

2003 年上海市中考数学真题及答案

一、填空题

1. 8 的平方根是_____。

2. 在 $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{4}$ 中, 是最简二次根式的是_____。

3. 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2}-1) =$ _____。

4. 分解因式: $a^2 - b^2 - 2a + 1 =$ _____。

5. 函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的定义域是_____。

6. 方程 $2 + \sqrt{x+2} = -x$ 的根是_____。

7. 上海浦东磁悬浮铁路全长 30 千米, 单程运行时间约 8 分钟, 那么磁悬浮列车的平均速度用科学记数法表示约_____米/分钟。

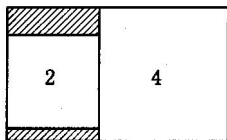
8. 在平面直角坐标系内, 从反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上的一点分别作 x 、 y 轴的垂线段, 与 x 、 y 轴所围成的矩形面积是 12, 那么该函数解析式是_____。

9. 某公司今年 5 月份的纯利润是 a 万元, 如果每个月份纯利润的增长率都是 x , 那么预计 7 月份的纯利润将达到_____万元 (用代数式表示)。

10. 已知圆 O 的弦 $AB = 8$, 相应的弦心距 $OC = 3$, 那么圆 O 的半径等于_____。

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, CD 平分 $\angle ACB$, $DE \parallel BC$, 如果 $AC = 10$, $AE = 4$, 那么 $BC =$ _____。

12. 如图, 矩形内有两个相邻的正方形, 面积分别是 4 和 2, 那么, 阴影部分的面积为_____。



13. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1. 如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后, 点 D 落在 BC 延长线上的点 D' 处, 那么 $\tan \angle BAD' =$ _____。

14. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 12$. 如果分别以 A 、 C 为圆心的两圆相切, 点 D 在圆 C 内, 点 B 在圆 C 外, 那么圆 A 的半径 r 的取值范围是_____。

二、多项选择题

15. 下列命题中正确的是 ()

(A) 有限小数是有理数

(B) 无限小数是无理数

(C) 数轴上的点与有理数一一对应

(D) 数轴上的点与实数一一对应

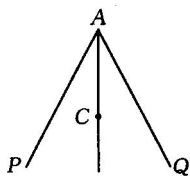
16. 已知 $0 < b < a$, 那么下列不等式组中无解的是 ()

- (A) $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x > -a \\ x < -b \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x > a \\ x < -b \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x > -a \\ x < b \end{cases}$

17. 下列命题中正确的是 ()

- (A) 三点确定一个圆 (B) 两个等圆不可能内切
(C) 一个三角形有且只有一个内切圆 (D) 一个圆有且只有一个外切三角形

18. 已知 AC 平分 $\angle PAQ$, 如图, 点 B、B' 分别在边 AP、AQ 上, 如果添加一个条件, 即可推出 $AB = AB'$, 那么该条件可以是 ()



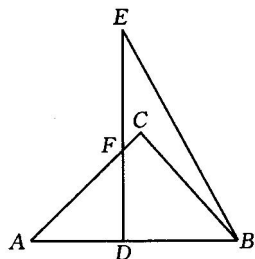
- (A) $BB' \perp AC$ (B) $BC = B'C$ (C) $\angle ACB = \angle ACB'$ (D) $\angle ABC = \angle AB'C$

三、

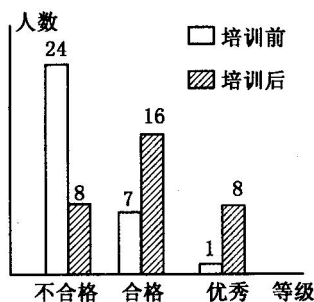
19. 已知 $x^2 - 2x = 2$, 将下式先简化, 再求值: $(x-1)^2 + (x+3)(x-3) + (x-3)(x-1)$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 0, \\ x^2 - xy + 4 = 0. \end{cases}$$

21. 将两块三角板如图放置, 其中 $\angle C = \angle EDB = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $AB = DE = 6$. 求重叠部分四边形 DBCF 的面积.



22.某校初二年级全体 320 名学生在电脑培训前后各参加了一次水平相同的考试, 考分都以同一标准划分成“不合格”、“合格”、“优秀”三个等级。为了了解电脑培训的效果, 用抽签方式得到其中 32 名学生的两次考试考分等级, 所绘制的统计图如图所示。试结合图示

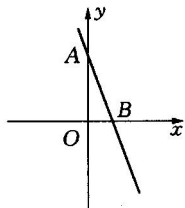


信息回答下列问题:

- (1) 这 32 名学生培训前考分的中位数所在的等级是_____, 培训后考分的中位数所在的等级是_____。
- (2) 这 32 名学生经过培训, 考分等级“不合格”的百分比由_____下降到_____。
- (3) 估计该校整个初二年级中, 培训后考分等级为“合格”、“优秀”的学生共有_____名。
- (4) 你认为上述估计合理吗? 理由是什么?
答: _____, 理由: _____。

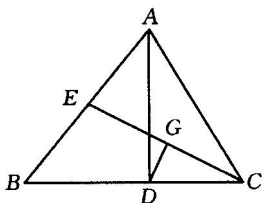
四、

23.已知: 一条直线经过点 A (0, 4)、点 B (2, 0), 如图, 将这条直线向作平移与 x 轴负半轴、y 轴负半轴分别交于点 C、点 D, 使 DB = DC。求: 以直线 CD 为图象的函数解析式。

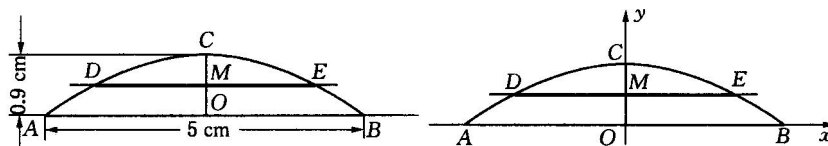


式。

24. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是高, CE 是中线, $DC = BE$, $DG \perp CE$, G 是垂足。求证:
(1) G 是 CE 的中点; (2) $\angle B = 2\angle BCE$ 。



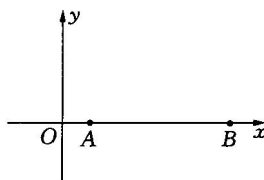
25. 卢浦大桥拱形可以近似看作抛物线的一部分，在大桥截面 1 : 11000 的比例图上，跨度 $AB = 5\text{cm}$ ，拱高 $OC = 0.9\text{cm}$ ，线段 DE 表示大桥拱内桥长， $DE \parallel AB$ 。如图，在比例图上，以直线 AB 为 x 轴，抛物线的对称轴为 y 轴，以 1cm 作为数轴的单位长度，建立平面直角坐标系，如图 8：



- (1) 求出图 8 上以这一部分抛物线为图像的函数解析式，写出函数定义域；

- (2) 如果 DE 与 AB 的距离 $OM = 0.45\text{cm}$ ，求卢浦大桥拱内实际桥长（备用数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ，计算结果精确到 1 米）

26. 已知在平面直角坐标系内， O 为坐标原点， A 、 B 是 x 轴正半轴上的两点，点 A 在点 B 的左侧，如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象经过点 A 、 B ，与 y 轴相交于点 C 。



- (1) a 、 c 的符号之间有何关系？
- (2) 如果线段 OC 的长度是线段 OA 、 OB 长度的比例中项，试证 a 、 c 互为倒数；
- (3) 在 (2) 的条件下，如果 $b = -4$ ， $AB = 4\sqrt{3}$ ，求 a 、 c 的值。

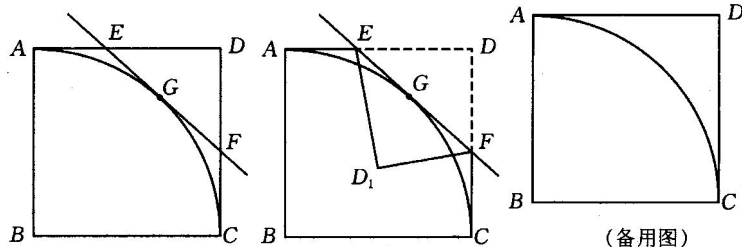
五、

27.如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ，弧 AC 是点 B 为圆心， AB 长为半径的圆的一段弧。点 E 是边 AD 上的任意一点（点 E 与点 A 、 D 不重合），过 E 作弧 AC 所在圆的切线，交边 DC 于点 F ， G 为切点：

(1) 当 $\angle DEF = 45^\circ$ 时，求证：点 G 为线段 EF 的中点；

(2) 设 $AE = x$ ， $FC = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；

(3) 将 $\triangle DEF$ 沿直线 EF 翻折后得 $\triangle D_1EF$ ，如图，当 $EF = \frac{5}{6}$ 时，讨论 $\triangle AD_1D$ 与 $\triangle ED_1F$ 是否相似，如果相似，请加以证明；如果不相似，只要求写出结论，不要求写出理由。



1. $\pm 2\sqrt{2}$. 2. $\sqrt{6}$. 3. $2+\sqrt{2}$. 4. $(a-b-1)(a+b-1)$. 5. $x \leq 1$ 且 $x \neq 0$. 6. $x = -2$. 7. 3.75×10^3 . 8. $y = \frac{12}{x}$. 9. $a(1+x)^2$. 10. 5. 11. 15. 12. $2\sqrt{2}-2$. 13. $\sqrt{2}$. 14. $1 < r < 8$ 或 $18 < r < 25$.

15. A、D. 16. A、C. 17. B、C. 18. A、C、D. 19. 原式 $= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 9 + x^2 - 4x + 3 = 3x^2 - 6x - 5$; 解法一: 化为 $3(x^2 - 2x) - 5$, $\because x^2 - 2x = 2$, $\therefore$ 原式 $= 3 \times 2 - 5 = 1$. 解法二: 从 $x^2 - 2x = 2$ 中解得 $x = 1 \pm \sqrt{3}$, 分别代入.

20. 由①, 得 $(2x+y)(2x-y) = 0$, $\therefore 2x+y = 0$, $2x-y = 0$. 它们与方程②分别组成两个方程组: $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x^2-xy+4=0; \end{cases} (*) \quad \begin{cases} 2x-y=0, \\ x^2-xy+4=0. \end{cases} (**)$

分别解这两个方程组, 可知方程组(*)无解; 方程组(**)的解是 $\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -4. \end{cases}$ 所以原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -4. \end{cases}$

21. 在 $\triangle EDB$ 中, $\because \angle EDB = 90^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $DE = 6$, $\therefore DB = DE \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$, $\therefore AD = AB - DB = 6 - 2\sqrt{3}$. 又 $\because \angle A = 45^\circ$, $\therefore \angle AFD = 45^\circ$, 得 $FD = AD$.

$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2}AD^2 = \frac{1}{2} \times (6-2\sqrt{3})^2 = 24 - 12\sqrt{3}$. 在等腰直角三角形 ABC 中, 斜边 $AB = 6$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}AB^2 = 9$. $\therefore S_{\text{四边形}DBCF} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADF} = 9 - (24 - 12\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 15$.

22. (1) 不合格, 合格; (2) 75%, 25%; (3) 240; (4) 合理, 该样本是随机样本(或该样本具有代表性).

23. 设以直线 AB 为图象的一次函数解析式为 $y = kx + b$. 因为直线 AB 经过点 $(0, 4)$ 、点 $(2, 0)$, 所以得方程组 $\begin{cases} 4 = b, \\ 0 = 2k + b. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = 4. \end{cases}$ 所以以直线 AB 为图象的一次函数解析式为 $y = -2x + 4$. 由于 $CD \parallel AB$, 设以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y = -2x + b'$.

解法一: 由于 $DB = DC$, $DO \perp CB$, $\therefore OB = OC$. 所以点 C 的坐标是 $(-2, 0)$, 得 $b' = -4$. 所以以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y = -2x - 4$. 解法二: 由题意, 得点 D 的坐标是 $(0, b')$, 点 C 的坐标是 $(\frac{b'}{2}, 0)$. $\because DB = DC$, $\therefore \sqrt{2^2 + (b')^2} =$

$\sqrt{(b')^2 + (\frac{b'}{2})^2}$. 解得 $b' = \pm 4$. 因为点 D' 与点 A 不重合, 所以 $b' = 4$ 舍去. 因此以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y = -2x - 4$.

24. (1) 如图 1, 连结 DE . $\because \angle ADB = 90^\circ$, E 是 AB 的中点, $\therefore DE = AE = BE$. 又 $\because DC = BE$, $\therefore DC = DE$. 又因为 $DG \perp CE$, 所以 G 是 CE 中点. (2) $\because DE = DC$, $\therefore \angle DCE = \angle DEC$, $\therefore \angle EDB = \angle DEC + \angle DCE = 2\angle BCE$. 又 $\because DE = BE$, $\therefore \angle B = \angle EDB$, $\therefore \angle B = 2\angle BCE$.

25. (1) 由于顶点 C 在 y 轴上, 所以设以这部分抛物线为图象的函数解析式为 $y = ax^2 + \frac{9}{10}$. 因为点 $A(-\frac{5}{2}, 0)$ (或 $B(\frac{5}{2}, 0)$) 在抛物线上, 所以 $0 = a \cdot (-\frac{5}{2})^2 + \frac{9}{10}$, 得 $a = -\frac{18}{125}$. 因此所求函数解析式为 $y = -\frac{18}{125}x^2 + \frac{9}{10}$ ($-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$); (2) 因为点 D 、 E 的纵坐标为 $\frac{9}{20}$, 所以 $\frac{9}{20} = -\frac{18}{125}x^2 + \frac{9}{10}$, 得 $x = \pm \frac{5}{4}\sqrt{2}$. 所以点 D 的坐标为 $(-\frac{5}{4}\sqrt{2}, \frac{9}{20})$, 点 E 的坐标为

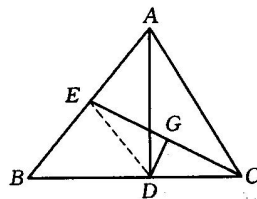


图 1

$(\frac{5}{4}\sqrt{2}, \frac{9}{20})$. 所以 $DE = \frac{5}{4}\sqrt{2} - (-\frac{5}{4}\sqrt{2}) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. 因此卢浦大桥拱内实际桥长为 $\frac{5\sqrt{2}}{2} \times 11\,000 \times 0.01$

$= 275\sqrt{2} \approx 385$ (米). 26. (1) 解: a, c 同号(或当 $a > 0$ 时, $c > 0$; 当 $a < 0$ 时, $c < 0$). (2) 证明: 设点 A 的坐标为 $(x_1, 0)$, 点 B 的坐标为 $(x_2, 0)$, 则 $0 < x_1 < x_2$. $\therefore OA = x_1, OB = x_2, OC = |c|$. 据题意, x_1, x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根. $\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 由题意, 得 $OA \cdot OB = OC^2$, 即 $\frac{c}{a} = |c|^2$

$= c^2$. $\therefore c \neq 0, \therefore c = \frac{1}{a}$, 即 $ac = 1$. 所以当线段 OC 长是线段 OA, OB 长的比例中项时, a, c 互为倒数.

(3) 解: 当 $b = -4$ 时, 由(2)知, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{a} > 0, \therefore a > 0$. 解法一: $AB = OB - OA = x_2 - x_1$

$= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}, \therefore AB = \sqrt{(\frac{4}{a})^2 - 4(\frac{c}{a})} = \sqrt{\frac{16-4ac}{a^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{a}. \therefore AB = 4\sqrt{3}, \therefore \frac{2\sqrt{3}}{a} =$

$4\sqrt{3}$. 得 $a = \frac{1}{2}, \therefore c = 2$. 解法二: 由求根公式, $x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{a}, \therefore x_1 =$

$\frac{2-\sqrt{3}}{a}, x_2 = \frac{2+\sqrt{3}}{a}. \therefore AB = OB - OA = x_2 - x_1 = \frac{2+\sqrt{3}}{a} - \frac{2-\sqrt{3}}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{a}. \therefore AB = 4\sqrt{3}, \therefore \frac{2\sqrt{3}}{a} =$

$4\sqrt{3}$. 得 $a = \frac{1}{2}, \therefore c = 2$. 27. (1) 证明: $\because \angle DEF = 45^\circ$, 得 $\angle DFE = 90^\circ - \angle DEF = 45^\circ, \therefore \angle DFE$

$= \angle DEF, \therefore DE = DF$. 又 $\because AD = DC, \therefore AE = FC$. 因为 AB 是圆 B 的半径, $AD \perp AB$, 所以 AD 切圆 B 于点 A ; 同理, CD 切圆 B 于点 C . 又因为 EF 切圆 B 于点 G , 所以 $AE = EG, FC = FG$. 因此 $EG = FG$, 即点 G 为线段 EF 的中点. (2) 解: $\because EG = AE = x, FG = CF = y, \therefore ED = 1 - x, FD = 1 - y$. 在

$Rt\triangle DEF$ 中, 由 $ED^2 + FD^2 = EF^2$, 得 $(1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2. \therefore y = \frac{1-x}{1+x} (0 < x < 1)$. (3)

解: 当 $EF = \frac{5}{6}$ 时, 由(2)得 $EF = EG + FG = AE + FC = x + \frac{1-x}{1+x} = \frac{5}{6}$. 得

$x_1 = \frac{1}{3}$ 或 $x_2 = \frac{1}{2}$, 即 $AE = \frac{1}{3}$ 或 $AE = \frac{1}{2}$. ① 当 $AE = \frac{1}{2}$ 时, $\triangle AD_1D \sim$

$\triangle ED_1F$. 证明如下: 设直线 EF 交线段 DD_1 于点 H , 如图 2. 据题意, $\triangle EDF \cong$

$\triangle ED_1F; EF \perp DD_1$ 且 $DH = D_1H. \therefore AE = \frac{1}{2}, AD = 1$, 得 $AE = ED, \therefore$

$EH \parallel AD_1. \therefore \angle D_1AD = \angle FED = \angle FED_1, \angle AD_1D = \angle EHD = 90^\circ$. 又 $\because$

$\angle ED_1F = \angle EDF = 90^\circ, \therefore \angle ED_1F = \angle AD_1D. \therefore \triangle AD_1D \sim \triangle ED_1F$. ②

当 $AE = \frac{1}{3}$ 时, $\triangle AD_1D$ 与 $\triangle ED_1F$ 不相似.

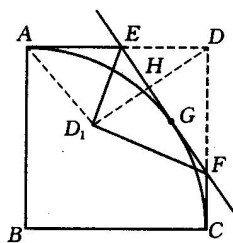


图 2