

2023 学年第一学期八年级 数学 学科第二次阶段练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 在二次根式 $\sqrt{0.2a}$, $\sqrt{28}$, $\sqrt{10x}$, $\sqrt{a^2-b^2}$ 中, 最简二次根式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的概念解答即可.

【详解】 $\because \sqrt{0.2a} = \sqrt{\frac{a}{5}} = \frac{\sqrt{5a}}{5}$, $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$, $\sqrt{10x}$ 不能化简, $\sqrt{a^2-b^2}$ 不能化简.

$\therefore \sqrt{10x}$, $\sqrt{a^2-b^2}$ 是最简二次根式.

故选 B.

【点睛】本题考查了最简二次根式的概念, 解题的关键是正确理解最简二次根式的概念.

2. 一元二次方程 $x^2 - 8x = -17$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根; B. 有两个不相等的实数根;
C. 没有实数根; D. 无法确定.

【答案】C

【解析】

【分析】先计算判别式的值, 然后根据判别式的意义判断方程根的情况.

【详解】一元二次方程 $x^2 - 8x = -17$ 整理得: $x^2 - 8x + 17 = 0$,

$\therefore a = 1$, $b = -8$, $c = 17$,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 17 = -4 < 0$,

$\therefore$ 方程没有实数根.

故选: C.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

3. 某厂今年十月份的总产量为 500 吨, 十二月份的总产量达到 720 吨. 若平均每月增长率是 x , 则可以列出方程 ()

- A. $500(1 + 2x) = 720$ B. $720(1 - x) = 500$

C. $500(1+x^2) = 720$

D. $500(1+x)^2 = 720$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系是解题的关键．根据该厂今年十月份以及十二月份的总产量，即可得出关于 x 的一元二次方程．

【详解】解：由题意得： $500(1+x)^2 = 720$ ．

故选：D．

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 6$ ， $AC = 8$ ， $AB = 10$ ，则该三角形为（ ）

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形

【答案】B

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理解答即可．

【详解】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 6$ ， $AC = 8$ ， $AB = 10$ ，

$$\therefore BC^2 + AC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

故选：B．

【点睛】此题考查勾股定理的逆定理，关键是根据勾股定理的逆定理得出直角三角形的判定．

5. 下列条件中，不能判定两个直角三角形全等的是（ ）

- A. 两直角边对应相等 B. 斜边和一条直角边对应相等
C. 两锐角对应相等 D. 一个锐角和斜边对应相等

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质、解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定和性质，属于基础题．

根据全等三角形的判定方法即可判断．

【详解】解：A 正确．根据 SAS 即可判断．

B 正确．根据 HL 即可判断．

C 错误．两锐角对应相等不能判断两个三角形全等．

D 正确．根据 AAS 即可判断．

故选：C．

6. 在下列命题中，真命题有（ ）

①角平分线上任意一点到角两边的距离相等；②等腰三角形的高、中线、角平分线互相重合；三角形三边中垂线的交点到三角形三个顶点的距离相等；④直角三角形只有一条高.

A. ①③

B. ①②

C. ①②④

D. ①②③④

【答案】A

【解析】

【分析】根据角平分线的性质定理对①进行判断；根据等腰三角形的性质对②进行判断；根据垂直平分线的性质对③进行判断；根据高的定义对④进行判断.

【详解】解：角平分线上任意一点到角两边的距离相等，所以①正确；
等腰三角形底边上的高、底边上的中线和顶角的角平分线互相重合，所以②错误；
三角形三边中垂线的交点到三角形三个顶点的距离相等，所以③正确；
直角三角形有三条高，所以④错误.

故选：A.

【点睛】本题考查了命题的真假判断. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可. 也考查了角平分线的性质，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，以及三角形的高.

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 化为最简二次根式 $\sqrt{24} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质化简即可.

【详解】 $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$,

故答案为： $2\sqrt{6}$.

【点睛】本题考查的是最简二次根式，掌握二次根式的性质是解题的关键.

8. 方程 $(x-1)^2 = 1$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 2, x_2 = 0$

【解析】

【分析】直接开方求解即可.

【详解】解： $\because (x-1)^2 = 1$

$$\therefore x-1=\pm 1$$

$$\therefore x_1=2, \quad x_2=0$$

故答案为: $x_1=2, \quad x_2=0$.

【点睛】 本题主要考查了解一元二次方程, 熟练掌握解一元二次方程的几种方法是解题的关键.

9. 已知 $\sqrt{x+5}$ 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 写出一个满足条件的 x 的正整数的值为_____.

【答案】 22

【解析】

【分析】 根据同类二次根式定义可得 $\sqrt{x+5}$ 化为最简二次根式后被开方数为 3, 进而可得 x 的值.

【详解】 当 $x=22$ 时, $x+5=27$,

$$\sqrt{27}=3\sqrt{3},$$

$3\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式

故答案为: 22.

【点睛】 此题主要考查了同类二次根式, 关键是掌握把几个二次根式化为最简二次根式后, 如果它们的被开方数相同, 就把这几个二次根式叫做同类二次根式.

10. 在实数范围内分解因式: $x^2-2x-1=$ _____.

【答案】 $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【解析】

【分析】 根据完全平方式进行配方, 再运用平方差公式在实数范围内因式分解.

【详解】 $x^2-2x-1=x^2-2x+1-2=(x-1)^2-1=(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

故答案为: $(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})$

【点睛】 考核知识点: 在实数范围内分解因式, 运用配方法和平方差公式进行因式分解是关键.

11. 计算: $\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}=$ _____.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【详解】 解: 原式 $=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

故答案为 $\sqrt{3}$.

12. 平面直角坐标系中, 点 $P(-4,2)$ 到坐标原点的距离是_____.

【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】

【详解】 由勾股定理得

$$\sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} .$$

13. 电影《中国机长》首映当日票房已经达到 1.92 亿元, 2 天后当日票房达到 2.61 亿元, 设平均每天票房的增长率为 x , 则可列方程为_____.

【答案】 $1.92 (1+x)^2 = 2.61$.

【解析】

【分析】 根据增长率算出 2 天后的票房为 $1.92 (1+x)^2$, 由题目告知两天后的票房为 2.61 亿元, 列出方程即可.

【详解】 解: 设平均每天票房的增长率为 x ,

根据题意得: $1.92 (1+x)^2 = 2.61$.

故答案为 $1.92 (1+x)^2 = 2.61$.

【点睛】 本题主要考查的是一元二次方程中的增长率问题, 理解清楚题目意思是解决问题的关键.

14. 已知 $x=3$ 是方程 $x^2-2x+m=0$ 的一个根, 那么 $m=$ _____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 将 $x=3$ 代入方程 $x^2-2x+m=0$, 即可得到答案.

【详解】 把 $x=3$ 代入 $x^2-2x+m=0$ 得 $9-6+m=0$, 解得 $m=-3$. 故答案为-3.

【点睛】 本题考查的是有关一元二次方程的应用和一元一次方程的解法, 解题的关键是熟悉有关一元二次方程的应用和一元一次方程的解法, 要能够熟练灵活的应用.

15. “有两角及其中一角的平分线对应相等的两个三角形全等”是_____命题. (填“真”或“假”)

【答案】 真

【解析】

【分析】 将原命题写出已知和求证, 然后进行证明后即可得到该命题为真命题.

【详解】 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle B$ 、 $\angle B'$ 的角平分线, $BD = B'D'$,

求证: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

证明: $\because \angle B = \angle B'$ 且 $\angle B$ 、 $\angle B'$ 的角平分线分别为 BD 和 $B'D'$,

$$\therefore \angle ABD = \angle A'B'D' = \frac{1}{2} \angle B,$$

$$\because BD = B'D', \angle A = \angle A',$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D',$$

$$\therefore AB = A'B',$$

$$\because \angle A = \angle A', \angle B = \angle B',$$

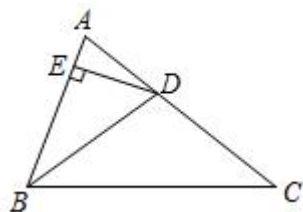
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'.$$

$\therefore$ “有两角及其中一角的平分线对应相等的两个三角形全等”是真命题,

故答案为真.

【点睛】 本题考查命题与定理, 解题的关键是掌握命题证明的基本步骤.

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$ 于点 E , 若 $DE = 4\text{cm}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.



【答案】 36

【解析】

【分析】 如图 (见解析), 由角平分线的性质可得 $DF = DE$, 再根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$ 即可得.

【详解】 如图, 过点 D 作 $DF \perp BC$

由题意得, BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线

$$\because DE \perp AB, DE = 4\text{cm}$$

$$\therefore DF = DE = 4\text{cm}$$

$$\because AB = 8\text{cm}, BC = 10\text{cm}$$

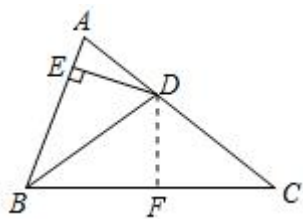
$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} BC \cdot DF$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 + \frac{1}{2} \times 10 \times 4$$

$$= 16 + 20$$

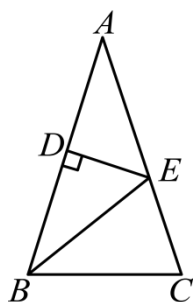
$$= 36$$

故答案为：36.



【点睛】本题考查了角平分线的性质，熟记角平分线的性质是解题关键.

17. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AC = AB = 5$ ， $BC = 3$ ， DE 垂直平分 AB ，点 D 为垂足，交 AC 于点 E . 那么 $\triangle EBC$ 的周长为_____.



【答案】8

【解析】

【分析】由线段垂直平分线的性质可得 $AE = BE$ ，则 $BE + CE = AC$ ， $\triangle EBC$ 的周长为 $AC + BC$ ，从而可得结果.

【详解】解： $\because AB$ 的垂直平分线交 AC 于点 E ，垂足为点 D ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore BE + CE = AC,$$

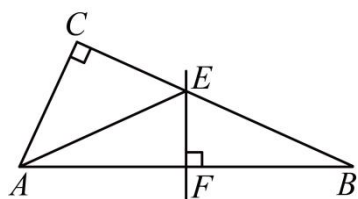
$$\because AB = AC, AB = 5, BC = 3,$$

$$\therefore \triangle EBC \text{ 的周长} = (BE + CE) + BC = AC + BC = 5 + 3 = 8.$$

故答案为：8.

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质定理，求图形的周长，关键是线段垂直平分线的性质定理的应用.

18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AB 的垂直平分线 EF 分别交 BC 、 AB 于点 E 、 F ， $\angle AEF = 65^\circ$ ，那么 $\angle CAE =$ _____.



【答案】 40°

【解析】

【分析】 根据垂直平分线的性质和三角形内角和的性质进行计算，即可得到答案.

【详解】因为 AB 的垂直平分线 EF 分别交 BC、AB 于点 E、F, 所以三角形 AEB 是等腰三角形, $\angle EAF = \angle EBF$, $\angle EFA = \angle EFB$; 又因为 $\angle AEF = 65^\circ$, 所以 $\angle EAF = 180^\circ - \angle EFA - \angle AEF = 25^\circ$; 因为 $\angle EAF = \angle EBF$, 所以 $\angle EAF = \angle EBF = 25^\circ$. 所以 $\angle CAE = 90^\circ - \angle EAF - \angle EBF = 40^\circ$.

【点睛】 本题考查垂直平分线的性质和三角形内角和的性质，解题的关键是掌握垂直平分线的性质和三角形内角和的性质.

三、计算题 (本大题共 3 小题, 每题 4 分, 满分 16 分)

19. 计算: $\sqrt{xy} \cdot \sqrt{6x} \div \sqrt{3y}$

【答案】 $\sqrt{2x}$.

【解析】

【分析】 利用二次根式的乘法和除法法则即可求解.

【详解】解: $\sqrt{xy} \cdot \sqrt{6x} \div \sqrt{3y}$

$$= \sqrt{\frac{xy \cdot 6x}{3y}}$$
$$= \sqrt{2x}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的乘除法，解题的关键是掌握二次根式的乘法法则和除法法则.

20. 解方程: $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x$

【答案】 $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 利用因式分解法求解即可.

【详解】解: $\frac{x^2-1}{3} + \frac{x}{2} = x$,

$$2x^2 - 2 + 3x = 6x,$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0,$$

$$(2x+1)(x-2) = 0$$

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{1}{2}$.

所以方程的解是 $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了因式分解法解方程，熟练掌握因式分解的技巧是解题的关键.

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m-1)x + m^2 = 0$ ，其根的判别式的值为 9，求 m 的值及这个方程的根.

【答案】 $m = -2$; $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

【解析】

【分析】 根据根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 9$ ，求得 m 的值；进而得到原方程，再解方程求出方程的根即可.

【详解】 解：由题意得： $(2m-1)^2 - 4 \times m^2 = 9$,

解得 $m = -2$,

当 $m = -2$ 时，原方程为： $x^2 - 5x + 4 = 0$,

解得： $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

【点睛】 本题考查根的判别式以及解一元二次方程，熟知根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 是解题关键.

22. 已知 x 、 y 为实数，且 $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) = 6$ ，求 $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 的值.

【答案】 3.

【解析】

【分析】 用整体换元法解方程，从而求解.

【详解】 解：设 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a$ ，则原式为： $a(a-1) = 6$ ，即 $a^2 - a - 6 = 0$

$$\therefore (a-3)(a+2) = 0$$

$$a_1 = 3, a_2 = -2$$

$$\text{又} \because \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0$$

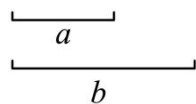
所以 $a = -2$ 舍去，即 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$

【点睛】 本题考查换元法解方程，注意对最后结果的验证.

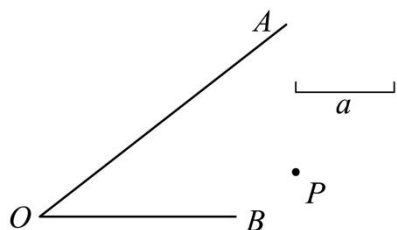
四、简答题（本大题共 5 小题，每题 6 分，满分 30 分）

23. 作图：

(1) 已知线段 a 、 b ，求做直角 $\triangle ABC$ ，使得 $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = b$ ， $BC = a$ ；



(2) 已知 $\angle AOB$ ，点 P 及线段 a ，求作点 Q ，使得点 Q 到 OA 、 OB 的距离相等，且 $PQ = a$ 。



【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

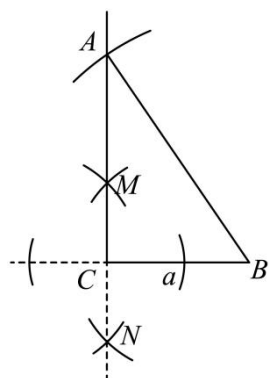
【分析】 本题考查了尺规作图，熟练掌握垂线的作法和角平分线的作法是解答本题的关键。

(1) 过点 C 作 a 的垂线 MN ，以点 B 为圆心，以 b 为圆心画弧，交 CM 于点 A ，连接 AB 即可；

(2) 作 $\angle AOB$ 的平分线 OD ，以点 P 为圆心，以 a 为半径画弧，交 OD 于点 Q_1 ， Q_2 ，点 Q_1 ， Q_2 即为所求。

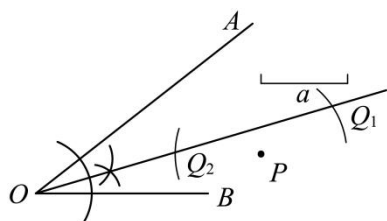
【小问 1 详解】

如图， $\triangle ABC$ 即为所求。

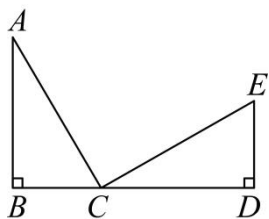


【小问 2 详解】

如图，点 Q_1 ， Q_2 即为所求。



24. 如图， $AB \perp BD$ ， $ED \perp BD$ ， C 是 BD 上一点， $BC = DE$ ， $AB = CD$ 。求证： $AC \perp CE$ 。



【答案】 答案见解析。

【解析】

【分析】根据垂直的定义得到 $\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$ ，则可根据“SAS”判定 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ，根据三角形全等的性质得 $\angle A = \angle DCE$ ，利用 $\angle ACB + \angle A = 90^\circ$ 可得 $\angle ACB + \angle DCE = 90^\circ$ ，再利用平角的定义计算出 $\angle ACE = 90^\circ$ ，然后根据垂直的定义即可得到结论.

【详解】证明： $\because AB \perp BD, ED \perp BD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 和 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} AB = CD \\ \angle ABC = \angle CDE \\ BC = DE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore \angle A = \angle DCE,$$

$$\text{又} \because \angle ACB + \angle A = 90^\circ,$$

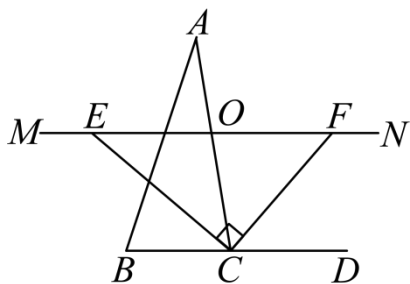
$$\therefore \angle ACB + \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp CE.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质：全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件.

25. 如图，在三角形 ABC 中， O 是 AC 边上的一点，过点 O 作 $MN \parallel BC$ ，交 $\angle ACB$ 的平分线于点 E ，交 $\angle ACB$ 的邻补角的平分线于点 F ，求证： $OE = OF$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的定义、平行线的性质、等角对等边，由 CE 是 $\angle ACB$ 的角平分线结合平行线的性质得出 $\angle OEC = \angle OCE$ ，从而得出 $OE = OC$ ，同理可得： $OC = OF$ ，即可得证，熟练掌握角平分线的定义、平行线的性质、等角对等边是解此题的关键.

【详解】证明： $\because CE$ 是 $\angle ACB$ 的角平分线，

$$\therefore \angle BCE = \angle ACE,$$

$\because MN \parallel BC$,

$$\therefore \angle OEC = \angle BCE,$$

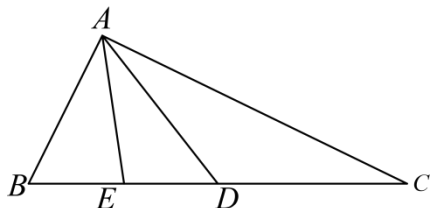
$$\therefore \angle OEC = \angle OCE,$$

$$\therefore OE = OC,$$

同理可得: $OC = OF$,

$$\therefore OE = OF.$$

26. 已知: 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB = BD$, 点 E 在 BD 上且 $BE = ED$, 求证: $AC = 2AE$.

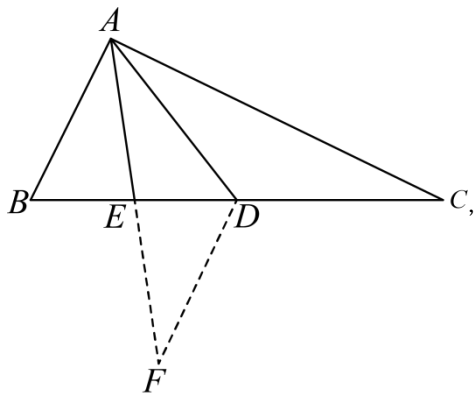


【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了三角形全等的判定与性质、三角形外角的定义及性质, 延长 AE 至 F , 使 $AE = EF$, 连接 DF , 先证明 $\triangle ABE \cong \triangle FDE$ (SAS), 得到 $\angle B = \angle FDE$, $AB = DF$, 再证明 $\triangle ADF \cong \triangle ADC$ (SAS), 得到 $AC = AF$, 即可得证, 熟练掌握三角形全等的判定与性质是解此题的关键.

【详解】证明: 延长 AE 至 F , 使 $AE = EF$, 连接 DF ,



在 $\triangle ABE$ 和 FDE 中,

$$\begin{cases} BE = DE \\ \angle AEB = \angle FED, \\ AE = FE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle FDE, \quad AB = DF,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore BD = CD,$$

$$\because AB = BD,$$

$$\therefore AB = BD = CD = DF, \quad \angle BAD = \angle BDA,$$

$$\because \angle ADC = \angle BAD + \angle B, \quad \angle ADF = \angle ADB + \angle FDE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ADF,$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ \angle ADC = \angle ADF, \\ DF = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AC = AF,$$

$$\therefore AC = 2AE.$$

27. 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $\angle ACB = 90^\circ$, 则 $a^2 + b^2 = c^2$ 试用两种方法证明.

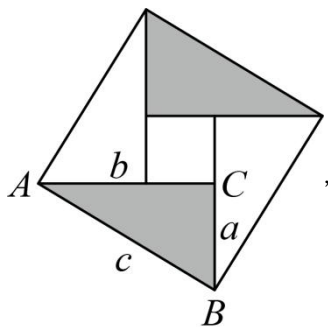
【答案】见解析

【解析】

【分析】方法一: 用 4 个全等的 $\triangle ABC$ 拼成如图所示的“弦图”, 由图可得: 大正方形的面积为 c^2 , 小正方形的面积为 $(b-a)^2$, 直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}ab$, 根据大正方形的面积建立等式即可得到答案;

方法二: 用两个全等的 $\triangle ABC$ 和一个等腰直角三角形构成直角梯形, 由全等三角形的性质可得 $\angle BAC = \angle DCE$, $AC = CE$, $DE = BC = b$, $CD = AB = a$, $AC = CE = c$, 用两种方法表示出梯形的面积, 建立等式即可得出答案.

【详解】证明: 方法一: 如图, 用 4 个全等的 $\triangle ABC$ 拼成如图所示的“弦图”,

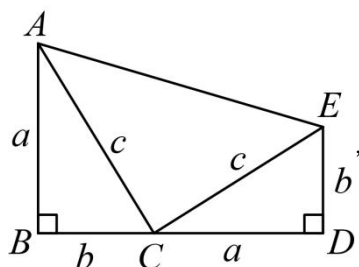


由图可得: 大正方形的面积为 c^2 , 小正方形的面积为 $(b-a)^2$, 直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}ab$,

$$\therefore S_{\text{大正方形}} = 4S_{\triangle ABC} + S_{\text{小正方形}} = 4 \times \frac{1}{2}ab + (b-a)^2 = b^2 + a^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2;$$

方法二：如图，用两个全等的 $\triangle ABC$ 和一个等腰直角三角形构成直角梯形，



$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DCE, \quad AC = CE, \quad DE = BC = b, \quad CD = AB = a, \quad AC = CE = c,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 180^\circ - (\angle DCE + \angle ACB) = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(DE + AB) \cdot BD = \frac{1}{2}(b + a)(b + a) = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab,$$

$$S_{\text{梯形}} = 2S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACE} = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 = ab + \frac{1}{2}c^2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab = ab + \frac{1}{2}c^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

【点睛】 本题考查了勾股定理的证明、全等三角形的性质、掌握正方形、三角形、梯形的面积的计算是解此题的关键.