答案.

【详解】 解: 原式 = $3\sqrt{m} - \frac{2}{3}\sqrt{n} - \frac{5}{6}\sqrt{m} + \frac{1}{6}\sqrt{n}$

$$= \left(\frac{18}{6} - \frac{5}{6}\right)\sqrt{m} + \left(-\frac{4}{6} + \frac{1}{6}\right)\sqrt{n}$$

$$= \frac{13}{6}\sqrt{m} - \frac{3}{6}\sqrt{n}$$

$$= \frac{13}{6} \sqrt{m} - \frac{1}{2} \sqrt{n}$$

故答案为: $\frac{13}{6} \sqrt{m} - \frac{1}{2} \sqrt{n}$.

【点睛】本题主要考查了二次根式的加减，正确合并二次根式是解题关键.

6. 化简: $x\sqrt{-x} + \sqrt{-x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 0

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件可知 $x \leq 0$ ，再根据 $\sqrt{a^2} = |a|$ ，进行化简即可.

【详解】解：由于 $\sqrt{-x}$ 与 $\sqrt{-x^3}$ 有意义，

$$\therefore -x \geq 0,$$

$$\text{即 } x \leq 0,$$

$$\therefore \text{原式} = x\sqrt{-x} - x\sqrt{-x} = 0,$$

故答案为: 0.

【点睛】本题考查二次根式的性质和化简，二次根式有意义的条件，理解二次根式有意义的条件，掌握二次根式的性质是正确计算的关键.

7. 如果 $(\sqrt{3}-2)x < 1$ ，则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x > -\sqrt{3}-2$

【解析】

【分析】根据 $\sqrt{3}-2 < 0$ ，两边同除以 $\sqrt{3}-2$ 需要改变不等号方向，然后再将所得式子化简即可.

【详解】解： $\because \sqrt{3}-2 < 0$,

$$\therefore x > \frac{1}{\sqrt{3}-2},$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = -\sqrt{3}-2,$$

$$\therefore x \text{ 的取值范围是 } x > -\sqrt{3}-2,$$

故答案为: $x > -\sqrt{3}-2$.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式，和二次根式的化简，关键是判断出 $\sqrt{3}-2 < 0$.

8. 一元二次方程 $x^2 = x$ 的解为_____.

【答案】 $x_1=0$, $x_2=1$

【解析】

【分析】 首先移项，再分解因式，通过计算，即可得到答案.

【详解】 解： $x^2 = x$,

移项，得： $x^2 - x = 0$

分解因式，得： $x(x-1) = 0$,

$\therefore x=0$, 或 $x-1=0$,

$\therefore x_1=0$, $x_2=1$,

故答案为： $x_1=0$, $x_2=1$.

【点睛】 本题考查求一元二次方程的解，掌握因式分解法解一元二次方程是解题的关键.

9. 一元二次方程 $4x - x^2 = 3$ 中，当二次项系数是 -1 时，一次项系数是 _____、常数项是 _____.

【答案】 ①. 4 ②. -3

【解析】

【分析】 先把方程化为一般形式，再确定一次项系数和常数项即可.

【详解】 解： $4x - x^2 = 3$,

$-x^2 + 4x - 3 = 0$,

故当二次项系数是 -1 时，一次项系数是 4 、常数项是 -3 .

故答案为： 4 ; -3 .

【点睛】 本题考查了一元二次方程的一般形式，注意：一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0$ (a 、 b 、 c 为常数， $a \neq 0$).

10. 若一个一元二次方程有两个根分别为 1 和 2 ，请写出一个符合条件的一元二次方程是 _____.

【答案】 $x^2 - 3x + 2 = 0$

【解析】

【分析】 先计算出 1 与 2 的和、积，然后根据根与系数的关系写出一个满足条件的一元二次方程.

【详解】 解： 设一元二次方程为 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$),

∴两个根分别为 1 和 2,

$$\therefore 1+2=-\frac{b}{a}=3, \quad 1 \times 2 = \frac{c}{a} = 2,$$

令 $a=1$, 即 $b=-3$, $c=2$,

∴以 1 和 -2 为根的一元二次方程可为 $x^2-3x+2=0$ (答案不唯一),

故答案为: $x^2-3x+2=0$.

【点睛】 本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时,

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1x_2=\frac{c}{a},$$
 解题的关键是注意方程不唯一.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2=0$ 的有一个根是 $x_1=1$, 则因式分解 $x^2-mx+2=$ _____.

【答案】 $(x-1)(x-2)$

【解析】

【分析】 把 $x=1$ 代入方程计算求出 m 的值, 进而由十字相乘法进行分解因式即可.

【详解】 解: ∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2=0$ 的有一个根是 $x_1=1$,

$$\therefore 1-m+2=0,$$

解得: $m=3$,

把 $m=3$ 代入得: $x^2-3x+2=0$,

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2),$$

故答案为: $(x-1)(x-2)$.

【点睛】 此题考查了一元二次方程的解, 因式分解, 熟练掌握十字相乘法分解因式是解题的关键.

12. 关于 x 的方程 $mx^2-x+2=0$, 当 m _____ 时, 此方程为一元二次方程.

【答案】 $\neq 0$

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义 (含有一个未知数, 并且含有未知数的项的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程) 进行解答即可.

【详解】 解: 关于 x 的方程 $mx^2-x+2=0$, 当 $m \neq 0$ 时, 此方程为一元二次方程.

故答案为: $\neq 0$.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的定义, 解题时, 要注意两个方面: 1、一元二次方程包括三点: ①是整

式方程，②只含有一个未知数，③所含未知数的项的最高次数是2；2、一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 。

13. 当 $a - b = 0$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx = 0 (a \neq 0)$ 的根是 _____。

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = -1$

【解析】

【分析】由 $a - b = 0$ ，得到 $a = b$ ，代入方程计算即可求出解。

【详解】解：当 $a - b = 0$ ，即 $a = b$ 时，方程为 $ax^2 + ax = 0 (a \neq 0)$ ，

分解因式得： $ax(x + 1) = 0$ ，

所以 $ax = 0$ 或 $x + 1 = 0$ ，

解得： $x_1 = 0, x_2 = -1$ 。

故答案为： $x_1 = 0, x_2 = -1$ 。

【点睛】此题考查了一元二次方程的解，以及解一元二次方程，熟练掌握一元二次方程的解法是解本题的关键。

14. 一元二次方程 $x^2 - 4x + 5 = 0$ 的判别式 Δ _____ (填 > 0 ， ≥ 0 ， $= 0$ 或 < 0)。

【答案】 < 0

【解析】

【分析】根据方程的系数结合根的判别式即可得出 $\Delta = -4 < 0$ ，此题得解。

【详解】解： $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$ 。

故答案为： < 0 。

【点睛】本题考查了根的判别式，熟练掌握根的判别式为 $\Delta = b^2 - 4ac$ 是解题的关键。

二、选择题：（每题3分，共12分）

15. $\sqrt{m+n}$ 的一个有理化因式是 ()

A. $\sqrt{m+n}$

B. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$

C. $\sqrt{m} - \sqrt{n}$

D. $\sqrt{m-n}$

【答案】 A

【解析】

【分析】根据有理化的定义以及二次根式的乘除法则解决此题。

【详解】解：A. $\because \sqrt{m+n} \cdot \sqrt{m+n} = m+n$,

$\therefore \sqrt{m+n}$ 就是 $\sqrt{m+n}$ 的一个有理化因式，故 A 符合题意；

$$B. \because \sqrt{m+n}(\sqrt{m} + \sqrt{n}) = \sqrt{m^2 + mn} + \sqrt{mn + n^2},$$

$\therefore \sqrt{m} + \sqrt{n}$ 不是 $\sqrt{m+n}$ 的一个有理化因式，故 B 不符合题意；

$$C. \because \sqrt{m+n}(\sqrt{m} - \sqrt{n}) = \sqrt{m^2 + mn} - \sqrt{mn + n^2},$$

$\therefore \sqrt{m} - \sqrt{n}$ 不是 $\sqrt{m+n}$ 的一个有理化因式，故 C 不符合题意；

$$D. \because \sqrt{m+n} \cdot \sqrt{m-n} = \sqrt{m^2 - n^2},$$

$\therefore \sqrt{m-n}$ 不是 $\sqrt{m+n}$ 的一个有理化因式，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题主要考查分母有理化，熟练掌握有理化的定义以及二次根式的乘除法则是解决本题的关键.

16. 下列二次根式（左边）化简结果一定成立的是（ ）

$$A. \sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$

$$B. \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$C. \sqrt{a^2 b^2} = ab$$

$$D. \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}}$$

【答案】D

【解析】

【分析】利用二次根式的性质和二次根式的乘除法法则对每个选项进行判断即可得出结论.

【详解】解： $\because \sqrt{a^2 + b^2}$ 是最简二次根式，不能再化简了，

$\therefore A$ 选项不一定成立；

$\because \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 成立的条件是： $a \geq 0, b \geq 0$,

$\therefore B$ 选项不一定成立；

$\because \sqrt{a^2 b^2} = ab$ ，成立的条件是 a, b 同号，

$\therefore C$ 选项不一定成立；

$\because \sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}}$ ，根据商的算术平方根的性质永远成立，

$\therefore D$ 选项一定成立.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了二次根式的性质，二次根式的乘除法，掌握二次根式的性质与乘除法法则成立的条件是解题的关键.

17. 已知一元二次方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$ ，用配方法解该方程，配方后的方程是 ()

A. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 2$ B. $(x - 6)^2 = 38$ C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$ D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

【答案】C

【解析】

【分析】移项后两边都加上一次项系数一半的平方即可.

【详解】解： $\because x^2 - 3x - 2 = 0$,

$$\therefore x^2 - 3x = 2,$$

$$\text{则 } x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}, \text{ 即 } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4},$$

故选：C.

【点睛】本题考查了解一元二次方程-配方法，熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤是解决问题的关键.

18. 最简二次根式 $\sqrt{x^2 + 3x - 11}$ 与 $\sqrt{5 - 3x}$ 是同类二次根式，则 x 的值为 ()

A. 4 或 -4 B. 2 C. -8 D. 2 或 -8

【答案】C

【解析】

【分析】根据同类二次根式和最简二次根式的定义得出方程 $x^2 + 3x - 11 = 5 - 3x$ ，求出方程的解即可得出答案.

【详解】解： $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{x^2 + 3x - 11}$ 与 $\sqrt{5 - 3x}$ 是同类二次根式，

$$\therefore x^2 + 3x - 11 = 5 - 3x,$$

$$\text{解得： } x_1 = -8, x_2 = 2,$$

当 $x = 2$ 时， $\sqrt{x^2 + 3x - 11}$ 与 $\sqrt{5 - 3x}$ 无意义，

所以 $x = 2$ 舍去，

故选：C.

【点睛】本题考查了同类二次根式和最简二次根式的定义，能得出关于 x 的一元二次方程是解此题的关键.

三、计算题：(每小题 5 分，共 20 分) (方法简便者，酌情加分)

$$19. 3\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{3} \div 2\sqrt{3}.$$

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据二次根式的乘除法法则计算即可.

【详解】 解: 原式 $= \sqrt{12} \div 2\sqrt{3}$

$$= 2\sqrt{3} \div 2\sqrt{3}$$

$$= 1.$$

【点睛】 本题考查了二次根式的乘除法法则, 掌握 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$

是解题的关键.

$$20. 3\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}\sqrt{54} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{3}}.$$

【答案】 0

【解析】

【分析】 直接化简二次根式, 再合并同类二次根式, 进而计算得出答案.

【详解】 解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{2}{3} \times 3\sqrt{6} + \frac{3}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$$= \sqrt{6} - 2\sqrt{6} + \sqrt{6}$$

$$= 0.$$

【点睛】 此题主要考查了二次根式的混合运算, 正确化简二次根式是解题关键.

$$21. \frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

【答案】 $2 - \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 先将两式分母有理化, 再计算加减即可.

【详解】 解: 原式 $= \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} - \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} - \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} \\
 &= \sqrt{5}+2-\sqrt{5}-\sqrt{3} \\
 &= 2-\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查二次根式的混合运算，解题的关键是掌握二次根式的分母有理化.

22. $(4m-n) \div (2\sqrt{m}-\sqrt{n}).$

【答案】 $2\sqrt{m}+\sqrt{n}$

【解析】

【分析】 将被除式利用平方差公式因式分解法，再约分即可.

【详解】 解： 原式 $= \frac{(2\sqrt{m}+\sqrt{n})(2\sqrt{m}-\sqrt{n})}{2\sqrt{m}-\sqrt{n}}$

$$= 2\sqrt{m}+\sqrt{n}.$$

【点睛】 本题主要考查二次根式的混合运算，解题的关键是掌握平方差公式.

四、解方程：（每小题 5 分）

23. 解方程： $x(x-3)=10$

【答案】 $x_1=5, x_2=-2.$

【解析】

【分析】 用因式分解法解一元二次方程.

【详解】 解： $x(x-3)=10$

$$x^2-3x-10=0$$

$$(x-5)(x+2)=0$$

$$\therefore x_1=5, x_2=-2$$

【点睛】 本题考查因式分解法解一元二次方程，熟练掌握因式分解的技巧是本题的解题关键.

24. 解方程： $(x-1)^2=(2x+1)^2.$

【答案】 $x_1=0, x_2=-2$

【解析】

【分析】 先移项，再利用因式分解法解出方程.

【详解】解： $(x-1)^2 = (2x+1)^2$,

$$(x-1)^2 - (2x+1)^2 = 0$$

$$(x-1+2x+1)(x-1-2x-1) = 0$$

$$\text{即： } 3x(-x-2) = 0$$

$$\therefore x_1 = 0, \quad x_2 = -2.$$

【点睛】此题考查因式分解法解方程，因式分解法是解一元二次方程的一种简便方法，要会灵活运用.

五、解答题（每小题 5 分）

25. 在有理数范围内因式分解 $x^4 - 4$.

【答案】 $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

【解析】

【分析】根据平方差公式分解因式即可.

【详解】解： $x^4 - 4$

$$= (x^2)^2 - 2^2$$

$$= (x^2 + 2)(x^2 - 2).$$

【点睛】本题考查了平方差公式因式分解，掌握 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 是解题的关键.

26. 在实数范围内因式分解 $x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2}$.

【答案】 $\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

【解析】

【分析】根据完全平方公式因式分解即可.

【详解】解：原式 $= x^2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2.$$

【点睛】本题考查了实数范围内分解因式，掌握 $a^2 \pm 2ab + b = (a \pm b)^2$ 是解题的关键.

27. 某产品 5 月份时每件 200 元，在 6、7 月进行了两次提价，且每次提价的百分率相同，此时售价为 288

元，后因产品销售问题，8月选择降价，降价的百分率与之前每次提价的百分率相同，求8月份该产品的售价？

【答案】230.4元

【解析】

【分析】设每次提价的百分率为 x ，由连续两次提价，且每次提价的百分率相同，此时售价为288元，列一元二次方程 $200(1-x)^2=288$ ，再由直接开平方解答.

【详解】解：设每次提价的百分率为 x ，

依题意得： $200(1-x)^2=288$ ，

解得： $x_1=0.2=20\%$ ， $x_2=2.2$ （不合题意，舍去），

$\therefore 288 \times (1-20\%) = 230.4$ （元）.

答：8月份该产品的售价为230.4元.

【点睛】本题考查一元二次方程的应用—增长率问题，是重要考点，掌握相关知识是解题关键.

28. 设等腰三角形三边长为 a 、 b 、 c ，已知 $a=3$ ， b 、 c 是方程 $mx^2-4x+3=0$ 的两个根，求 m 的值.

【答案】 m 的值为1

【解析】

【分析】根据等腰 $\triangle ABC$ 中，当 a 为底， b 、 c 为腰时， $b=c$ ，得出 $\Delta = (-4)^2 - 4m \times 3 = 0$ ，解方程求出 $m = \frac{4}{3}$ ；当 a 为腰时，则 $b=3$ 或 $c=3$ ，然后把 b 或 c 的值代入计算即可.

【详解】解：等腰 $\triangle ABC$ 中，当 a 为底， b 、 c 为腰时， $b=c$ ，若 b 、 c 是方程 $mx^2-4x+3=0$ 的两个根，
则 $\Delta = (-4)^2 - 4m \times 3 = 0$ ，

解得： $m = \frac{4}{3}$ ；

当 $m = \frac{4}{3}$ 时，方程化为： $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ，

解得： $x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$ ，不能构成三角形，

$\therefore m = \frac{4}{3}$ 不符合题意，舍去；

当 a 为腰时，则 $b=3$ 或 $c=3$ ，若 b 和 c 是关于 x 的方程 $mx^2-4x+3=0$ 的两个根，

则 $9m - 12 + 3 = 0$ ，

解得： $m=1$ ；

故 m 的值为 1.

【点睛】此题考查了一元二次方程根的情况与根的判别式（ $\Delta=b^2-4ac$ ）之间的关系、根与系数的关系、等腰三角形的性质及三角形三边关系定理，综合性较强，难度中等.

29. 先化简，再求值，已知 $a=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ ， $b=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ ，求 a^2-ab+b^2 的值.

【答案】 22

【解析】

【分析】先将 a ， b 化为最简二次根式，求得 $a+b$ 和 ab 的值，利用完全平方公式对式子进行变形，求解即可.

【详解】解： $a=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$ ， $b=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\sqrt{7}+\sqrt{5}$

$$a+b=2\sqrt{7}, \quad ab=2$$

$$a^2-ab+b^2=(a+b)^2-3ab=(2\sqrt{7})^2-3\times 2=22$$

【点睛】此题考查了二次根式的分母有理化及有关运算，完全平方公式和平方差公式，解题的关键是熟练掌握二次根式的有关运算，灵活运用完全平方公式进行求解.

30. 已知 $(x^2+2)^2-8(x^2+1)-1=0$ ，求 x^2+2 的值.

【答案】 x^2+2 的值为 7 或 1

【解析】

【分析】设 $x^2+2=y$ ，则 $x^2+1=y-1$ ，对原方程进行变形，求出 y 的值，即为 x^2+2 的值.

【详解】解：设 $x^2+2=y$ ，则 $x^2+1=y-1$ ，

$$\therefore y^2-8(y-1)-1=0,$$

$$\therefore y^2-8y+7=0,$$

$$\therefore (y-7)(y-1)=0,$$

$$\therefore y-7=0 \text{ 或 } y-1=0,$$

$$\therefore y=7 \text{ 或 } 1,$$

$\therefore x^2 + 2$ 的值为 7 或 1.

【点睛】 本题考查了换元法解一元二次方程，因式分解法，把 $x^2 + 2$ 看作整体，直接求出 $x^2 + 2$ 的值是解题的关键.