

2022 学年八上数学 12 月月考卷

(完卷时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、单项选择题 (本大题共有 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列根式中属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B. $\sqrt{8}$

C. $\sqrt{27}$

D. $\sqrt{a^2+1}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据最简二次根式的两个条件进行判断, 即可得出结论.

【详解】A、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 不是最简二次根式, 错误;

B、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 不是最简二次根式, 错误;

C、 $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, 不是最简二次根式, 错误;

D、 $\sqrt{a^2+1}$ 是最简二次根式, 正确;

故选 D.

【点睛】本题考查最简二次根式的定义. 最简二次根式必须满足两个条件: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

2. 关于函数 $y = 2x$, 下列说法错误的是 ()

A. 它是正比例函数

B. 图象经过点 $(2,1)$

C. 图象经过一、三象限

D. 当 $x > 0$ 时, $y > 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据正比例函数的图象与系数的关系解答, 对于 $y = kx (k \neq 0)$, 当 $k > 0$ 时, $y = kx$ 的图象经过一、三象限; 当 $k < 0$ 时, $y = kx$ 的图象经过二、四象限.

【详解】A、它是正比例函数, 说法正确, 不符合题意;

B、当 $x = 2$ 时, $y = 2 \times 2 = 4$, 图象经过 $(2,4)$, 说法错误, 符合题意;

C、 $k = 2 > 0$, 图象经过一、三象限, 说法正确, 不符合题意;

D、当 $x > 0$ 时, $y > 0$, 说法正确, 不符合题意;

故选: B.

【点睛】此题考查了正比例函数的性质和定义, 熟练掌握正比例函数的定义与性质是解题关键.

$$y = kx (k \neq 0)$$

$$y > 0$$

$$k < 0$$

$$(2, 4)$$

3. 反比例函数的图象经过 $(-2, 3)$, 则下列各点在反比例函数图象上的是 ()

A. $(2, 3)$

B. $(3, 2)$

C. $(-3, -2)$

D. $(2, -3)$

【答案】 D

【解析】

【分析】设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$), 根据反比例函数的图象上点的坐标特征可计算出

$k=6$, 然后计算四个点的横纵坐标之积, 再根据反比例函数图象上点的坐标特征进行判断.

【详解】设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\because$ 反比例函数的图象经过点 $(-2, 3)$,

$$\therefore k = -2 \times 3 = -6,$$

而 $2 \times 3 = 6, 3 \times 2 = 6, -3 \times (-2) = 6, 2 \times (-3) = -6,$

$\therefore$ 点 $(2, -3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上.

故选 D..

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图

象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$.

4. 下列命题中, 其逆命题是假命题的是 ()

A. 等腰三角形的两个底角相等

B. 若两个数的差为正数, 则这两个数都为正数

C. 若 $ab = 1$, 则 a 与 b 互为倒数

D. 如果 $|a| = |b|$, 那么 $a^2 = b^2$

【答案】B

【解析】

【详解】“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题“有两个角相等的三角形是等腰三角形”是真命题，不符合题意；

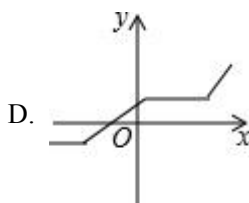
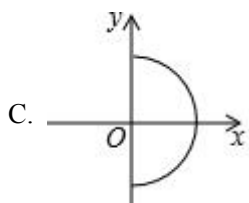
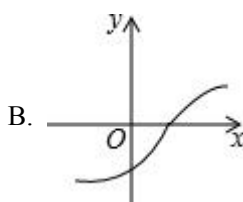
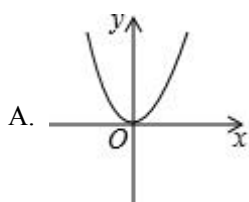
“若两个数的差为正数，则这两个数都为正数”的逆命题“若两个数都为正数，则它们的差也为正数”是假命题，符合题意；

“若 $ab=1$ ，则 a 与 b 互为倒数”的逆命题“若 a 与 b 互为倒数，则 $ab=1$ ”是真命题，不符合题意；

“如果 $|a|=|b|$ ，那么 $a^2=b^2$ ”的逆命题是“如果 $a^2=b^2$ ，则 $|a|=|b|$ ”是真命题，不符合题意；

故选：B.

5. 下列图象中不是表示函数图象的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定函数的个数.

【详解】解：A 选项：满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，故 A 是函数；

B 选项：满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，故 B 是函数；

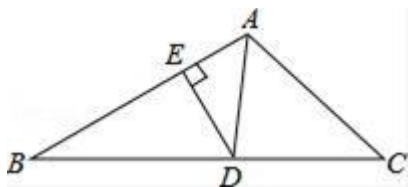
C 选项：不满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，故 C 不是函数；

D 选项：满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，故 D 是函数，

故选 C.

【点睛】主要考查了函数的定义. 函数的定义：在一个变化过程中，有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数， x 叫自变量.

6. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ 于点 E， $S_{\triangle ABC}=18$ ， $DE=3$ ， $AB=8$ ，则 AC 长是 ()



A. 3

B. 4

C. 6

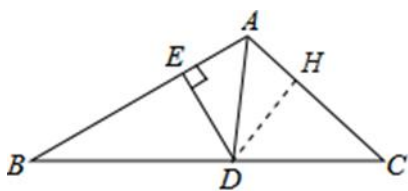
D. 5

【答案】 B

【解析】

【分析】 正确作出辅助线，根据角平分线的性质求出 DH ，再根据三角形的面积公式计算.

【详解】 作 $DH \perp AC$ 于 H ,



$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, $DH \perp AC$,

$\therefore DH = DE = 3$,

由题意得, $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 + \frac{1}{2} \times AC \times 3 = 18$,

解得, $AC = 4$,

故选 B.

【点睛】 本题考查了角平分线的性质, 掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键.

二、填空题 (本大题共有 12 小题, 每题 3 分, 共 36 分)

7. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ 的一个有理化因式是_____.

【答案】 $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{5} - \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 根据有理化因式的概念: 如果两个含有二次根式的非零代数式相乘, 它们的积不含有二次根式, 就说这两个非零代数式互为有理化因式, 代数式的有理化因式可用平方差公式来进行分步确定, 即可得出其有理化因式.

【详解】 解: 根据平方差公式, 可得

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \left[\pm (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \right] = \pm (5 - 3) = \pm 2$$

则可判定 $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ 的有理化因式是 $\pm (\sqrt{5} + \sqrt{3})$, 即为

$\sqrt{5} + \sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

【点睛】此题主要考查利用平方差公式来求解代数式的有理化因式，熟练运用即可解题.

8. 计算: $4\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{2}$ _____.

【答案】 $-\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先对二次根式进行化简，再进行减法计算即可.

【详解】解: $4\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$,

故答案为: $-\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了二次根式的减法计算和二次根式的化简，熟练掌握运算法则是解题的关键.

9. 一元二次方程 $2x^2 - 4x = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

【解析】

【分析】先分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【详解】 $2x^2 - 4x = 0$,

$2x(x-2) = 0$,

$2x = 0$, $x - 2 = 0$,

$x_1 = 0$, $x_2 = 2$,

故答案为 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程，能把一元二次方程转化成一元一次方程是解此题的关键.

10. 已知函数 $f(x) = \frac{x-2}{2x}$, 那么 $f(3) =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】把 $x=3$ 代入函数关系式，计算求值即可.

【详解】当 $x=3$ 时, $f(3) = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$.

故答案为 $\frac{1}{6}$

【点睛】本题考查求函数值. 题目比较简单，已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值.

11. 已知函数 $y = \sqrt{2x+6}$, 其定义域为_____.

【答案】 $x \geq -3$

【解析】

【分析】 根据被开方数 ≥ 0 即可得出 x 的范围.

【详解】 由 $2x+6 \geq 0$, 得 $x \geq -3$,

故答案为 $x \geq -3$.

【点睛】 本题考查了函数自变量的取值范围问题, 掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键.

12. 关于 x 的方程 $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \leq \frac{26}{3}$

【解析】

【分析】 由于二次项系数不能确定, 故应分 $a-6=0$ 与 $a-6 \neq 0$ 两种情况进行讨论, 当 $a-6=0$ 时, 可直接求出 x 的值;

当 $a-6 \neq 0$ 时, 此函数是二次函数, 根据方程有实数根可知 $\Delta \geq 0$, 求出 a 的取值范围即可.

【详解】 $\because$ 关于 x 的方程 $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$ 有实数根,

$\therefore$ ①当 $a-6=0$, 即 $a=6$ 时, $x = \frac{3}{4}$, 符合题意;

②当 $a-6 \neq 0$ 时, $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 6 \times (a-6) \geq 0$, 解得 $a \leq \frac{26}{3}$,

$\therefore a$ 的取值范围为: $a \leq \frac{26}{3}$.

故答案是: $a \leq \frac{26}{3}$.

【点睛】 考查的是根的判别式, 解答此题时要注意分类讨论.

13. “同位角相等”的逆命题是_____.

【答案】 相等的两个角是同位角.

【解析】

【详解】 因为“同位角相等”的题设是“两个角是同位角”, 结论是“这两个角相等”, 所以命题“同位角相等”的逆命题是“相等的两个角是同位角”.

故答案为: 相等的两个角是同位角

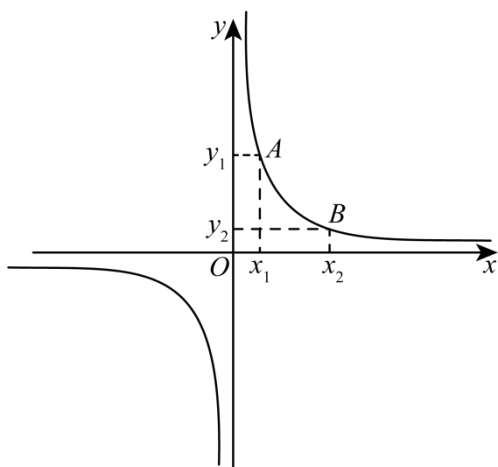
14. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上, 如果 $0 < x_1 < x_2$, 那么 y_1 _____ y_2 . (填“ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”)

【答案】 $>$

【解析】

【分析】先画好 $y = \frac{1}{x}$ 的图象，根据题意描出 A, B 两点，根据图象可得答案.

【详解】解： $y = \frac{1}{x}$ 的图象如图所示，

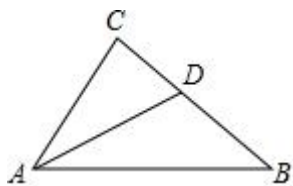


当 $0 < x_1 < x_2$ ，根据图象可得： $y_1 > y_2$ ，

故答案为： $>$.

【点睛】 本题考查的是反比例函数的图象与性质，熟练的利用数形结合的方法解题是关键.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BC = 15$ ， $BD:CD = 3:2$ ， 则点 D 到 AB 的距离是_____.

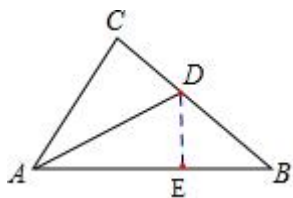


【答案】 6

【解析】

【分析】 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ， 根据比例求出 CD ， 再根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 $DE = CD$.

【详解】 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



$$\because BC = 15, BD:CD = 3:2,$$

$$\therefore CD = 15 \times \frac{2}{2+3} = 6,$$

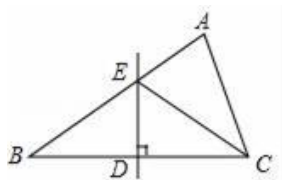
$$\because \angle C = 90^\circ, AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore DE=CD=6.$$

故答案为 6.

【点睛】考查角平分线的性质，掌握角平分线上的点到角两边的距离相等是解题的关键.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BC 的垂直平分线 ED 交 AB 于点 E ，交 BC 于点 D ，连接 CE 。如果 $\triangle AEC$ 的周长为12， $AC=5$ ，那么 AB 的长为_____.



【答案】7

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，得 $BE=CE$ ，所以 $\triangle AEC$ 的周长等于边长 AB 与 AC 的和.

【详解】 $\because DE$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore BE=CE,$$

$$\therefore \triangle AEC \text{ 的周长} = AC + CE + AE = AC + AB = 12.$$

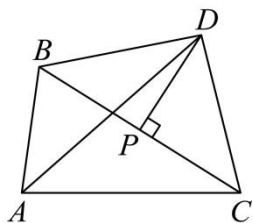
$$\because AC=5,$$

$$\therefore AB=12-5=7.$$

故答案是：7.

【点睛】本题主要考查线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质，熟练掌握性质是解题的关键.

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， BC 的垂直平分线 DP 与 $\angle BAC$ 的角平分线相交于点 D ，垂足为点 P ，若 $\angle BAC = 85^\circ$ ，则 $\angle BDC =$ _____.



【答案】 95° ## 95 度

【解析】

【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 延长线于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F ，根据角平分线的性质和垂直平分线的性质，证明 $\text{Rt}\triangle DEB \cong \text{Rt}\triangle DFC$ (HL)，得到 $\angle BDE = \angle CDF$ ，进而得到 $\angle BDC = \angle EDF$ ，再根据

四边形内角和为 360° ，求得 $\angle EDF = 98^\circ$ ，即可得到 $\angle BDC$ 的度数.

【详解】解：过点 D 作 $DE \perp AB$ 延长线于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F ，

$$\therefore \angle DEB = \angle DFC = 90^\circ,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore DE = DF,$$

$\because DP$ 垂直平分 BC ，

$$\therefore BD = CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 和 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中，

$$\begin{cases} DE = DF \\ BD = CD \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DEB \cong \text{Rt}\triangle DFC (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle BDE = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BDF + \angle CDF = \angle BDF + \angle BDE = \angle EDF,$$

$\because$ 四边形 $AFDE$ 的内角和为 360° ，

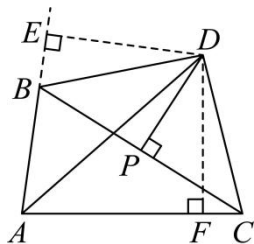
$$\therefore \angle EDF = 360^\circ - \angle DEB - \angle BAC - \angle DFA,$$

$\because \angle BAC = 85^\circ$ ， $\angle DEB = \angle DFA = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle EDF = 95^\circ,$$

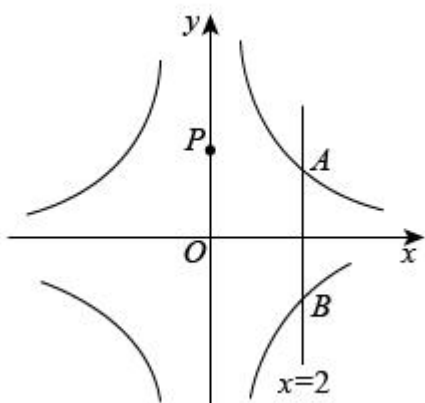
$$\therefore \angle BDC = 95^\circ,$$

故答案为： 95° .



【点睛】 本题考查了角平分线的性质，垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质，四边形内角和等知识，熟练掌握相关知识点是解题关键.

18. 如图，直线 $x=2$ 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 和 $y=-\frac{2}{x}$ 的图像分别交于 A 、 B 两点，若点 P 是 y 轴上任意一点，则 $\triangle PAB$ 的面积是_____.

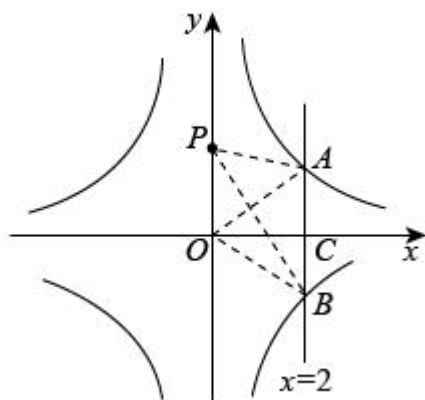


【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】如图，连接 AO ， BO ， PA ， PB ，记 AB 与 x 轴的交点为 C ，依据 $AB \parallel y$ 轴，可得 $\triangle AOB$ 与 $\triangle APB$ 的面积相等，再根据反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像分别交于 A 、 B 两点，即可得到 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ ， $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times |-2| = 1$ ，进而得出 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{5}{2}$ 。

【详解】解：如图，连接 AO ， BO ， PA ， PB ，记 AB 与 x 轴的交点为 C ，



$\therefore AB \parallel y$ 轴，

$\therefore \triangle AOB$ 与 $\triangle APB$ 的面积相等，

又 $\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像分别交于 A 、 B 两点，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times |-2| = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \triangle PAB \text{ 的面积为 } \frac{5}{2},$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点睛】 本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中比例系数 k 的几何意义: 在反比例函数的图像上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$, 且保持不变.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 第 19 至 22 题每题 5 分, 第 23、24 题每题 7 分, 第 25、26 每题 9 分, 共 52 分)

19 计算: $\frac{1}{2}a\sqrt{ab^2} \div 4a\sqrt{\frac{a}{b}}$

【答案】 $\frac{b}{8}\sqrt{b}$

【解析】

【分析】 直接利用二次根式的乘除运算法则计算得出答案.

【详解】 解: 原式 = $(\frac{1}{2}a \div 4a) \cdot \sqrt{ab^2 \div \frac{a}{b}}$

$$= \frac{1}{8} \sqrt{ab^2 \times \frac{b}{a}}$$
$$= \frac{b}{8} \sqrt{b}$$

【点睛】 此题主要考查了二次根式的乘除运算, 熟练掌握二次根式的乘除法运算法则, 正确化简二次根式是解答的关键.

20. 解方程: $3x^2 - 6x + 1 = 2$.

【答案】 $x_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$.

【解析】

【分析】 用解一元二次方程的公式法直接求解即可.

【详解】 解: 方程整理为一般式为 $3x^2 - 6x - 1 = 0$,

$$\therefore a=3, b=-6, c=-1,$$

$$\therefore \Delta = 36 - 4 \times 3 \times (-1) = 48 > 0,$$

$$\text{则 } x = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3},$$

即 $x_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】 本题主要考查用解一元二次方程的公式法，其中 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

21. 计算: $(\pi-3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{6} \times \sqrt{2} + |\sqrt{3}-2|$.

【答案】 $7-3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 先计算零次幂、负整数指数幂、二次根式的乘法、化简绝对值，再合并即可.

【详解】 解: $(\pi-3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{6} \times \sqrt{2} + |\sqrt{3}-2|$
 $= 1 + 4 - 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$
 $= 7 - 3\sqrt{3}.$

【点睛】 本题考查了实数的混合运算，二次根式的运算和性质，熟练掌握运算法则是解题的关键.

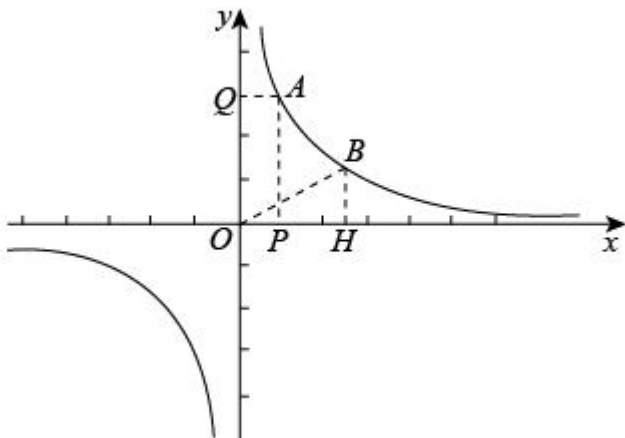
22. 已知反比例函数的图像在第一象限内经过点 A 、 B ，过点 A 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别 P 、 Q ，过点 B 作 BH 垂直于 x 轴，垂足为点 H ，若 $AP=3$ ， $AQ=1$ ，求这个反比例函数的解析式和 $\triangle BOH$ 的面积.

【答案】 反比例函数为: $y = \frac{3}{x}$, $S_{\triangle BOH} = \frac{3}{2}$.

【解析】

【分析】 先根据题意画好简易图像，确定 A 的坐标，再利用待定系数法求解反比例函数解析式，再利用 k 的几何意义求解 $\triangle BOH$ 的面积即可.

【详解】 解: 如图,



$\therefore$ 过点 A 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足分别 P 、 Q ， $AP=3$ ， $AQ=1$ ，

$\therefore A(1,3)$ ，设反比例函数为 $y = \frac{k}{x}$ ，

$\therefore k = xy = 1 \times 3 = 3$ ，

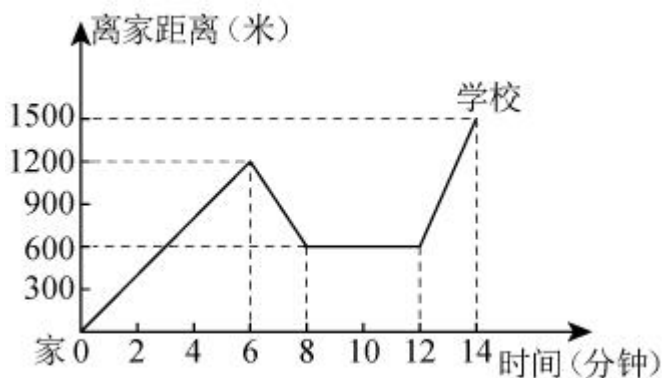
$\therefore$ 反比例函数为： $y = \frac{3}{x}$ ，

$\therefore$ 过点 B 作 BH 垂直于 x 轴，

$\therefore S_{\triangle BOH} = \frac{1}{2}|k| = \frac{3}{2}$ 。

【点睛】 本题考查的是利用待定系数法求解反比例函数解析式，反比例函数的比例系数 k 的几何意义，熟练的利用数形结合的方法解题是关键。

23. 小明骑自行车上学，当他骑了一段路时，想起今天要学习轨迹，需要用到圆规，于是又折回到刚经过的文具店，买到圆规后继续去学校。以下是他本次上学途中离家距离和所用时间的关系示意图。



根据图中提供的信息回答下列问题：

- (1) 小明家到学校的路程是_____米.
- (2) 小明在文具店停留了_____分钟.
- (3) 小明一共行驶了_____米.
- (4) 我们认为骑车的速度超过 300 米/分就超过了安全限度. 问：在整个上学途中哪个时间段小明的骑车的速度最快，速度在安全限度内吗？

【答案】 (1) 1500 米

(2) 4 分钟

(3) 2700 米

(4) 在 12~14 分钟时间段小明的骑车速度最快，不在安全限度内.

【解析】

【分析】(1) 根据函数图象中的数据可以得到小明家到学校的路程和在书店停留的时间；

(2) 根据函数图象中的数据可以得到小明在书店停留的时间；

(3) 根据函数图象中的数据可以得到本次上学途中，小明一共行驶的路程；

(4) 根据题意和函数图象可以得到各段内对应的速度，从而可以解答本题.

【小问 1 详解】

解：由图象可得，小明家到学校的路程是 1500 米；

【小问 2 详解】

小明在书店停留了 $12 - 8 = 4$ (分钟)；

【小问 3 详解】

本次上学途中，小明一共行驶了：

$$1200 + (1200 - 600) + (1500 - 600)$$

$$= 1200 + 600 + 900$$

$$= 2700 \text{ (米)},$$

【小问 4 详解】

解：当时间在 $0 \sim 6$ 分钟内时，速度为： $1200 \div 6 = 200$ 米 / 分钟，

当时间在 $6 \sim 8$ 分钟内时，速度为： $(1200 - 600) \div (8 - 6) = 300$ 米 / 分钟，

当时间在 $12 \sim 14$ 分钟内时，速度为： $(1500 - 600) \div (14 - 12) = 450$ 米 / 分钟，

$$\because 450 > 300,$$

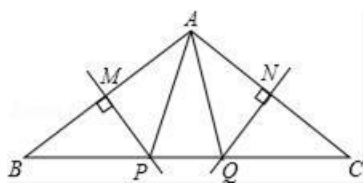
$\therefore$ 在 $12 \sim 14$ 分钟时间段小明的骑车速度最快，不在安全限度内.

【点睛】 本题考查从函数的图象中获取信息，解答本题的关键是明确点的横纵坐标的含义，利用数形结合的思想解答.

24. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，MP 和 NQ 分别垂直平分 AB 和 AC，MP 分别交 AB、BC 于 M、P 两点，NQ 分别交 AC、BC 于 N、Q 两点，连接 AP、AQ.

(1) 若 $\triangle APQ$ 的周长为 18，求 BC 的长；

(2) 若 $\angle BAC = 110^\circ$ ，求 $\angle PAQ$ 的度数.



【答案】 (1) 18； (2) 40° .

【解析】

【分析】(1) 根据线段垂直平分线的性质得到 $PA=PB$, $QA=QC$, 根据三角形周长公式计算;

(2) 根据三角形内角和定理得到 $\angle B+\angle C=70^\circ$, 根据等腰三角形的性质计算.

【详解】(1) $\because MP$ 和 NQ 分别垂直平分 AB 和 AC ,

$$\therefore PA=PB, QA=QC,$$

$$\therefore \triangle APQ \text{ 的周长为 } 18,$$

$$\therefore AP+PQ+AQ=BP+PQ+QC=18,$$

$$\therefore BC=18;$$

$$(2) \because \angle BAC=110^\circ,$$

$$\therefore \angle B+\angle C=70^\circ,$$

$$\because PA=PB, QA=QC,$$

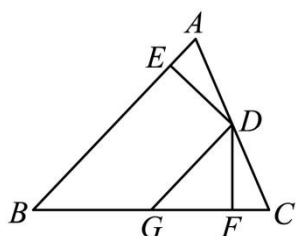
$$\therefore \angle PAB=\angle B, \angle QAC=\angle C,$$

$$\therefore \angle PAB+\angle QAC=\angle B+\angle C=70^\circ,$$

$$\therefore \angle PAQ=110^\circ-70^\circ=40^\circ.$$

【点睛】本题考查了线段的垂直平分线的性质, 掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

25. 已知: 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的一点, 过点 D 作 $DE \perp AB$, $DF \perp BC$, E, F 为垂足, 再过点 D 作 $DG \parallel AB$, 交 BC 于点 G , 且 $DE=DF$.



(1) 求证: $DG=BG$;

(2) 求证: BD 垂直平分 EF .

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

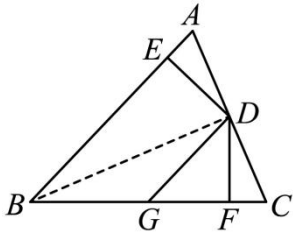
【解析】

【分析】(1) 连接 BD , 先根据 $DE \perp AB$, $DF \perp BC$ 且 $DE=DF$, 可知 $\angle ABD=\angle DBC$, 再根据 $DG \parallel AB$ 即可得出 $\angle ABD=\angle BDG$, 进而可得出 $\angle BDG=\angle DBC$, 由等角对等边可知 $DG=BG$;

(2) 先证明 $\text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle BDF$ (HL), 再根据全等三角形的性质可得出 $BF=BE$, 结合 $DE=DF$, 故可得出 BD 垂直平分 EF .

【小问 1 详解】

证明：连接 BD .



$\because DE \perp AB, DF \perp BC$ 且 $DE = DF$,

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$,

又 $\because DG \parallel AB$,

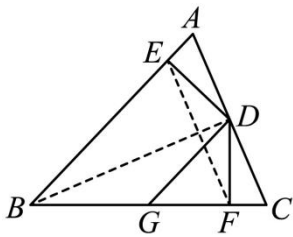
$\therefore \angle ABD = \angle BDG$,

$\therefore \angle BDG = \angle DBC$,

$\therefore DG = BG$;

【小问 2 详解】

如图，连接 EF ，



$\because DE \perp AB, DF \perp BC$,

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 与 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} DE = DF \\ BD = BD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle BDF$ (HL),

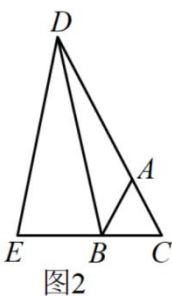
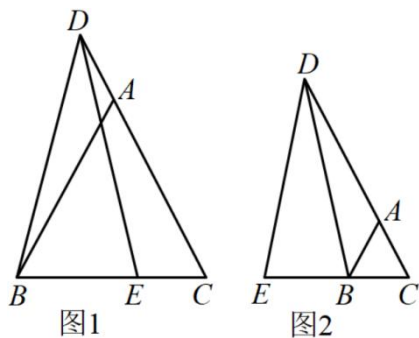
$\therefore BE = BF$,

$\because DE = DF$,

$\therefore BD$ 垂直平分 EF .

【点睛】 本题考查的是角平分线的判定及线段垂直平分线的判定、全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，根据题意作出辅助线，构造出全等三角形是解答此题的关键.

26. 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形. 点 D ，点 E 为直线 AC 和 BC 上的动点.



(1) 如图 1 所示, 点 D 为 CA 延长线上一点, 点 E 为 BC 上一点时, 连结 DB , DE . 且 $DB = DE$, 求证: $AD + BE = AB$;

(2) 如图 2 所示, 当点 E 为 CB 延长线上一点时, $DB = DE$, AD 、 BE 、 AB 之间有怎样的数量关系? 请直接写出结论.

【答案】(1) 证明见解析

(2) $AD - BE = AB$, 证明见解析

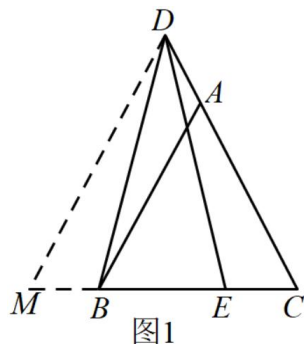
【解析】

【分析】(1) 如图 1 中, 作 $DM \parallel AB$ 交 CB 的延长线于 M . 只要证明 $\triangle DBM \cong \triangle DEC$ (AAS), 可得 $AD = BM = EC$ 即可解决问题;

(2) 如图 2 中, 结论: $AD - BE = AB$. 证明方法类似 (1);

【小问 1 详解】

证明: 如图 1 中, 作 $DM \parallel AB$ 交 CB 的延长线于 M .



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ABC = \angle M = 60^\circ$, $\angle BAC = \angle MDC = 60^\circ$, $AB = BC = AC$,

$\therefore \triangle DMC$ 是等边三角形,

$\therefore DM = DC = CM$, $\angle M = \angle C = 60^\circ$,

$\therefore BM = AD$,

$\because DB = DE$, $\therefore \angle DBE = \angle DEB$,

$\therefore \angle DBM = \angle DEC$,

$$\text{在 } \triangle DBM \text{ 和 } \triangle DEC \text{ 中, } \begin{cases} \angle M = \angle C \\ \angle DBM = \angle DEC, \\ DB = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBM \cong \triangle DEC (\text{AAS}),$$

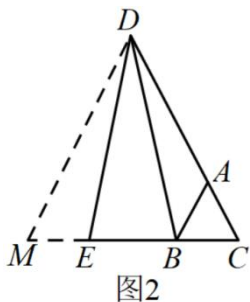
$$\therefore BM = CE,$$

$$\therefore AD = CE,$$

$$\therefore AD + BE = BE + CE = BC = AB.$$

【小问 2 详解】

解：如图 2 中，结论： $AD - BE = AB$.



理由：作 $DM \parallel AB$ 交 CB 的延长线于 M .

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle M = 60^\circ, \quad \angle BAC = \angle MDC = 60^\circ, \quad AB = BC = AC,$$

$\therefore \triangle DMC$ 是等边三角形,

$$\therefore DM = DC = CM, \quad \angle M = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore BM = AD,$$

$$\because DB = DE, \quad \therefore \angle DBE = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle DBM = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle DBM = \angle DEC,$$

$$\text{在 } \triangle DBM \text{ 和 } \triangle DEC \text{ 中, } \begin{cases} \angle M = \angle C \\ \angle DBM = \angle DEC, \\ DB = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBM \cong \triangle DEC (\text{AAS}),$$

$$\therefore BM = CE,$$

$$\therefore AD = CE,$$

$$\therefore AD - BE = BM - BE = CE - BE = BC = AB.$$

故答案为: $AD - BE = AB$.

【点睛】 本题考查三角形综合题、等边三角形的性质和判定、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题, 学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题.