

2022 学年第一学期八年级阶段练习一

数学试卷

(考试时间 90 分钟

满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 30 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出推理或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 5 题, 每题 3 分, 满分 15 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确项的代号直接填在答题纸的相应位置】

1. 下列各方程中, 一定是一元二次方程的是 ()

A. $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 2 = 0$

B. $ax^2 + bx + c = 0$

C. $(x-2)^2 = 2(x-2)$

D. $x^2 + 2y = 3$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义逐项分析判断即可

【详解】A、含有分式, 不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

B、当 $a=0$ 时, 不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

C、是一元二次方程, 故此选项符合题意;

D、含有两个未知数, 不是一元二次方程, 故此选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义, 掌握定义是解题的关键. 一元二次方程定义, 只含有一个未知数, 并且未知数项的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程.

2. 下列结论正确的是 ()

A. $\sqrt{a^2 + b^2}$ 是最简二次根式

B. $\sqrt{x-y}$ 的有理化因式可以是

$\sqrt{x+y}$

C. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1-\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{b-a}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据二次根式的性质、最简二次根式的概念逐项判断即可.

【详解】解: A. $\sqrt{a^2 + b^2}$ 是最简二次根式, 故本选项正确;

B. $\sqrt{x-y}$ 的有理化因式是 $\sqrt{x-y}$ ，故本选项错误；

C. $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ ，故本选项错误；

D. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ ，故本选项错误.

故选：A.

【点睛】本题考查了二次根式，熟练掌握二次根式的性质和运算法则是关键.

3. 化简 $\sqrt{-xy^2}$ ($y < 0$) 的结果是 ()

A. $y\sqrt{x}$

B. $y\sqrt{-x}$

C. $-y\sqrt{x}$

D. $-$

$y\sqrt{-x}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式的概念求出 x 的符号,根据二次根式的性质化简即可.

【详解】由二次根式的概念可知, $-xy^2 \geq 0$, 又 $y < 0$,

$\therefore -x \geq 0$,

$\therefore$ 化简 $\sqrt{-xy^2}$ ($y < 0$) 的结果是 $-y\sqrt{-x}$,

所以 D 选项是正确的.

【点睛】本题考查的是二次根式的性质与化简,掌握二次根式的性质是解题的关键,注意二次根式的被开方数是非负数.

4. 把二次三项式 $2x^2 - 8xy + 5y^2$ 因式分解, 下列结果正确的是 ()

A. $\left(x - \frac{4+\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{4-\sqrt{6}}{2}y\right)$

B. $2\left(x - \frac{4+\sqrt{6}}{2}\right)\left(x - \frac{4-\sqrt{6}}{2}\right)$

C. $2\left(x - \frac{4-\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{4+\sqrt{6}}{2}y\right)$

D. $(2x - 4y + \sqrt{6}y)\left(x - \frac{4-\sqrt{6}}{2}y\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】运用十字相乘法分解因式, 即可得出答案.

【详解】解: $2x^2 - 8xy + 5y^2$

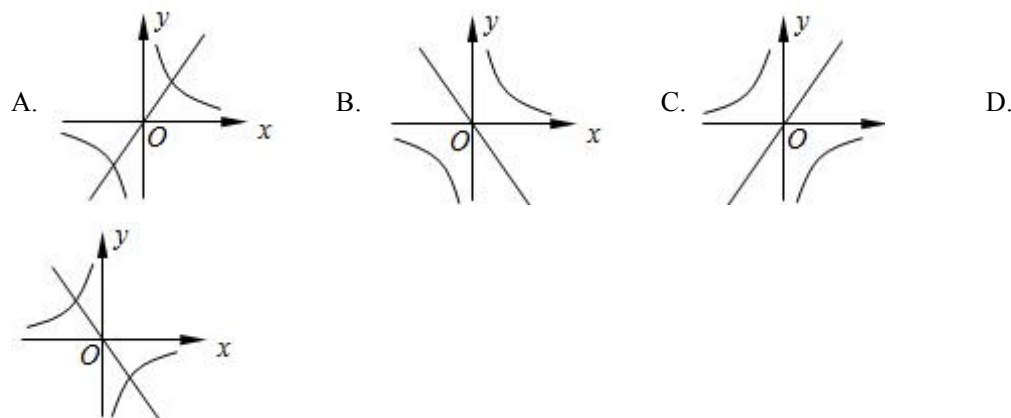
$$= 2(x^2 - 4xy + \frac{5}{2}y^2)$$

$$= 2\left(x - \frac{4 - \sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{4 + \sqrt{6}}{2}y\right)$$

故选 C

【点睛】 本题考查了实数范围内的因式分解，掌握十字相乘法是解本题的关键.

5. 已知函数 $y=kx$ 中， y 随 x 的增大而减小，那么它和函数 $y = \frac{k}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的大致图像可能是 ()



【答案】 D

【解析】

【分析】 根据正比例函数的增减性判断出 $k < 0$, 再由函数的性质即可判定图形所过象限.

【详解】 解: $\because y=kx$ 中, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore k < 0$,

$\therefore y = kx$ 的图像经过二四象限, $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过二四象限,

故选 D.

【点睛】 本题考查了函数的图像和性质, 属于简单题, 熟悉函数增减性与系数的关系是解题关键.

二、填空题 (本大题共 15 题, 每题 2 分, 满分 30 分) 【请将结果直接填在答题纸的相应位置】

6. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 利用二次根式的性质化简, 再相减.

【详解】 解: $\sqrt{12} - \sqrt{3}$

$$= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}$$

故答案是： $\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的减法，解题的关键是掌握二次根式的化简及性质.

7. 方程 $x^2 = -2x$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = -2$

【解析】

【详解】 方程变形得： $x^2 + 2x = 0$, 即 $x(x+2) = 0$,

可得 $x=0$ 或 $x+2=0$,

解得： $x_1=0$, $x_2=-2$.

故答案是： $x_1=0$, $x_2=-2$

8. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x > 2$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解.

【详解】 根据二次根式的意义以及分式的意义可知： $x-2 > 0$, 所以， $x > 2$.

故答案为 $x > 2$.

【点睛】 本题考查了函数自变量的取值范围的确定和分式的意义. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

9. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式，则 $a =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 先把二次根式化为最简二次根式，此时若被开方数相同，则二次根式为同类二次根式，根据定义建立方程求解即可.

【详解】 解： $\because$ 最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式，

$$\therefore 3a-8=17-2a,$$

$$\therefore 5a=25,$$

解得： $a=5$,

故答案为：5.

【点睛】本题考查的是同类二次根式的含义，掌握“同类二次根式的定义”是解本题的关键.

10. 若 a, b, c 为三角形的三边，则 $\sqrt{(a+b-c)^2} - |b-a-c| = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2b-2c$

【解析】

【分析】由于三角形任意两边之和大于第三边，易得 $a+b-c > 0$ ，利用任意一边小于其它两边之和可得 $b-a-c < 0$ ，再根据二次根式、绝对值的性质进行化简，最后合并即可.

【详解】解： $\because a, b, c$ 是三角形的三边，

$\therefore a+b-c > 0, b-a-c < 0,$

$$\therefore \sqrt{(a+b-c)^2} - |b-a-c|$$

$$= a+b-c+(b-a-c)$$

$$= a+b-c+b-a-c$$

$$= 2b-2c$$

【点睛】本题考查了三角形三边之间的关系，二次根式的化简、绝对值的化简. 解题的关键是利用三角形三边之间的关系.

11. 已知 $f(x) = x^2 - 3x - 2$ ，当 $f(a) = 8$ 时， a 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 5 或 -2 或 -5

【解析】

【分析】把 $x=a$ 代入解析式，根据 $f(a) = 8$ 列出方程，求出方程的解即可得到 a 的值.

【详解】把 $x=a$ 代入得： $a^2 - 3a - 2 = 8,$

整理得： $(a-5)(a+2) = 0,$

解得： $a=5$ 或 $a=-2$.

故答案为 5 或 -2 .

【点睛】此题考查了解一元二次方程-因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

12. 关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 有一个根为 0，则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $m=3$

【解析】

【详解】解：一元二次方程 $(m+1)x^2 + x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 得， $m^2 - 2m - 3 = 0$ ，解之得， $m = -1$ 或 3 ,

$\because m+1 \neq 0$ ，即 $m \neq -1$,

$\therefore m=3$

故本题答案为 $m=3$.

【点评】本题逆用一元二次方程解的定义易得出 a 的值,但不能忽视一元二次方程成立的条件 $m+1 \neq 0$, 因此在解题时要重视解题思路的逆向分析.

13. 不等式 $x+2\sqrt{3} > 2\sqrt{3}x+1$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 1$

【解析】

【分析】根据解一元一次不等式的方法求解即可.

【详解】解: $x+2\sqrt{3} > 2\sqrt{3}x+1$

移项得, $x-2\sqrt{3}x > 1-2\sqrt{3}$

合并同类项得, $(1-2\sqrt{3})x > 1-2\sqrt{3}$

系数化为 1 得, $x < 1$.

故答案为: $x < 1$.

【点睛】此题考查了解一元一次不等式, 解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式的步骤.

14. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 $(4, -2)$, 求 y 关于 x 的函数解析式_____.

【答案】 $y = -\frac{8}{x}$

【解析】

【分析】根据题意将点 $(4, -2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 求解即可.

【详解】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 $(4, -2)$,

$\therefore -2 = \frac{k}{4}$, 解得 $k = -8$.

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -\frac{8}{x}$.

故答案为: $y = -\frac{8}{x}$.

【点睛】此题考查了求反比例函数解析式, 解题的关键是将点 $(4, -2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$.

15. 当 $x = 2 + \sqrt{2017}$ 时, 代数式 $x^2 - 4x + 4$ 的值是_____.

【答案】 2017

【解析】

【分析】根据 $x = 2 + \sqrt{2017}$ 得到 $x - 2 = \sqrt{2017}$ ，把 $x^2 - 4x + 4$ 变形为 $(x - 2)^2$ ，再代入求值即可。

【详解】解： $\because x = 2 + \sqrt{2017}$

$$\therefore x - 2 = \sqrt{2017}$$

$$\therefore x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$= (\sqrt{2017})^2$$

$$= 2017$$

故答案为 2017.

【点睛】本题考查了二次根式的化简求值，掌握完全平方公式是解题的关键。

16. 关于 x 的方程 $kx^2 - (k + 2)x + \frac{k}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围_____.

【答案】 $k > -2$ 且 $k \neq 0$

【解析】

【分析】首先根据一元二次方程的定义得到 $k \neq 0$ ，然后根据题意得到判别式

$$\Delta = 0 + 4k(k + 2) \times \frac{k}{4} > 0, \text{ 解不等式求解即可.}$$

【详解】解： $\because$ 关于 x 的方程 $kx^2 - (k + 2)x + \frac{k}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = 0 + 4k(k + 2) \times \frac{k}{4} > 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k \neq 0 \\ k + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{解得} \begin{cases} k \neq 0 \\ k > -2 \end{cases}$$

$$\therefore k > -2 \text{ 且 } k \neq 0.$$

故答案为： $k > -2$ 且 $k \neq 0$.

【点睛】此题考查了一元二次方程的定义和判别式，解题的关键是根据题意列出不等式求解。一元二次方程：只含有一个未知数（一元），并且未知数项的最高次数是 2（二次）的整式方程叫做一元二次方程。一元二次方程经过整理都可化成一般形式

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 。当判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，一元二次方程没有实数根。

17. 设 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分为 m ，小数部分为 n ， $mn =$ _____.

【答案】 $\sqrt{5}-1$

【解析】

【分析】 根据分母有理化进行化简,然后判断出整数部分和小数部分,相乘解出即可.

【 详 解 】

$$\because \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, \quad 2 < \sqrt{5} < 3, \quad \therefore 5 < 3+\sqrt{5} < 6, \quad \therefore \frac{5}{2} < \frac{3+\sqrt{5}}{2} < 3, \quad \therefore m = 2,$$

$$n = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - 2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \therefore mn = \sqrt{5}-1.$$

【点睛】 本题考查分式的有理化,熟悉定义是本题关键.

18. 若函数 $y = (4m-1)x + (m-4)$ 是正比例函数，那么图像经过_____象限.

【答案】 一，三

【解析】

【分析】 函数 $y = (4m-1)x + (m-4)$ 是正比例函数，可知 $m-4=0$ ，可以得出 m 的值，即可得出函数关系式，系数为 $15 > 0$ ，故图象过一、三象限.

【详解】 解：由已知，函数 $y = (4m-1)x + (m-4)$ 是正比例函数，
所以 $m-4=0$ ，得 $m=4$ ，
即函数关系式为 $y=15x$ ，
所以图象过一、三象限.

【点睛】 本题考查了一次函数和正比例函数的区别，正比例函数的截距为 0，一次函数的截距可能为 0；当正比例函数的系数为正时，函数图象过一、三象限；当系数小于 0，函数图象过二、四象限.

19. 一种微波炉每台成本价原来是 400 元，经过两次技术改进后，成本降为 256 元，如果每次降低率相同，则降低率为_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】 设平均每次降价的百分率为 x ，根据“原来的价格 $\times (1-x)^2 =$ 两次降价后的价格”列出方程，解方程即可.

【详解】 设平均每次降价的百分率为 x ，
根据题意得： $400(1-x)^2 = 256$
解得： $x=20\%$ 或 $x=1.8$ (舍去)，
故答案是： 20%.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用——增长率问题，设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$ 。

20. 正比例函数的图象和反比例函数的图象相交于 A 、 B 两点，点 A 在第二象限，点 A 的横坐标为 -1 ，作 $AD \perp x$ 轴，垂足为 D ， O 为坐标原点， $S_{\triangle AOD} = 1$ 。若 x 轴上有点 C ，且 $S_{\triangle ABC} = 4$ ，则 C 点坐标为_____。

【答案】 $(2, 0)$ 或 $(-2, 0)$

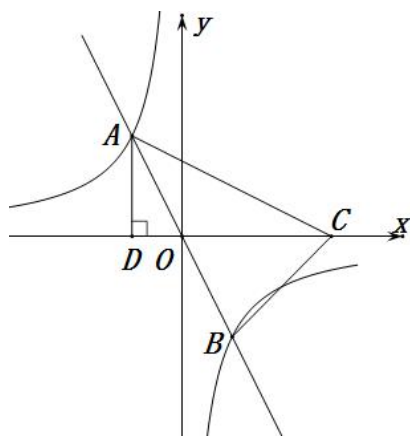
【解析】

【分析】利用正比例函数与反比例函数图象关于原点对称求得 A 、 B 的坐标，然后根据 $S_{\triangle ABC} = 4$ 即可求得 C 的坐标。

【详解】设反比例函数为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，正比例函数为 $y = ax$ ($a \neq 0$)；

$\therefore$ 这两个函数的图象关于原点对称， A 点的横坐标为 -1 ，

$\therefore A$ 和 B 这两点应该是关于原点对称的， $OD = 1$ ，



$\therefore S_{\triangle AOD} = 1$ ，

$\therefore \frac{1}{2} AD = 1$ ，则 $AD = 2$ 。

$\therefore A$ 点坐标是 $(-1, 2)$ ； B 点的坐标是 $(1, -2)$ ，

设 $C(x, 0)$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = 4$ ，

$\therefore \frac{1}{2} OC \times (y_A - y_B) = 4$ ，即 $\frac{1}{2} \times 4|x| = 4$ ，

解得 $x = \pm 2$ ，

$\therefore C(2, 0)$ 或 $(-2, 0)$ 。

【点睛】本题考查了反比例函数和一次函数的交点，反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式。还考查了坐标与图形的性质。

三、简答题 (本大题共 7 题，每题 5 分，满分 35 分) 【请将下列各题的解答过程，

【做在答题纸的相应位置】

21. 计算: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + 9\sqrt{\frac{2}{3}}$

【答案】 $1-\sqrt{6}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的运算法则和乘法公式进行计算和化简, 可得出结果

【详解】 解: 原式 = $3-2\sqrt{6}+2+3-2-(2+2\sqrt{6}+3)+3\sqrt{6}$

$$= 3-2\sqrt{6}+2+3-2-2-2\sqrt{6}-3+3\sqrt{6}$$

$$= 1-\sqrt{6}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握乘法公式和运算法则是解题关键.

22. 计算: $2m\sqrt{\frac{2}{3m}} + \frac{1}{6m}\sqrt{8m^3} - 8\sqrt{\frac{m}{32}}$

【答案】 $\frac{2}{3}\sqrt{6m} - \frac{2}{3}\sqrt{2m}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质和加减法运算法则分别计算、化简即可.

【详解】 $2m\sqrt{\frac{2}{3m}} + \frac{1}{6m}\sqrt{8m^3} - 8\sqrt{\frac{m}{32}}$

$$= 2m\sqrt{\frac{6m}{9m^2}} + \frac{\sqrt{4m^2 \cdot 2m}}{6m} - 8\sqrt{\frac{2m}{32 \times 2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6m}}{3} + \frac{\sqrt{2m}}{3} - \sqrt{2m}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{6m} - \frac{2}{3}\sqrt{2m}.$$

【点睛】 本题考查了二次根式的化简和计算, 熟练掌握二次根式的性质和运算法则是解题关键.

23. 解不等式: $\frac{1}{3}(2-\sqrt{3}x) > 1+\sqrt{12}x$

【答案】 $x < -\frac{\sqrt{3}}{21}$

【解析】

【分析】 根据解一元一次不等式的步骤求解即可.

【详解】 解: $\frac{1}{3}(2-\sqrt{3}x) > 1+\sqrt{12}x$

$$2 - \sqrt{3}x > 3 + 6\sqrt{3}x$$

$$-\sqrt{3}x - 6\sqrt{3}x > 3 - 2$$

$$-7\sqrt{3}x > 1$$

$$x < -\frac{\sqrt{3}}{21}$$

【点睛】此题考查了解一元一次不等式，二次根式的化简，解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式的步骤.

24. 解方程: $\frac{1}{3}(2x-2)^2 - 16 = 0$

【答案】 $x_1 = 1 + 2\sqrt{3}$, $x_2 = 1 - 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 首先将方程整理为 $(2x-2)^2 = 48$, 然后直接开方求解即可.

【详解】 解: $\frac{1}{3}(2x-2)^2 - 16 = 0$

$$\frac{1}{3}(2x-2)^2 = 16$$

$$(2x-2)^2 = 48$$

$$\therefore 2x-2 = \pm 4\sqrt{3}$$

$$\therefore x_1 = 1 + 2\sqrt{3}, x_2 = 1 - 2\sqrt{3}.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

25. 解方程: $4x^2 - (x-2)^2 = 11$

【答案】 $x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -3$

【解析】

【分析】 先将原方程整理为一元二次方程的一般形式, 然后运用公式法解方程即可.

【详解】 解: 原方程可化为: $3x^2 + 4x - 15 = 0$

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times (-15) = 196$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{196}}{2 \times 3}$$

解得: $x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -3$

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法，熟练掌握公式法是解这个方程的关键，是基础题.

26. 解方程: $(2x-1)^2 - 2(2x-1) - 8 = 0$

【答案】 $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 首先将方程转化成一般式，然后利用因式分解法解一元二次方程求解即可.

【详解】 解: $(2x-1)^2 - 2(2x-1) - 8 = 0$

$$4x^2 - 4x + 1 - 4x + 2 - 8 = 0$$

$$4x^2 - 8x - 5 = 0$$

$$(2x-5)(2x+1) = 0$$

$$\therefore 2x-5=0 \text{ 或 } 2x+1=0$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

27. 已知 $m = \frac{1}{\sqrt{3}+2}, n = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$, 求 $m^2 - mn + n^2$ 的值.

【答案】 15

【解析】

【分析】 先求出 $m+n$ 和 mn 的值，再根据完全平方公式将 $m^2 - mn + n^2$ 变形，代入求出即可.

【详解】 解: $\because m = \frac{1}{\sqrt{3}+2}, n = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$

$$\therefore m+n = \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}-2+\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = -2\sqrt{3}$$

$$\therefore mn = \frac{1}{\sqrt{3}+2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{1}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = -1$$

$$\therefore m^2 - mn + n^2 = (m+n)^2 - 3mn$$

$$\text{则原式} = (-2\sqrt{3})^2 - 3 \times (-1) = 15$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算法则，完全平方公式的应用，主要考查学生的计算能力，题目比较好，难度适中.

四、解答题 (本大题共 3 题，第 28 题 7 分，第 29 题 5 分，第 30 题 8 分)

28. 已知：关于 x 的方程： $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$.

(1) 求证：无论 k 取任何实数值，方程总有两个实数根；

(2) 若等腰三角形 ABC 的一边长为 1，另两边的长恰好是这个方程的两个根，求 $\triangle ABC$ 的周长.

【答案】(1) 见解析 (2) 5

【解析】

【分析】(1) 根据一元二次方程的根的判别公式，可得 $\Delta = b^2 - 4ac = (k-2)^2 = 0$ ，即可证明；

(2) 设等腰三角形 ABC 的三条边分别为 1、 b 、 c ，分两种情况：①若 $b = c$ ，即该方程有两个相等的实数根，计算 k 的值并解方程即可；②若 $b \neq c$ ，则 $b = 1$ 或 $c = 1$ ，即方程有一根为 1，把 $x = 1$ 代入方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ ，计算 k 的值并解方程即可.

【小问 1 详解】

证明：对于关于 x 的方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (k+2)^2 - 4 \times 1 \times 2k = (k-2)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 无论 k 取任意实数值，方程总有实数根.

【小问 2 详解】

解：设等腰三角形 ABC 的三条边分别为 1、 b 、 c ，

分两种情况：①若 $b = c$ ，

$\therefore$ 方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (k-2)^2 = 0,$$

解得 $k = 2$ ，

$$\therefore \text{此时方程为 } x^2 - 4x + 4 = 0,$$

解得 $x_1 = x_2 = 2$ ，

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 1 + 2 + 2 = 5;$$

②若 $b \neq c$ ，则 $b = 1$ 或 $c = 1$ ，即方程有一根为 1，

把 $x = 1$ 代入方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ ，

$$\text{得 } 1 - (k+2) + 2k = 0, \text{ 解得 } k = 1,$$

$$\therefore \text{此时方程为 } x^2 - 3x + 2 = 0,$$

解得 $x_1 = 1, x_2 = 2$ ，

$\therefore$ 方程另一根为 2，

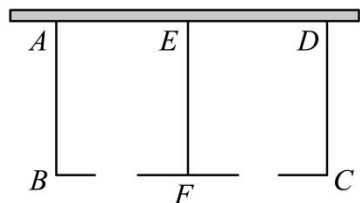
$\therefore$ 1、1、2 不能构成三角形，

∴ 该情况不符合题意.

综上所述, 所求 $\triangle ABC$ 的周长为 5.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的根的判别式, 掌握一元二次方程根的情况与判别式的关系是解题的关键.

29. 如图所示, 已知墙的长度是 20 米, 利用墙的一边, 用篱笆围成一个面积为 96 平方米的长方形 $ABCD$, 中间用篱笆分隔出两个小长方形, 每个长方形隔出一个 1 米长的门, 总共用去 34 米长的篱笆, 求 AB 的长度?



【答案】 AB 的长度是 8 米

【解析】

【分析】设 AB 为 x 米, 然后表示出 BC 的长为 $(34-3x+2)$ 米, 利用矩形的面积计算方法列出方程求解即可.

【详解】解: 设 AB 为 x 米, 则 $BC = 34 - 3x + 2 = 36 - 3x$

依题意得 $x(36 - 3x) = 96$

解得: $x_1 = 4, x_2 = 8$.

当 $x_1 = 4$ 时, $36 - 3x = 24 > 20$ (不合题意, 舍去)

当 $x_2 = 8$ 时, $36 - 3x = 12 < 20$, 符合题意,

答: AB 的长度是 8 米.

【点睛】本题考查的是一元二次方程的应用, 正确列出关系式是解题的关键.

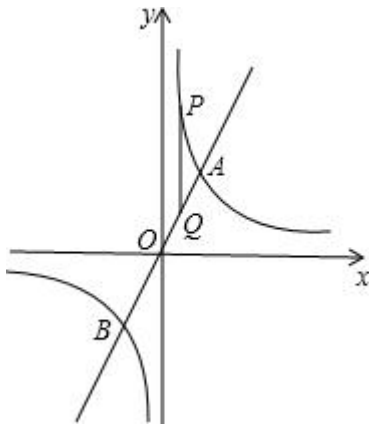
30. 如图, 已知直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 交于 A 、 B 两点, 且点 A 的纵坐标为 4, 第一象

限的双曲线上有一点 $P(1, a)$, 过点 P 作 $PQ \parallel y$ 轴交直线 AB 于点 Q .

(1) 直接写出 k 的值及点 B 的坐标;

(2) 求线段 PQ 的长;

(3) 如果在直线 $y=kx$ 上有一点 M , 且满足 $\triangle BPM$ 的面积等于 12, 求点 M 的坐标.



【答案】(1) $k=2, B(-2, -4)$; (2) 6; (3) 点 M 的坐标 $(2, 4)$ 或 $(-6, -12)$

【解析】

【分析】(1) 先求得 A 点坐标，再代入直线解析式可求得 k 的值，根据对称性可求得 B 点坐标；

(2) 由反比例函数解析式可求得 P 点坐标，由直线解析式可求得 Q 点坐标，可求得 PQ 的长；

(3) 可设 M 坐标为 $(m, 2m)$ ，分点 M 在线段 BQ 的延长线上和线段 QB 的延长线上两种情况，分别表示出 $\triangle BPM$ 的面积，可求得 m 的值，可求得 M 的坐标.

【详解】解：(1) $\because A$ 在双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 上，且 A 的纵坐标为 4，

$\therefore A$ 坐标为 $(2, 4)$ ，

代入直线 $y=kx$ ，可得 $4=2k$ ，解得 $k=2$ ，

又 A 、 B 关于原点对称，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2, -4)$.

(2) $\because$ 点 $P(1, a)$ 在双曲线上，

$\therefore$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ ，可得点 P 的坐标为 $(1, 8)$.

$\because PQ \parallel y$ 轴，且点 Q 在直线 AB 上，

$\therefore$ 可设点 Q 的坐标为 $(1, b)$.

代入 $y=2x$ ，得点 Q 的坐标为 $(1, 2)$.

$\therefore PQ=6$.

(3) 设点 M 的坐标为 $(m, 2m)$.

$$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

$$\textcircled{1} \text{ 当点 } M \text{ 在 } BQ \text{ 的延长线上时，} S_{\triangle BPM} = S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle MPQ}, \quad 12 = 9 + \frac{1}{2} \times 6 \times (m-1), \quad m = 2$$

点 M 的坐标为 (2, 4).

②当点 M 在 QB 的延长线上时, $S_{\triangle BPM} = S_{\triangle MPQ} - S_{\triangle BPQ}$, $12 = \frac{1}{2} \times 6 \times (1 - m) - 9$, $m = -6$

点 M 的坐标为 (-6, -12).

综上所述: 点 M 的坐标为 (2, 4), (-6, -12).

【点睛】 本题主要考查函数的交点问题, 掌握函数图象的交点坐标满足每个函数的解析式是解题的关键.