

八年级第一学期数学阶段练习

(考试时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. $\sqrt{x-y}$ 的有理化因式是 ()

A. $\sqrt{x-y}$

B. $\sqrt{x+y}$

C. $\sqrt{x}-\sqrt{y}$

D. $\sqrt{x}+\sqrt{y}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了有理化因式的定义: 两个含有根式的代数式相乘, 如果它们的积不含有根式, 那么这两个代数式相互叫做有理化因式. 根据定义即可求解.

【详解】 解: $\because \sqrt{x-y} \times \sqrt{x-y} = \sqrt{(x-y)^2} = |x-y|,$

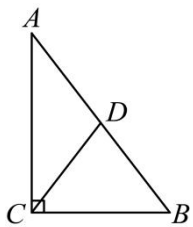
又 $x-y \geq 0$

$$\therefore \sqrt{x-y} \times \sqrt{x-y} = x-y$$

故 $\sqrt{x-y}$ 的有理化因式为 $\sqrt{x-y}$

故选: A.

2. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线, 那么下列结论错误的是 ()



A. $\angle A + \angle DCB = 90^\circ$

B. $\angle ADC = 2\angle B$

C. $AB = 2CD$

D. $BC = CD$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据直角三角形斜边上的中线性质的得出 $CD=AD=BD$, 根据等边对等角得出 $\angle DCB = \angle B$, 再逐个判断即可.

【详解】 A、 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线,

$$\therefore CD=AD=BD=\frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle B,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle DCB = 90^\circ$, 故本选项正确, 不合题意;

B、 $\because \angle DCB = \angle B$, $\angle ADC = \angle B + \angle DCB$,

$\therefore \angle ADC = 2\angle B$, 故本选项正确, 不合题意;

C、 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线,

$\therefore AB = 2CD$, 故本选项正确, 不合题意;

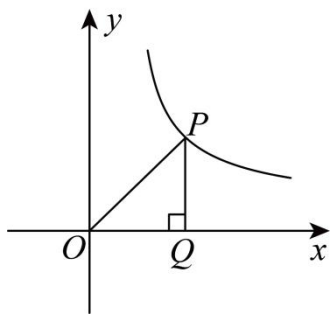
D、根据已知不能推出 $BC = CD$, 故本选项错误, 符合题意;

故选: D.

【点睛】此题考查直角三角形斜边上的中线性质的应用, 能熟记直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半是解此题的关键.

3. 如图, 点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 第一象限的图像上, PQ 垂直 x 轴, 垂足为 Q , 设 $\triangle POQ$ 和

面积是 s , 那么 s 与 k 之间的数量关系是 ()



A. $s = \frac{k}{4}$

B. $s = \frac{k}{2}$

C. $s = k$

D. 不能确定

【答案】B

【解析】

【分析】根据点 P 在反比例函数图象上结合反比例函数系数 k 的几何意义就可以求出 s 与 k 之间的数量关系.

【详解】解: $\because$ 点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上一点, 且 $PQ \perp x$ 轴于点 Q ,

$$\therefore S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2}|k| = s,$$

解得: $|k| = 2s$,

$\because$ 反比例函数在第一象限有图象,

$$\therefore k = 2s, \text{ 即 } s = \frac{k}{2},$$

故选: B.

【点睛】 本题考查了反比例函数的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义，解题的关键是根据反比例函数系数 k 的几何意义找出 $\triangle POQ$ 面积 s 与 k 的关系.

4. 如果 y 关于 x 的函数 $y = (k^2 + 1)x$ 是正比例函数，那么 k 的取值范围是 ()

- A. $k \neq 0$ B. $k \neq \pm 1$ C. 不能确定 D. 一切实数

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据正比例函数的定义，列出方程求解即可.

【详解】 解： $\because$ 函数 $y = (k^2 + 1)x$ 是正比例函数，

$$\therefore k^2 + 1 \neq 0,$$

$$\therefore k \text{ 取一切实数},$$

故选： D.

【点睛】 本题考查了正比例函数的定义，掌握正比例函数的定义：形如 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的形式，叫正比例函数.

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $(a-c)x^2 - 2bx + (a+c) = 0$ 有两个相等的实数根，其中 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边长，那么 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

【答案】 A

【解析】

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(a-c)x^2 - 2bx + (a+c) = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\begin{cases} \Delta = 0 \\ a - c \neq 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} (-2b)^2 - 4(a-c)(a+c) = 0 \\ a \neq c \end{cases},$$

解得： $a^2 = b^2 + c^2$ 且 $a \neq c$.

又 $\because a$ 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边长，

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

故选 A.

6. 下列命题的逆命题是假命题的是 ()

- A. 同位角相等，两直线平行 B. 在一个三角形中，等边对等角
C. 全等三角形三条对应边相等 D. 全等三角形三个对应角相等

【答案】 D

【解析】

【分析】 先写出原命题的逆命题，然后判断真假即可解答.

【详解】解：A、逆命题为两直线平行，同位角相等，正确，为真命题；
B、逆命题为：在一个三角形中等角对等边，正确，是真命题；
C、逆命题为：三条边对应相等的三角形全等，正确，是真命题；
D、逆命题为：三个角对应相等的三角形全等，错误，为假命题，
故选：D.

【点睛】本题主要考查了命题与定理的知识，能够正确的写出原命题的逆命题是解题的关键.

二、填空题（本大题共有 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$ 的定义域是_____.

【答案】 $x > -\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】此题考查了二次根式和分式有意义的条件，根据二次根式和分式有意义的条件即可求出 x 的范围，解题的关键是熟练掌握二次根式和分式有意义的条件.

【详解】 $\because$ 要使 $y = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$ 有意义，

$$\therefore \begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ 3x+2 \neq 0 \end{cases}, \text{ 解得: } x > -\frac{2}{3},$$

故答案为: $x > -\frac{2}{3}$.

8. 方程 $x^2 = x$ 的根为_____.

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = 1$

【解析】

【分析】移项后再因式分解求得两根即可；本题考查一元二次方程解法中的因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是本题的关键.

【详解】解: $x^2 - x = 0$,

$$x(x-1) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } x-1 = 0,$$

$$\text{解得 } x = 0, x = 1,$$

故答案为: $x_1 = 0, x_2 = 1$.

9. 如果 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{x}}$, 那么 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了求函数的值、二次根式的分母有理化, 熟练掌握求函数值的方法是解题关键. 把 $x=2$ 代入 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{x}}$, 根据二次根式的分母有理化方法计算即可得答案.

【详解】 解: $\because f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{x}}$,

$$\begin{aligned}\therefore f(2) &= \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{3}+\sqrt{2}.\end{aligned}$$

故答案为: $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

10. 在实数范围内分解因式: $3x^2-6x+1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $3\left(x-\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right)$

【解析】

【分析】 先将代数式变形为一个平方形式与另一个数的差, 再用平方差公式分解因式.

【详解】 解: $3x^2-6x+1$

$$\begin{aligned}&= 3\left(x^2-2x+\frac{1}{3}\right) \\ &= 3\left[(x-1)^2-\frac{2}{3}\right] \\ &= 3\left(x-1+\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\left(x-1-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \\ &= 3\left(x-\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right).\end{aligned}$$

故答案是: $3\left(x-\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right)$.

【点睛】考查实数范围内分解因式，其中涉及完全平方公式和平方差公式.

11. 经过点 A 且半径为 1 厘米的圆的圆心的轨迹是_____.

【答案】以 A 为圆心，1 厘米为半径的圆

【解析】

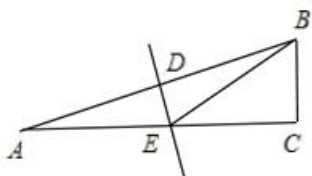
【分析】圆的定义即可解决问题.

【详解】解：经过点 A 且半径为 1 厘米的圆的圆心的轨迹是以 A 为圆心，1 厘米为半径的圆.

故答案为以 A 为圆心，1 厘米为半径的圆

【点睛】考查轨迹，圆的定义等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

12. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$ ，DE 垂直平分 AB 交 AC 于 E，若 $BC = 1$ ，则 $AC =$ _____.



【答案】 $2 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据 DE 垂直平分 AB 得到 $AE = BE$ ，利用外角定理求出 $\angle BEC = 30^\circ$ ，在根据 30° 角所对的直角边等于斜边的一半及勾股定理求出 BE、EC，即可求出 AC 的长.

【详解】 $\because DE$ 垂直平分 AB，

$\therefore AE = BE$,

$\because \angle A = 15^\circ$,

$\therefore \angle BEC = 30^\circ$,

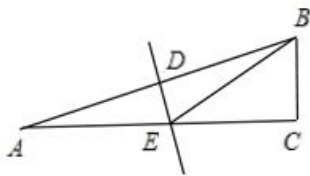
在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\angle BEC = 30^\circ$, $BC = 1$,

$\therefore BE = 2BC = 2$,

$\therefore EC = \sqrt{BE^2 - BC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$,

$\therefore AC = AE + EC = 2 + \sqrt{3}$.

故答案为： $2 + \sqrt{3}$.



【点睛】此题考查勾股定理的运用、线段的垂直平分线的性质，准确识图，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.

13. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < 1$

【解析】

【详解】分析：根据 $k < 0$ 时，反比例函数的图象位于二、四象限即可得出结果.

详解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，

$$\therefore k-1 < 0,$$

则 $k < 1$.

故答案为 $k < 1$.

点睛：反比例函数图象的性质：(1) $k > 0$ 时，图象是位于一、三象限. (2) $k < 0$ 时，图象是位于二、四象限.

14. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 6 = 0$ 的一个根为 2，则这个方程的另一个根是__.

【答案】 -3

【解析】

【分析】设方程的另一根为 a ，由一个根为 2，利用根与系数的关系求出两根之积，列出关于 a 的方程，求出方程的解得到 a 的值，即为方程的另一根.

【详解】∵ 方程 $x^2 + mx - 6 = 0$ 的一个根为 2，

设另一个根为 a ，

$$\therefore 2a = -6,$$

解得： $a = -3$.

故答案为： -3

【点睛】此题考查了一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)，当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时方程有解，此时设方程的解为 x_1, x_2 ，则有 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

15. 如果一个直角三角形的两条直角边的长分别为 5、12，则斜边上的高的长度为_____.

【答案】 $\frac{60}{13}$

【解析】

【分析】 利用勾股定理求出斜边长，再利用面积法求出斜边上的高即可.

【详解】 解： $\because$ 直角三角形的两条直角边的长分别为 5，12，

$$\therefore \text{斜边为 } \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore \text{三角形的面积} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13h \quad (h \text{ 为斜边上的高}),$$

$$\therefore h = \frac{60}{13}.$$

故答案为 $\frac{60}{13}$.

【点睛】 考查了勾股定理，以及三角形面积公式，熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

16. 若关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2 + (2k-1)x + 1 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \leq \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义和判别式的意义，列出不等式组，即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 一元二次方程 $k^2x^2 + (2k-1)x + 1 = 0$ 有实数根，

$$\therefore \begin{cases} k^2 \neq 0 \\ \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 \geq 0 \end{cases},$$

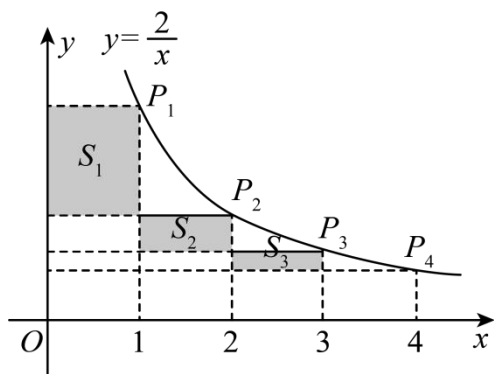
$$\text{解得: } \begin{cases} k \neq 0 \\ k \leq \frac{1}{4} \end{cases},$$

$$\therefore k \text{ 的取值范围是: } k \leq \frac{1}{4} \text{ 且 } k \neq 0.$$

故答案为 $k \leq \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$.

【点睛】 本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

17. 如图，点 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，它们的横坐标依次为 1、2、3、4，过这四点分别作 x 轴、 y 轴的垂线，图中阴影部分的面积从左到右依次为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则 $S_1 + S_2 + S_3 =$ _____.



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】利用反比例函数图象上点的坐标特征确定 $P_1(1, 2)$ 、 $P_4\left(4, \frac{1}{2}\right)$ ，再利用平移把阴影部分转化为一个矩形的面积，然后利用两矩形的面积差求解.

【详解】解：根据题意得：

当 $x=1$ 时， $y = \frac{2}{1} = 2$ ，则 $P_1(1, 2)$ ，

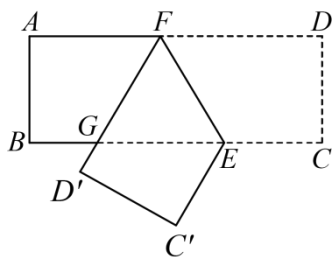
当 $x=4$ 时， $y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，则 $P_4\left(4, \frac{1}{2}\right)$ ，

$\therefore S_1 + S_2 + S_3 = 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$ ，

故答案为： $\frac{3}{2}$.

【点睛】本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义：在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围城的矩形的面积是定值 $|k|$ ，也考查了反比例函数图象上点的坐标特征.

18. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上， $BE = 2CE$ ，将矩形沿着过点 E 的直线翻折后，点 C 、 D 分别落在边 BC 下方的点 C' 、 D' 处，且点 C' 、 D' 、 B 在同一条直线上，折痕与边 AD 交于点 F ， $D'F$ 与 BE 交于点 G ．设 $AB = t$ ，那么 $\triangle EFG$ 的周长为_____．（用含 t 的代数式表示）.

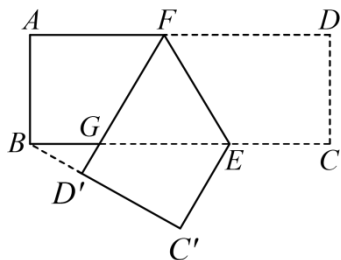


【答案】 $2\sqrt{3}t$

【解析】

【分析】根据翻折的性质可得 $CE = C'E$ ，再根据三角函数求出 $\angle EBC' = 30^\circ$ ，则 $\angle BGD' = 60^\circ$ ，根据对顶角相等可得 $\angle FGE = \angle BGD' = 60^\circ$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle AFG = \angle FGE$ ，再求出 $\angle EFG = 60^\circ$ ，然后判断出 $\triangle EFG$ 是等边三角形，过 F 作 $FH \perp GE$ 于点 H ，根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半，等边三角形的性质和勾股定理表示出 GF ，即可得解。

【详解】解：由翻折的性质得， $CE = C'E$ ，如图，连接 BD' ，



$$\therefore BE = 2CE,$$

$$\therefore BE = 2C'E,$$

$$\therefore \text{点 } C', D', B \text{ 在同一条直线上, } \angle C' = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FD'C' = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BGD' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FGE = \angle BGD' = 60^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

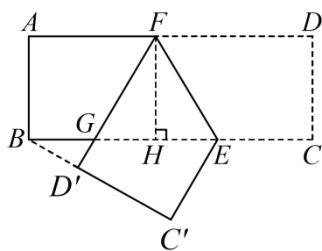
$$\therefore \angle AFG = \angle FGE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AFG) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle EFG \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore EF = FG = EG, \angle GEF = 60^\circ,$$

如图，过 F 作 $FH \perp GE$ 于点 H ，则四边形 $ABHF$ 为矩形，



$$\therefore \angle GFH = \angle EFH = 30^\circ, \quad AB = FH = t,$$

$$\therefore GF = 2GH,$$

在 $\text{Rt}\triangle GFH$ 中, 由勾股定理得: $GH^2 + FH^2 = GF^2$, 即 $GH^2 + t^2 = (2GH)^2$,

$$\therefore GH = \frac{\sqrt{3}}{3}t,$$

$$\therefore GF = 2GH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3}t = \frac{2\sqrt{3}}{3}t,$$

$$\therefore \triangle EFG \text{ 的周长} = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}t = 2\sqrt{3}t,$$

故答案为: $2\sqrt{3}t$.

【点睛】 本题考查了翻折变换的性质, 直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半, 等边三角形的判定与性质, 平行线的性质和矩形的判定与性质, 熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

三、简答题 (本大题共有 4 题, 每小题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算: $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \frac{4}{\sqrt{3} - 1};$

【答案】 $3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 2$

【解析】

【分析】 本题考查二次根式的混合运算, 正确化简二次根式是计算本题的关键.

先去括号和分母有理化, 再进行二次根式的加减运算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】} & \sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \frac{4}{\sqrt{3} - 1} \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{6} - \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2(\sqrt{3} + 1) \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{3} - 2. \end{aligned}$$

20. 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$

【答案】 $x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, \quad x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$

【解析】

【分析】根据配方法解一元二次方程的方法步骤求解即可得到答案.

【详解】解: $2x^2 - 4x - 1 = 0$,

移项得 $2x^2 - 4x = 1$,

系数化为 1 得 $x^2 - 2x = \frac{1}{2}$,

配方得 $x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2} + 1$,

因式分解得 $(x-1)^2 = \frac{3}{2}$,

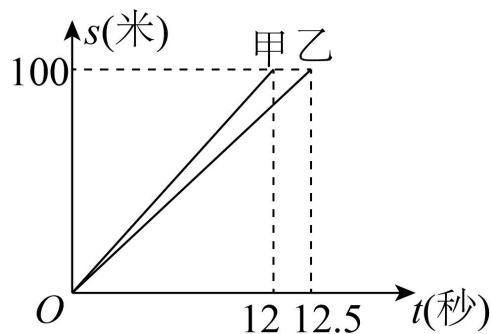
即 $x-1 = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$,

$\therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$, $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$.

【点睛】本题考查配方法解一元二次方程的方法步骤, 熟练掌握配方法解一元二次方程是解决问题的关键.

21. 根据甲、乙两人在一次赛跑中跑完全程的平均速度, 得到路程 s (米) 与时间 t (秒) 之间的依赖关系如图所示, 请根据图中信息填空:

- (1) 这次赛跑全程是_____米;
- (2) 甲在这次赛跑中的平均速度是_____米/秒;
- (3) 当甲到达终点时, 乙距离终点还有_____米.



【答案】(1) 100; (2) $\frac{25}{3}$; (3) 4.

【解析】

【分析】(1) 根据图形得出这次赛跑全程是 100 米;

(2) 根据图形得出甲走的路程是 100 米, 用了 12 秒, 再根据速度公式求出即可;

(3) 根据图形列出算式, 再求出即可.

【详解】解: (1) 这次赛跑全程是 100 米,

故答案为 100;

$$(2) 100 \div 12 = \frac{25}{3},$$

即甲在这次赛跑中的平均速度是 $\frac{25}{3}$ 米/秒,

故答案为 $\frac{25}{3}$;

$$(3) 100 - \frac{100}{12.5} \times 12 = 4,$$

即当甲到达终点时, 乙距离终点还有 4 米,

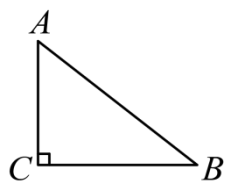
故答案为 4.

【点睛】本题考查了一次函数的应用, 能根据图形得出正确的信息是解此题的关键, 数形结合思想的应用.

22. 如图所示, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $AB = 10$. 点 D 在边 AC 上, 且点 D 到边 AB 和边 BC 的距离相等.

(1) 用直尺圆规作出点 D (不写作法, 保留作图痕迹, 在图上标注清楚点 D);

(2) 求点 D 到边 AB 的距离.



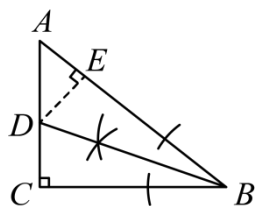
【答案】(1) 详见解析; (2) $\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】(1) 作 $\angle ABC$ 的角平分线交 AC 于 D , 则根据角平分线的性质可判断点 D 到边 AB 和边 BC 的距离相等;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 如图, 利用勾股定理计算出 $BC = 8$, 设 $DE = x$, 则 $DC = x$, 利用 $S_{\triangle ADB} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC}$ 得到 $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot x = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$, 然后解方程求出 x 即可.

【详解】解: (1) 如图, 点 D 就是所要求作的点;



(2) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 如图,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$,

设 $DE = x$, 则 $DC = x$,

$$\because S_{\triangle ADB} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot x = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{8}{3},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 到边 } AB \text{ 的距离为 } \frac{8}{3}.$$

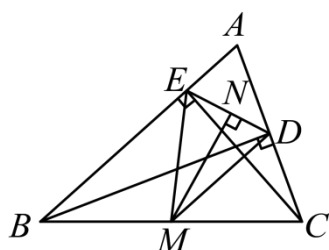
【点睛】 本题考查了作图 - 基本作图: 熟练掌握基本作图 (作一条线段等于已知线段; 作一个角等于已知角; 作已知线段的垂直平分线; 作已知角的角平分线; 过一点作已知直线的垂线). 也考查了角平分线的性质.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 第 23、24 题每小题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 28 分)

23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 、 CE 分别是边 AC 、 AB 上的高, 点 M 是 BC 的中点, 且 $MN \perp DE$, 垂足为点 N

(1) 求证: $ME = MD$;

(2) 如果 BD 平分 $\angle ABC$, 求证: $AC = 4EN$.



【答案】 (1) 详见解析; (2) 详见解析.

【解析】

【分析】 (1) 根据直角三角形的性质得到 $DM = \frac{1}{2} BC$, $EM = \frac{1}{2} BC$, 等量代换即可证明;

(2) 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$, 根据全等三角形的性质得到 $AD = CD$, 根据直角三角形的性质, 等腰三角形的性质证明.

【详解】 证明: (1) $\because BD$ 是边 AC 上的高,

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ,$$

$\because$ 点 M 是 BC 的中点,

$$\therefore DM = \frac{1}{2} BC,$$

$$\text{同理, } EM = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore ME=MD;$$

(2) $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$\because BD$ 是边 AC 上的高,

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 90^\circ.$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CBD \\ BD = BD \\ \angle ADB = \angle CDB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD=CD,$$

$\because CE$ 是边 AB 上的高,

$$\therefore \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\therefore AC=2ED,$$

$$\because ME=MD, MN \perp DE,$$

$$\therefore DE=2EN,$$

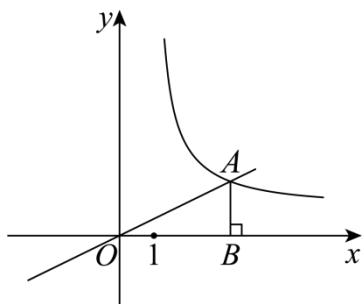
$$\therefore AC=4EN.$$

【点睛】 本题考查的是直角三角形的性质，等腰三角形的性质，掌握直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 内，函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象有公共点 A ，点 A 的坐标为 $(4, a)$ ， $AB \perp x$ 轴，垂足为点 B .

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 点 C 是第一象限内直线 OA 上一点，过点 C 作直线 $CD \parallel AB$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 D ，且点 C 在点 D 的上方， $CD = \frac{3}{2}AB$ ，求点 D 的坐标.



【答案】 (1) $y = \frac{8}{x}$. (2) 点 D 的坐标为 (8, 1).

【解析】

【分析】 (1) 把 A 的坐标为 (4, a) 代入 $y = \frac{1}{2}x$, 求得 a, 然后根据待定系数法即可求得反比例函数的解析式;

(2) 设点 C 坐标为 $(m, \frac{1}{2}m)$ ($m > 0$), 点 D 坐标为 $(m, \frac{8}{m})$, 可得 $CD = \frac{1}{2}m - \frac{8}{m}$, 根据题意可得 $\frac{1}{2}m - \frac{8}{m} = \frac{3}{2} \times 2$, 解得 $m = 8$, 从而求得 D 的坐标.

【详解】 解: (1) $\because$ 点 A 在函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象上, 点 A 的坐标为 (4, a),

$$\therefore a = 2,$$

$\therefore$ 点 A 坐标为 (4, 2).

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore 2 = \frac{k}{4}, \text{ 解得 } k = 8.$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{8}{x}$.

(2) $\because AB \perp x$ 轴, 点 A 坐标为 (4, 2),

$$\therefore AB = 2.$$

$\because$ 点 C 为第一象限内直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上一点,

$\therefore$ 设点 C 坐标为 $(m, \frac{1}{2}m)$ ($m > 0$).

又 $\because CD \parallel AB$, 且点 D 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上,

$\therefore$ 设点 D 坐标为 $(m, \frac{8}{m})$.

$\because$ 点 C 在点 D 的上方,

$$\text{可得 } CD = \frac{1}{2}m - \frac{8}{m}.$$

$$\because CD = \frac{3}{2}AB,$$

$$\therefore \frac{1}{2}m - \frac{8}{m} = \frac{3}{2} \times 2,$$

$\therefore$ 解得 $m = 8$ 或 $m = -2$.

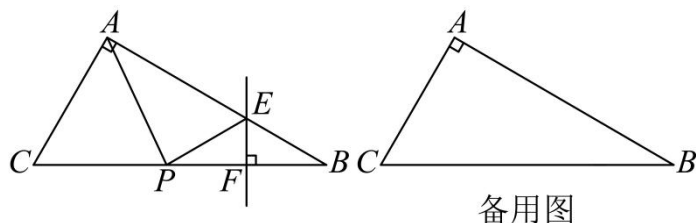
$$\because m > 0,$$

$$\therefore m = 8.$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 (8, 1).

【点睛】此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，反比例函数图象上点的坐标特征，解本题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

25. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = 6$. 点 P 是射线 CB 上一点 (不与点 B 重合)， EF 为 PB 的垂直平分线，交 PB 于点 F ，交射线 AB 于点 E ，连接 PE 、 AP .



- (1) 求 $\angle B$ 的度数;
- (2) 当点 P 在线段 CB 上时，设 $BE = x$ ， $\triangle ACP$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域;
- (3) 如果 $BE = 2$ ，请直接写出 $\triangle ACP$ 的面积.

【答案】(1) $\angle B = 30^\circ$

$$(2) y = 6\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x (0 < x < 4)$$

$$(3) \triangle ACP \text{ 的面积为 } 3\sqrt{3} \text{ 或 } 9\sqrt{3}$$

【解析】

【分析】(1) 直接利用 $\tan \angle B = \frac{AC}{AB}$ 即可得出答案;

(2) 作 $AD \perp BC$ ，垂足为点 D 由直角三角形 30° 角所对边等于斜边一半知 $AD = \frac{1}{2}AB = 3$ ，
 $EF = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}x$ ，根据勾股定理知 $BF = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，继而由 $S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}CP \cdot AD$ 可得答案;

(3) 点 P 在线段 BC 上时，由 $BE = 2$ 知 $x = 2$ 代入 (2) 中所得解析式计算即可得; 当点 P 在射线 CB 上时，作 $AM \perp BC$ 根据已知条件得出 $EF = \frac{1}{2}BE = 1$ ， $PF = BF = \sqrt{3}$ ， $AM = \frac{1}{2}AB = 3$ ，利用三角形的面积公式计算可得;

本题考查了勾股定理及其逆定理、直角三角形的性质及三角形的面积公式，解题的关键是熟练掌握知识点的应用和分类讨论思想的运用.

【小问 1 详解】

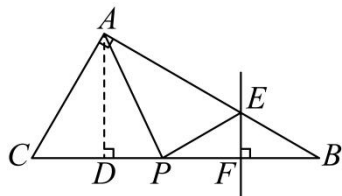
在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 2\sqrt{3}$ ， $AB = 6$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ;$$

【小问 2 详解】

过点 A 作 $AD \perp BC$ ，垂足为点 D，



$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 3, \quad BC = 2AC = 4\sqrt{3},$$

$$\text{同理 } EF = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle EFB \text{ 中, } EF^2 + FB^2 = EB^2, \text{ 即 } \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + BF^2 = x^2,$$

$$\therefore BF = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{又} \because BP = 2BF,$$

$$\therefore BP = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore CP = CB - PB = 4\sqrt{3} - \sqrt{3}x,$$

$$\therefore S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}CP \cdot AD,$$

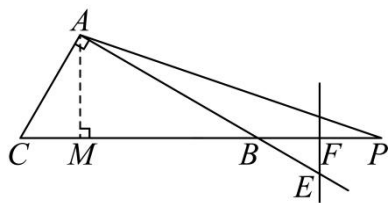
$$\therefore y = \frac{1}{2}(4\sqrt{3} - \sqrt{3}x) \times 3 = 6\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2}x (0 < x < 4);$$

【小问 3 详解】

当点 P 在线段 BC 上时，由 $BE = 2$ 知 $x = 2$ ，

$$\text{由 (2) 知此时, } \triangle ACP \text{ 的面积为 } 6\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 2 = 3\sqrt{3},$$

当点 P 在射线 CB 上时，如图，过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M，



$$\because BE = 2, \quad \angle EBF = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BE = 1,$$

$$\text{则 } PF = BF = \sqrt{3},$$

$$\because AB = 6,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\text{则 } \triangle ACP \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times PC \times AM = \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}) \times 3 = 9\sqrt{3},$$

综上所述: $\triangle ACP$ 的面积为 $3\sqrt{3}$ 或 $9\sqrt{3}$.