

2022 学年第一学期八年级随堂练习数学学科 (第一阶段)

完卷时间 100 分钟, 满分 100 分

考生注意:

- 1 本卷有三大题, 共 26 小题.
2. 试卷满分 100 分, 考试时间 100 分钟.
3. 按要求在试卷纸上作答, 在草稿纸上答题一律无效.

一、选择题 (共 6 题, $6 \times 3 = 18$ 分)

1. 二次根式 $\sqrt{x+y}$ 的一个有理化因式是 ()

- A. $\sqrt{x-y}$ B. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ C. $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ D.

$2\sqrt{x+y}$

【答案】D

【解析】

【分析】二次根式的有理化的目的就是去掉根号, 所以 $\sqrt{x+y}$ 的一个有理化因式是 $2\sqrt{x+y}$.

【详解】解: $\sqrt{x+y} \times 2\sqrt{x+y} = 2(\sqrt{x+y})^2 = 2x+2y$,

故一个有理化因式是 $2\sqrt{x+y}$,

故选: D.

【点睛】本题考查了二次根式的有理化, 根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化. 本题二次根式有理化主要利用平方公式.

2. 下列四组二次根式, 不是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{50}$ C. $\sqrt{4x^3}$ 与 $\sqrt{8x^3}$ D. $\sqrt{3x}$

与 $\sqrt{3a^2x^3}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同类二次根式是化为最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式称为同类二次根式, 可得答案.

【详解】解: A、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故不符合题意;

B、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ，是同类二次根式，故不符合题意；

C、 $\sqrt{4x^3} = 2x\sqrt{x}$ ， $\sqrt{8x^3} = 2x\sqrt{2x}$ ，不是同类二次根式，故符合题意；

D、 $\sqrt{3a^2x^3} = ax\sqrt{3x}$ ，与 $\sqrt{3x}$ 是同类二次根式，故不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查同类二次根式的概念，判断两个二次根式是否是同类二次根式，首先要把它们化为最简二次根式，然后再看被开方数是否相同.

3. 若 m, n 为任意实数，则下列各式成立的是 ()

A. $\sqrt{(m+n)^2} = m+n$

B. $\sqrt{(m+n)^4} = (m+n)^2$

C. $\sqrt{mn} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$

D. $\sqrt{m^2} + \sqrt{n^2} = m+n$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质把各个选项进行化简，判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{(m+n)^2} = |m+n|$ ，故不成立，不合题意；

B、 $\sqrt{(m+n)^4} = (m+n)^2$ ，故成立，符合题意；

C、 $\sqrt{mn} \neq \sqrt{m} + \sqrt{n}$ ，故不成立，不合题意；

D、 $\sqrt{m^2} + \sqrt{n^2} = |m| + |n|$ ，故不成立，不合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查的是二次根式的化简，掌握二次根式的性质： $\sqrt{a^2} = |a|$ 是解题的关键.

4. 若 $\sqrt{x^3 + 2x^2} = -x\sqrt{x+2}$ ，则实数 x 的范围是 ()

A. $-2 \leq x \leq 0$

B. $x \leq -2$

C. $x \geq -2$

D. $x \leq 0$

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知式子可得 $x \leq 0$ 且 $x+2 \geq 0$ ，再求出 x 的范围即可.

【详解】解： $\because \sqrt{x^3 + 2x^2} = \sqrt{x^2(x+2)} = -x\sqrt{x+2}$ ，

$$\therefore x \leq 0 \text{ 且 } x+2 \geq 0,$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 0,$$

故选 A.

【点睛】本题考查了二次根式的性质，二次根式有意义的条件，解题的关键是掌握 $\sqrt{a^2} = |a|$.

5. 下列各方程中是一元二次方程的是 ()

A. $x^2 + y^2 = 0$ B. $x^2 + \sqrt{2} = 0$ C. $(x+1)^2 = x(x+3)$ D.

$\frac{2}{x^2+1} = 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫一元二次方程进行分析即可.

【详解】解：A、 $x^2 + y^2 = 0$ 中含有两个未知数，故不是一元二次方程，不合题意；

B、 $x^2 + \sqrt{2} = 0$ 是一元二次方程，符合题意；

C、 $(x+1)^2 = x(x+3)$ 化简得： $1+2x=3x$ ，故不是一元二次方程，不合题意；

D、 $\frac{2}{x^2+1} = 1$ 中分母含有未知数，故不是一元二次方程，不合题意；

故选：B.

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的定义，判断一个方程是否是一元二次方程，首先要看是否是整式方程，然后看化简后是否是只含有一个未知数且未知数的最高次数是2.

6. 下列说法正确的是 ()

A. 方程 $x^2 - a^2 = 0$ 没有实数根

B. 方程 $x^2 - 4x - 4 = 0$ 有两个相等的实数根

C. 在方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中，如果 $b^2 - 4ac > 0$ ，那么这个方程有两个不相等的实数根

D. 无论 a 取何值，方程 $x^2 + 4ax - 1 = 0$ 总有两个不相等的实数根

【答案】 D

【解析】

【分析】利用一元二次方程根的判别式和方程的解法对选项逐一判断即可.

【详解】解：A、方程 $x^2 - a^2 = 0$ 的实数根为 $x_1 = a$ ， $x_2 = -a$ ，故错误，不合题意；

B、方程 $x^2 - 4x - 4 = 0$ 中， $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 32 > 0$ ，则有两个不相等的实数根，故错误，不合题意；

C、在方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中，如果 $b^2 - 4ac > 0$ 且 $a \neq 0$ ，那么这个方程有两个不相等的实数根，故错误，不合题意；

D、由于 $(4a)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 16a^2 + 4 > 0$ ，则无论 a 取何值，方程 $x^2 + 4ax - 1 = 0$ 总有两个不相等的实数根，故正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查的是根的判别式，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与

$\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。上面的结论反过来也成立。

二、填空题 (共 12 题, 12 * 2 = 24 分)

7. 若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____。

【答案】 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，即可求解。

【详解】解：根据二次根式有意义，分式有意义得： $x-1 \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$ ，

解得： $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ 。

故答案为： $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ 。

【点睛】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数，难度不大。

8. 计算： $\sqrt{2xy} \cdot \sqrt{8y} =$ _____。

【答案】 $4y\sqrt{x}$

【解析】

【详解】试题解析： $\sqrt{2xy} \cdot \sqrt{8y} = \sqrt{16xy^2} = 4y\sqrt{x}$

9. 方程 $x^2 = \sqrt{3}x$ 的根是_____。

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = \sqrt{3}$

【解析】

【详解】原方程变形为： $x(x-3)=0$ ，解得 $x_1=0$ ， $x_2=3$ 。

10. 实数 a 在数轴上对应的点在原点的左边，则 $\sqrt{-a^3b} =$ _____。

【答案】 $-a\sqrt{-ab}$

【解析】

【分析】根据题意得到 $a < 0$ ，再利用二次根式的性质分析并化简 $\sqrt{-a^3b}$ 。

【详解】解： $\because$ 实数 a 在数轴上对应的点在原点的左边，

$\therefore a < 0$ ，

$\therefore \sqrt{-a^3b} = \sqrt{a^2 \cdot (-ab)} = -a\sqrt{-ab}$ ，

故答案为： $-a\sqrt{-ab}$ 。

【点睛】本题考查了实数与数轴，二次根式的性质，解题的关键是根据 a 的范围，结合二次

根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$ 化简.

11. 若最简二次根式 $\sqrt[3]{2a+5}$ 与 $2\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 则 $a+b =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 根据最简二次根式与同类二次根式的定义列方程组求解.

【详解】 解: 由题意, 得

$$b+3=2, \quad 2a+5=3,$$

解得: $b=-1, \quad a=-1.$

$$\therefore a+b=-2,$$

故答案为: -2.

【点睛】 此题主要考查了同类二次根式的定义, 即: 二次根式化成最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

12. 一元二次方程 $(1+3x)(x-3) = 2x^2 + 1$ 的一次项系数为 _____.

【答案】 -8

【解析】

【分析】 去括号、移项变形为一元二次方程的一般形式 $ax^2 + bx + c = 0$, 从而得到一次项系数.

$$\text{【详解】 解: } (1+3x)(x-3) = 2x^2 + 1,$$

$$\text{去括号得, } x-3+3x^2-9x = 2x^2+1,$$

$$\text{移项得, } x^2-8x-4=0,$$

所以一般形式为 $x^2-8x-4=0$; 一次项系数为 -8;

故答案为: -8.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的一般形式: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, \quad a, \quad b, \quad c \text{ 为常数})$, a 叫二次项系数, b 叫一次项系数, c 叫常数项.

13. 分母有理化 $\frac{2}{2-\sqrt{5}} =$ _____.

【答案】 $-4-2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 根据分式的性质, 分子、分母同时乘 $2+\sqrt{5}$ 即可.

$$\text{【详解】 解: } \frac{2}{2-\sqrt{5}} = \frac{2(2+\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} = -4-2\sqrt{5},$$

故答案为: $-4-2\sqrt{5}$.

【点睛】 本题考查的是分式的化简, 掌握分母有理化的步骤是解题的关键.

14. 若 m 、 n 为实数, 且 $(m^2+n^2)(m^2-1+n^2)=30$, 则 $m^2+n^2=$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 设 $m^2+n^2=x$, 代入已知式子, 得到方程 $x^2-x-30=0$, 求出 x 值即可.

【详解】 解: 设 $m^2+n^2=x$,

$$\text{则 } (m^2+n^2)(m^2-1+n^2)=x(x-1)=30,$$

$$\therefore x^2-x-30=0,$$

$$\text{解得: } x_1=-5 \text{ (舍)}, x_2=6,$$

$$\text{即 } m^2+n^2=6,$$

故答案为: 6.

【点睛】 本题考查了一元二次方程, 解题的关键是要能运用整体思想, 得出关于 x 的方程.

15. 不等式 $\sqrt{2}x-3>\sqrt{3}x$ 的解集为_____.

【答案】 $x<-3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 利用不等式的基本性质, 将不等式未知项和常数项各移到一边, 解得 x 的解集.

【详解】 解: 由 $\sqrt{2}x-3>\sqrt{3}x$, 得

$$\sqrt{2}x-\sqrt{3}x>3,$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{3})x>3,$$

$$\therefore x<\frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}, \text{ 即 } x<-3\sqrt{2}-3\sqrt{3}.$$

故答案是: $x<-3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的应用. 解题的关键是熟悉不等式的基本性质: 不等式的两边同时除以负数, 不等号的方向发生改变.

16. 已知 $\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{5}$, 那么 $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 直接利用完全平方公式得出 $x+\frac{1}{x}=7$, 进而得出答案.

【详解】解： $\because \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$,

$$\therefore \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = 5,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} - 2 = 5,$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 7,$$

$$\therefore \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2 = 9,$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \pm 3,$$

$$\because \sqrt{x} \text{ 是非负数,}$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3.$$

故答案为：3.

【点睛】此题主要考查了二次根式的混合运算以及完全平方公式的应用，正确将已知变形是解题关键.

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k^2 - 1)x^2 + 2(k - 1)x + 1 = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \neq -1$ 且 $k < 1$

【解析】

【分析】由于关于 x 的一元二次方程 $(k^2 - 1)x^2 + 2(k - 1)x + 1 = 0$ 有两个实数根，根据一元二次方程的定义以及根的判别式 Δ 的意义得到 $k^2 - 1 \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$ ，即 $[2(k - 1)]^2 - 4(k^2 - 1) \times 1 \geq 0$ ，然后解不等式组即可得到 k 的取值范围.

【详解】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(k^2 - 1)x^2 + 2(k - 1)x + 1 = 0$ 有两个实数根，

$$\therefore k^2 - 1 \neq 0 \text{ 且 } \Delta \geq 0, \text{ 即 } [2(k - 1)]^2 - 4(k^2 - 1) \times 1 \geq 0,$$

解得 $k \neq -1$ 且 $k < 1$,

$\therefore k$ 的取值范围为 $k \neq -1$ 且 $k < 1$.

故答案为： $k \neq -1$ 且 $k < 1$.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，

方程没有实数根. 也考查了不等式的解法.

18. 等腰 $\triangle ABC$ 的一边长为3, 另外两边的长是关于 x 的方程 $x^2 - 10x + m = 0$ 的两个实数根, 则 m 的值是_____.

【答案】25

【解析】

【分析】结合根与系数的关系, 分已知边长3是底边和腰两种情况讨论.

【详解】解: 设关于 x 的方程 $x^2 - 10x + m = 0$ 的两个实数根分别为 a 、 b .

方程 $x^2 - 10x + m = 0$ 有两个实数根, 则 $\Delta = 100 - 4m \geq 0$, 得 $m \leq 25$.

①当底边长为3时, 另两边相等时, $a + b = 10$,

$\therefore$ 另两边的长都是为5, 则 $m = ab = 25$;

②当腰长为3时, 另两边中至少有一个是3, 则3一定是方程 $x^2 - 10x + m = 0$ 的根,

另一根为: 7.

$\therefore 3 + 3 < 7$, 不能构成三角形.

$\therefore m$ 的值为25.

故答案为: 25.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$:

当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$,

方程没有实数根. 也考查了三角形三边的关系以及等腰三角形的性质.

三、解答题 (共8题, 共58分. 其中19~23题每题6分; 24~25题每题8分; 26题12分)

19. 化简: $\frac{1}{3}\sqrt{9a} - 2a\sqrt{\frac{1}{a}} + 8\sqrt{\frac{a}{16}}$.

【答案】 $\sqrt{a}$

【解析】

【分析】先化为最简二次根式, 再利用二次根式的加减运算法则, 进行运算即可求解.

【详解】解: $\frac{1}{3}\sqrt{9a} - 2a\sqrt{\frac{1}{a}} + 8\sqrt{\frac{a}{16}}$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{a} - 2a \cdot \frac{1}{a}\sqrt{a} + 8 \cdot \frac{1}{4}\sqrt{a}$$

$$= \sqrt{a}.$$

【点睛】本题考查二次根式的加减混合运算, 二次根式的性质, 二次根式的加减运算, 先化为最简二次根式, 再将被开方数相同的二次根式进行合并. 合并同类二次根式的实质是合并同类二次根式的系数, 根指数与被开方数不变. 同类二次根式是指几个二次根式化简成最简

二次根式后，被开方数相同的二次根式.

20. 化简: $\left(-3\sqrt{x^2y}\right)^2 \div \frac{9}{16}\sqrt{32x^3y}$ (其中 $x > 0$);

【答案】 $2\sqrt{2xy}$

【解析】

【分析】 将除法转化为乘法，再利用二次根式的乘除法则计算.

【详解】 解: $\left(-3\sqrt{x^2y}\right)^2 \div \frac{9}{16}\sqrt{32x^3y}$

$$= 9x^2y \times \frac{16}{9 \times 4x\sqrt{2xy}}$$
$$= \frac{4xy}{\sqrt{2xy}}$$
$$= 2\sqrt{2xy}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的乘除运算，解题的关键是掌握运算法则，从而正确化简算式.

21. 解方程: $(x+1)^2 = 4(x-1)^2$;

【答案】 $x_1 = 3$ 或 $x_2 = \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 由原方程移项，得到 $(x+1)^2 - 4(x-1)^2 = 0$ ，然后利用平方差公式对方程的左边进行分解因式；最后解方程即可.

【详解】 解: 由原方程，得

$$(x+1)^2 - 4(x-1)^2 = 0,$$
$$\therefore (x+1-2x+2)(x+1+2x-2) = 0, \text{ 即 } (3-x)(3x-1) = 0,$$
$$\therefore 3-x = 0 \text{ 或 } 3x-1 = 0,$$

解得, $x_1 = 3$ 或 $x_2 = \frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程——因式分解法. 解答该题时，须牢记平方差公式.

22. 解方程: $x^2 + 4x - 1 = 0$.

【答案】 $x_1 = -2 + \sqrt{5}$, $x_2 = -2 - \sqrt{5}$

【解析】

【分析】 利用配方法求解即可.

【详解】 解: $x^2 + 4x - 1 = 0$,

移项得: $x^2 + 4x = 1$,

配方得: $x^2 + 4x + 4 = 5$,

合并得: $(x+2)^2 = 5$,

开方得: $x+2 = \pm\sqrt{5}$,

解得 $x_1 = -2 + \sqrt{5}$, $x_2 = -2 - \sqrt{5}$.

【点睛】 本题主要考查了解一元二次方程, 熟知解一元二次方程的方法是解题的关键.

23. 先化简, 再求值 $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$, 其中 $x=5$, $y=\frac{1}{5}$.

【答案】 $2\sqrt{x}-2\sqrt{y}$, $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【分析】 根据分母有理化和完全平方公式可以化简题目中的式子, 然后将 x 、 y 的值代入化简后的式子即可解答本题.

【详解】 解: $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$
 $= \frac{(x-y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y} + \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$
 $= \sqrt{x}-\sqrt{y} + \sqrt{x}-\sqrt{y}$
 $= 2\sqrt{x}-2\sqrt{y}$,
当 $x=5$, $y=\frac{1}{5}$ 时, 原式 $= 2\sqrt{5}-2\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$.

【点睛】 本题考查二次根式的化简求值、分母有理化, 解答本题的关键是明确二次根式化简求值的方法.

24. 若 m 适合关系式 $\sqrt[4]{3x+5y-2-m} + \sqrt[4]{2x+3y-m} = \sqrt{x-299+y} \cdot \sqrt{299-x-y}$, 求 m 的值.

【答案】 301

【解析】

【分析】 先根据二次根式有意义的条件得出 $x+y$ 的值, 再列出关于 x 、 y 、 m 的三元一次方程组解答即可.

【详解】 解: 根据题意得: $\begin{cases} x-299+y \geq 0 \\ 299-x-y \geq 0 \end{cases}$,

则 $x + y - 299 = 0$,

即 $\sqrt[4]{3x+5y-2-m} + \sqrt[4]{2x+3y-m} = 0$,

$$\text{则} \begin{cases} x + y - 299 = 0 \\ 3x + 5y - 2 - m = 0 \\ 2x + 3y - m = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 596 \\ y = -297 \\ m = 301 \end{cases}$$

故 $m = 301$.

【点睛】本题考查了二次根式的意义和性质. 概念: 式子 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 叫二次根式. 性质: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义. 同时考查了非负数的性质, 几个非负数的和为 0, 这几个非负数都为 0.

25. 已知: 设三角形 ABC 的三边 a, b, c 为方程 $4x^2 + 4\sqrt{a}x + 2b - c = 0$ 有两个相等的实数根, 且 a, b, c 满足 $3a - 2c = b$

(1) 求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形.

(2) 若 a, b 为方程 $x^2 - 2kx + (-2k + 3) = 0$ 的两根, 求 k 的值.

【答案】(1) 见解析 (2) 1

【解析】

【分析】(1) 根据方程有两个相等的实数根得出 $\Delta = (4\sqrt{a})^2 - 4 \times 4 \times (2b - c) = 0$, 即 $a = 2b - c$, 代入 $3a - 2c = b$ 可得 $b = c$, 代入 $a = 2b - c$ 得 $a = b$;

(2) 根据题意知方程 $x^2 - 2kx - (2k - 3) = 0$ 有两个相等的实数根, 据此得 $\Delta = (-2k)^2 - 4 \times 1 \times [-(2k - 3)] = 0$, 即 $k^2 + 2k - 3 = 0$, 解之可得 $k = -3$ 或 $k = 1$, 代回方程求得 x 的值, 判断是否符合题意即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 方程 $4x^2 + 4\sqrt{a}x + 2b - c = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (4\sqrt{a})^2 - 4 \times 4 \times (2b - c) = 0, \text{ 即 } a = 2b - c,$$

$$\because 3a - 2c = b,$$

$$\therefore 3(2b - c) - 2c = b, \text{ 即 } b = c,$$

将 $b = c$ 代入 $a = 2b - c$ 得: $a = b$,

$$\therefore a = b = c,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形;

【小问2 详解】

$\because a, b$ 为方程 $x^2 - 2kx - (2k - 3) = 0$ 两根, 且 $a = b$,

$\therefore \Delta = (-2k)^2 - 4 \times 1 \times [-(2k - 3)] = 0$, 即 $k^2 + 2k - 3 = 0$,

解得: $k = 1$ 或 $k = -3$,

当 $k = -3$ 时, 方程为 $x^2 + 6x + 9 = 0$, 解得: $x_1 = x_2 = -3 < 0$ (舍);

当 $k = 1$ 时, 方程为 $x^2 - 2x + 1 = 0$, 解得: $x_1 = x_2 = 1$, (符合题意);

故 $k = 1$.

【点睛】本题主要考查根的判别式和解一元二次方程的能力、等边三角形的判定, 根据方程的根的情况得出判别式的值的情况, 从而得到关于 a, b, c 及 k 的等式是解题的关键.

26. 阅读理解:

一位同学将代数式 $x^2 - 2x + 5$ 变形为 $(x^2 - 2x + 1) + 4$, 得到 $(x - 1)^2 + 4$ 后分析发现

$(x - 1)^2 \geq 0$, 那么当 $x = 1$ 时, 此代数式有最小值是 4.

请同学们思考以下问题:

(1) 已知代数式 $x^2 + 2x - 1$, 此代数式有最_____值 (填“大”或“小”), 且值为_____.

(2) 已知代数式 $-x^2 + 4x + 9$, 此代数式有最_____值 (填“大”或“小”), 且值为_____.

(3) 通过阅读材料分析代数式 $2x^2 + 6x - 1$ 的最值情况, 写出详细过程及结论.

(4) 已知代数式 $ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$), 探究此代数式的最值情况, 若果有, 请直接写出答案, 如果没有, 请说明理由.

【答案】(1) 小, -2

(2) 大, 13 (3) $x = -\frac{3}{2}$ 时, 代数式有最小值 $-\frac{11}{2}$; 过程见解析

(4) 当 $a > 0$, $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 代数式有最小值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$,

当 $a < 0$, $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 代数式有最大值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$; 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 把 $x^2 + 2x - 1$ 配方, 得到 $(x + 1)^2 - 2$, 根据 $(x + 1)^2 \geq 0$, 推出当 $x = -1$ 时, 代数式有最小值 -2;

(2) 把 $-x^2 + 4x + 9$ 提负号再配方, 得到 $-(x - 2)^2 + 13$, 根据 $-(x - 2)^2 \leq 0$, 推出当 $x = 2$

时，代数式有最大值 13；

(3) 把 $2x^2 + 6x - 1$ 提公因式 2 后配方，得到 $2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{11}{2}$ ，根据 $2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0$ ，推出

当 $x = -\frac{3}{2}$ 时，代数式有最小值 $-\frac{11}{2}$ ；

(4) 将 $ax^2 + bx + c$ 提公因式 a 再配方，

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$
，根据 $a > 0$ 时， $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ ，推出当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时，代数式有最小值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$ ；根据 $a < 0$ 时， $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$ ，推出当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时，代数式有最大

值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$ 。

【小问 1 详解】

$$\because x^2 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 1 - 2 = (x + 1)^2 - 2,$$

且 $(x + 1)^2 \geq 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时，代数式有最小值 -2 ；

故答案为：小， -2 ；

【小问 2 详解】

$$\because -x^2 + 4x + 9 = -(x^2 - 4x + 4 - 13) = -(x - 2)^2 + 13,$$

且 $-(x - 2)^2 \leq 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时，代数式有最大值 13；

故答案为：大，13；

【小问 3 详解】

$$\because 2x^2 + 6x - 1 = 2\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) - 1 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{11}{2},$$

且 $2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0$ ，

$\therefore$ 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时，代数式有最小值 $-\frac{11}{2}$ ；

【小问 4 详解】

$$\because ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a},$$

$$\text{且 } a > 0 \text{ 时, } a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 时, 代数式有最小值 } \frac{4ac - b^2}{4a},$$

$$\because a < 0 \text{ 时, } a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 时, 代数式有最大值 } \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

【点睛】本题主要考查了代数式的最值等，解决问题的关键是熟练掌握配方法，完全平方式的非负性．配方的前提须使二次项的系数化为“1”．