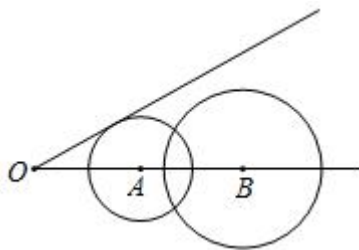


2022 年上海市杨浦区中考数学三模试卷

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、选择题（本大题共 6 小题，共 24 分）

- 2 的倒数是()
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- 在平面直角坐标系中，点 $(3,2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为()
A. $(-3,2)$ B. $(3,-2)$ C. $(2,-3)$ D. $(-2,3)$
- 下列运算中，正确的是()
A. $2a + 3a = 5a^2$ B. $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^6$
C. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ D. $-4a^2 \div 2a = 2a$
- 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象全部在 x 轴的上方，那么下列判断中一定正确的是()
A. $a > 0, b > 0$ B. $a > 0, b < 0$ C. $a > 0, c < 0$ D. $a > 0, c > 0$
- 一个事件的概率不可能是()
A. 0 B. 0.5 C. 1 D. 1.5
- 如图，已知 $\angle POQ = 30^\circ$ ，点 A 、 B 在射线 OQ 上(点 A 在点 O 、 B 之间)，半径长为 2 的 $\odot A$ 与直线 OP 相切，半径长为 3 的 $\odot B$ 与 $\odot A$ 相交，那么 OB 的取值范围是()



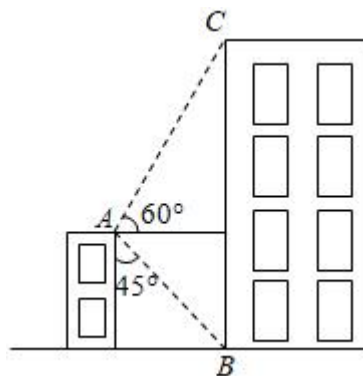
- A. $5 < OB < 9$ B. $4 < OB < 9$ C. $3 < OB < 7$ D. $2 < OB < 7$

二、填空题（本大题共 12 小题，共 48 分）

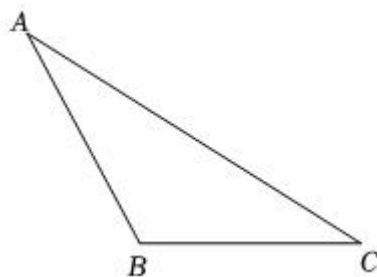
- 用代数式表示： a 的 5 倍与 b 的 $\frac{2}{3}$ 的差：_____。

8. 分解因式: $x^2 - 2x - 15 = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+6}$, 那么 $f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 计算: $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 已知 $\triangle ABC$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$. (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)
12. 如果二次函数 $y = x^2 + 2x - m + 2$ 图象的顶点在 x 轴上, 那么 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 已知二次函数图象的对称轴在 y 轴右侧, 且在对称轴左侧函数 y 的值随 x 的值增大而增大. 请写出一个符合上述条件的二次函数的解析式 $\underline{\hspace{2cm}}$. (只需写一个)
14. 如果梯形的下底长为 7, 中位线长为 5, 那么其上底长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, 如果 $\odot O$ 的半径长为 5, AB 长为 4, 那么圆心 O 到弦 AB 的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

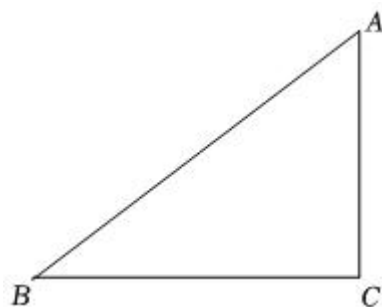
16. 从一栋二层楼的楼顶点 A 处看对面的教学楼, 探测器显示, 看到教学楼底部点 B 处的俯角为 45° , 看到楼顶部点 C 处的仰角为 60° , 已知两栋楼之间的水平距离为 6 米, 那么教学楼的高 $CB = \underline{\hspace{2cm}}$ 米. (结果保留根号)



17. 新定义: 如果一个三角形一条边上的高等于这条边, 那么这个三角形叫做等高底三角形, 这条边叫做等底. 如图, $\triangle ABC$ 是等高底三角形, BC 是等底, 点 A 关于直线 BC 的对称点是点 A' , 联结 AA' , 如果点 B 是 $\triangle AA'C$ 的重心, 那么 $\frac{AC}{BC}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $\cos B = \frac{4}{5}$. 点 P 是斜边 AB 上一点, 过点 P 作 $PM \perp AB$ 交边 AC 于点 M , 过点 P 作 AC 的平行线, 与过点 M 作 AB 的平行线交于点 Q . 如果点 Q 恰好在 $\angle ABC$ 的平分线上, 那么 AP 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、计算题（本大题共 2 小题，共 20 分）

19. 计算： $|1 - \sqrt{2}| + (\pi - 2022)^0 - 2\sin 45^\circ + (-\frac{1}{2})^{-2}$.

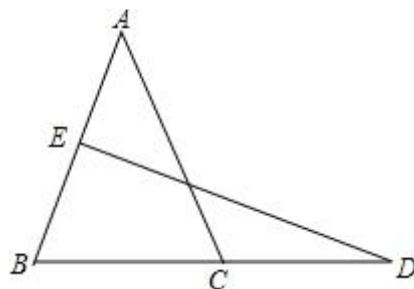
20. 解方程： $\frac{x}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 58 分）

21. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 6$ ， $BC = 4$ ， AB 的垂直平分线交 AB 于点 E ，交 BC 的延长线于点 D .

(1) 求 $\angle D$ 的正弦值；

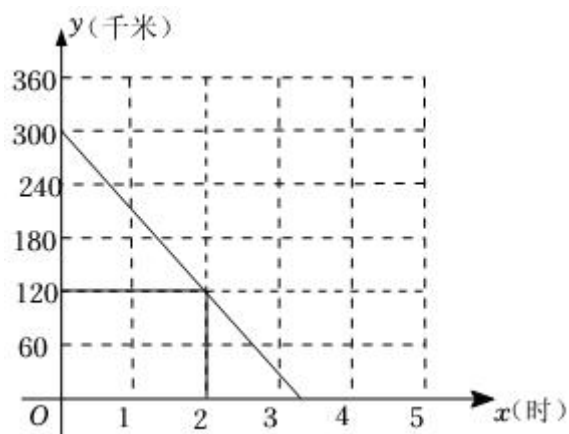
(2) 求点 C 到直线 DE 的距离.



22. A 、 B 两座城市之间有一条高速公路，甲、乙两辆汽车同时分别从这条路两端的入口处驶入，并始终在高速公路上正常行驶. 甲车从 A 城驶往 B 城，乙车从 B 城驶往 A 城，甲车在行驶过程中速度始终不变. 甲车距 B 城高速公路入口处的距离 y (千米) 与行驶时间 x (时) 之间的关系如图.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式；

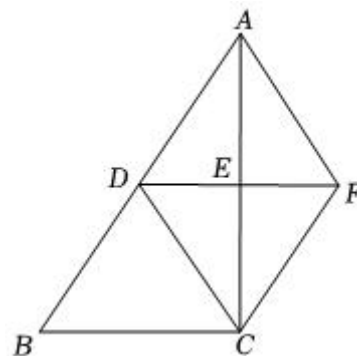
(2) 已知乙车以 60 千米/时的速度匀速行驶，当乙车与甲车相遇后速度随即改为 a (千米/时) 并保持匀速行驶，结果比甲车晚 40 分钟到达终点，求乙车变化后的速度 a .



23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B > \angle A$ ，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点， $CF \parallel AB$ 交 DE 的延长线于点 F 。

(1)求证：四边形 $ADCF$ 是菱形；

(2)联结 BE ，如果 $BE \perp CD$ ，求证： $AB = \sqrt{2}BE$ 。



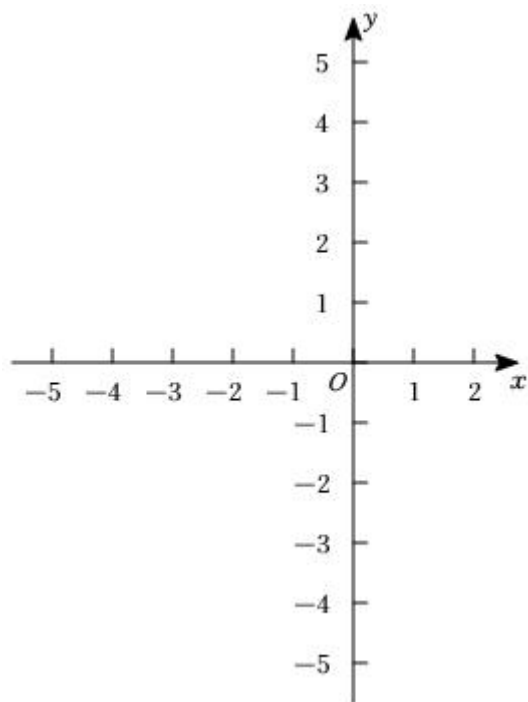
24. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，点 C 在第二象限内， $AC \perp AB$ ，且 $AC = AB$ 。

(1)求点 C 的坐标；

(2)将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移，点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 A' 、 B' 、 C' ；如果点 B' 、 C' 都落在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上，求 k 的值；

(3)如果直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 与第(2)小题中的双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 有两个公共点 E 和 F ，求

$S_{\triangle OEF}$ 的值。



25. 已知在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC$ 的平分线, 过点 B 作 $BE \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E .
- (1) 如图 1, 联结 CE , 求证: $CE = BE$;
- (2) 如图 2, 如果 $\cot \angle ABC = \frac{24}{7}$, 求 $\frac{AD}{DE}$ 的值;
- (3) 如果以点 D 为圆心, DC 长为半径的圆恰好经过 $Rt \triangle ABC$ 的斜边中线与边 AD 的交点 F , 且 $AC = 4$, 求边 AB 的长.

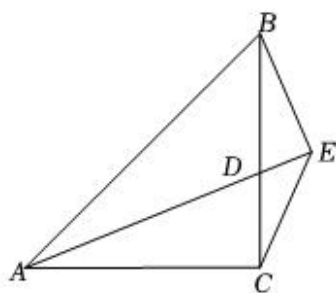


图1

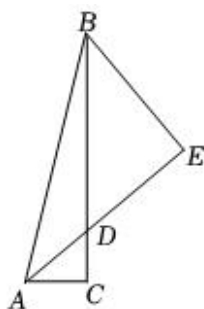
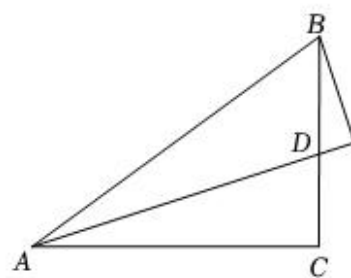


图2



备用图

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】解：2的倒数 $\frac{1}{2}$ ，

故选：C.

求一个数的倒数就是把这个数的分子分母交换位置即可，互为倒数的两个数的乘积为1.

本题考查实数的性质，做此类型的题目关键在于对实数相关概念(如倒数等)的理解.

2. 【答案】B

【解析】解：点(3,2)关于x轴对称的点的坐标为(3, -2).

故选：B.

根据“关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数”解答即可.

本题考查了关于x轴、y轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

(1)关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；(2)关于y轴对称的点，

纵坐标相同，横坐标互为相反数；(3)关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反

数.

3. 【答案】C

【解析】解：A、 $2a + 3a = 5a$ ，故A不符合题意；

B、 $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^5$ ，故B不符合题意；

C、 $(-2a^2)^3 = -8a^6$ ，故C符合题意；

D、 $-4a^2 \div 2a = -2a$ ，故D不符合题意；

故选：C.

根据整式的加法、乘法，除法，幂的乘方与积的乘方法则进行计算，逐一判断即可解答.

本题考查了整式的混合运算，准确熟练地进行计算是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】解：当抛物线开口向上，且抛物线与x轴无交点时，图象全部在x轴上方，

$\therefore a > 0$ ，抛物线与y轴交点在x轴上方，即 $c > 0$ ，

故选：D.

由二次函数的图象全部在x轴的上方，可得抛物线开口向上，抛物线与y轴交点位置，从

而可判定 a, c 的符号.

本题考查抛物线与 x 轴的交点, 解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系.

5. 【答案】D

【解析】解: 一个事件的概率不可能是 1.5,

故选: D.

根据概率的意义, 概率公式, 即可解答.

本题考查了概率的意义, 概率公式, 熟练掌握这些数学概念是解题的关键.

6. 【答案】A

【解析】解: 设 $\odot A$ 与直线 OP 相切时切点为 D , 连接 AD ,

$$\therefore AD \perp OP,$$

$$\because \angle O = 30^\circ, AD = 2,$$

$$\therefore OA = 4,$$

当 $\odot B$ 与 $\odot A$ 相内切时, 设切点为 C , 如图 1,

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore OB = OA + AB = 4 + 3 - 2 = 5;$$

当 $\odot A$ 与 $\odot B$ 相外切时, 设切点为 E , 如图 2,

$$\therefore OB = OA + AB = 4 + 2 + 3 = 9,$$

$\therefore$ 半径长为 3 的 $\odot B$ 与 $\odot A$ 相交, 那么 OB 的取值范围是: $5 < OB < 9$.

故选: A.

作半径 AD , 根据直角三角形 30° 度角的性质得: $OA = 4$, 再确认 $\odot B$ 与 $\odot A$ 相切时, OB 的长, 可得结论.

本题考查了圆和圆的位置关系、切线的性质、勾股定理, 熟练掌握圆和圆相交和相切的关系是关键, 还利用了数形结合的思想, 通过图形确定 OB 的取值范围.

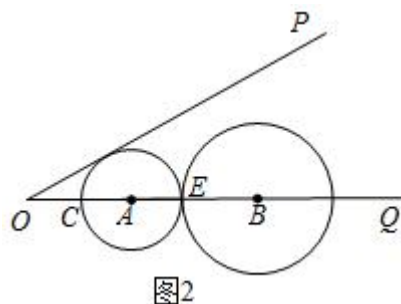


图2

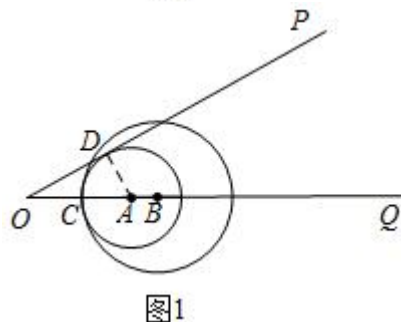


图1

7. 【答案】 $5a - \frac{2}{7}b$

【解析】解: a 的 5 倍与 b 的 $\frac{2}{7}$ 的差为: $5a - \frac{2}{7}b$.

故答案为: $5a - \frac{2}{7}b$.

用 a 的5倍减去 b 的 $\frac{2}{7}$ 列式得出答案即可.

此题考查列代数式, 理解语言叙述的运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

8. 【答案】 $(x-5)(x+3)$

【解析】解: 原式 $= (x-5)(x+3)$.

故答案为: $(x-5)(x+3)$.

原式利用十字相乘法分解即可.

此题考查了因式分解—十字相乘法, 熟练掌握十字相乘的方法是解本题的关键.

9. 【答案】 3

【解析】解: $\because f(x) = \sqrt{x+6}$,

$\therefore f(3) = \sqrt{3+6} = 3$.

故答案为: 3.

根据已知直接将 $x=3$ 代入求出答案.

此题主要考查了函数值, 正确将已知数据代入是解题关键, 本题属于基础题.

10. 【答案】 $\frac{2}{1-x^2}$

【解析】解: 原式 $= \frac{1-x+1+x}{1-x^2} = \frac{2}{1-x^2}$.

分式的加减运算中, 如果是同分母分式, 那么分母不变, 把分子直接相加减即可; 如果是异分母分式, 则必须先通分, 把异分母分式化为同分母分式, 然后再相加减.

本题考查了分式的加减运算. 解决本题首先应通分, 最后要注意将结果化为最简分式.

11. 【答案】 $\vec{a} + \vec{b}$

【解析】解: $\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$,

$\therefore \overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

故答案为: $\vec{a} + \vec{b}$.

由 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ 可得出答案.

本题考查平面向量, 熟练掌握平面向量的加减运算是解答本题的关键.

12. 【答案】 1

【解析】解：∵抛物线 $y = x^2 + 2x - m + 2$ 的顶点在 x 轴上，

$$\therefore \Delta = 2^2 - 4 \times (-m + 2) = 0, \text{ 即 } -4 + 4m = 0,$$

解得 $m = 1$.

故答案是：1.

因为抛物线顶点在 x 轴上，故函数图象与 x 轴只有一个交点，根据 $\Delta = 0$ ，即可求出 m 的值.

此题考查了二次函数图象与 y 轴交点个数与根的判别式的关系，要明确： $\Delta > 0$ 时，图象与 x 轴有两个交点； $\Delta = 0$ ，图象与 x 轴有一个交点； $\Delta < 0$ ，图象与 x 轴无交点.

13. 【答案】 $y = -x^2 + 2x$

【解析】解：根据题意，二次函数的解析式是 $y = -x^2 + 2x$ ，

故答案为： $y = -x^2 + 2x$.

根据抛物线在对称轴的右侧，且在对称轴左侧函数 y 的值随 x 的值增大而增大，则 $a < 0$ ；

根据二次函数图象的对称轴在 y 轴的右侧， $-\frac{b}{2a} > 0$ ，则 $b > 0$ ，即可得到解析式.

此题考查了二次函数的图象性质，能够根据变化规律确定 a 的符号，能够根据对称轴的位置确定 b 的符号.

14. 【答案】 3

【解析】解：设梯形的上底长为 λ ；

$$\text{由题意得：} \frac{\lambda + 7}{2} = 5,$$

解得： $\lambda = 3$ ，

故答案为 3.

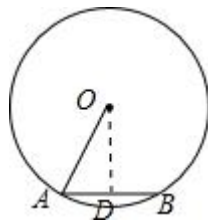
设出梯形的上底长，直接运用梯形的中位线定理列出关于上底 λ 的方程，求出 λ 即可解决问题.

该题主要考查了梯形的中位线定理及其应用问题；应牢固掌握梯形的中位线定理并能灵活运用.

15. 【答案】 $\sqrt{21}$

【解析】解：如图所示：

过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ，



$$\because AB = 4,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

在 $Rt \triangle OBD$ 中,

$$\because OA = 5, AD = 2,$$

$$\therefore OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}.$$

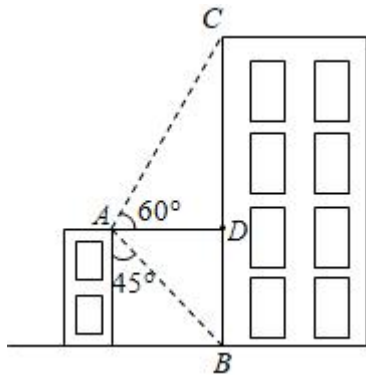
故答案为: $\sqrt{21}$.

根据题意画出图形, 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D , 由垂径定理可得出 AD 的长, 在 $Rt \triangle OAD$ 中, 利用勾股定理及可求出 OD 的长.

本题考查的是垂径定理及勾股定理, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

16. 【答案】 $(6 + 6\sqrt{3})$

【解析】解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D .



则 $AD = 6$ 米, $\angle CAD = 60^\circ$, $\angle DAB = 45^\circ$,

在 $Rt \triangle ACD$ 中, $\tan 60^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{6} = \sqrt{3}$,

解得 $CD = 6\sqrt{3}$,

在 $Rt \triangle ABD$ 中, $\tan 45^\circ = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{6} = 1$,

解得 $BD = 6$,

$$\therefore BC = CD + BD = (6 + 6\sqrt{3}) \text{ 米}.$$

故答案为: $(6 + 6\sqrt{3})$.

过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D . 则 $AD = 6$ 米, 在 $Rt \triangle ACD$ 中, $\tan 60^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{6} = \sqrt{3}$,

解得 $CD = 6\sqrt{3}$, 在 $Rt \triangle ABD$ 中, $\tan 45^\circ = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{6} = 1$, 解得 $BD = 6$, 由 $BC =$

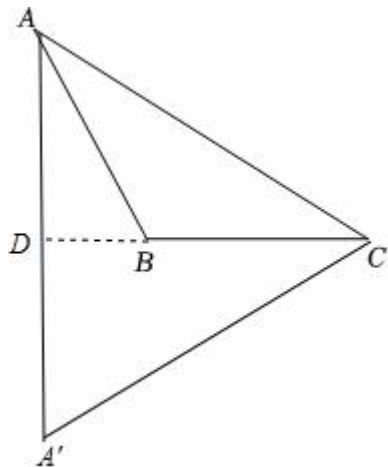
$CD + BD$ 可得出答案.

本题考查解直角三角形的应用—仰角俯角问题, 熟练掌握特殊角的三角函数值是解答本

题的关键.

17. 【答案】 $\frac{\sqrt{13}}{2}$

【解析】解：延长 CB 与 AA' 交于点 D ,



$\because$ 点 A 关于直线 BC 的对称点是点 A' ,

$\therefore AC = A'C, AD = A'D, AD \perp CD,$

$\because \triangle ABC$ 是等高底三角形, BC 是等底,

$\therefore AD = BC,$

$\because$ 点 B 是 $\triangle AA'C$ 的重心,

$\therefore AD = BC = \frac{2}{3}CD,$

设 $AD = BC = 2x$, 则 $CD = 3x$,

$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4x^2 + 9x^2} = \sqrt{13}x,$

$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{13}x}{2x} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

故答案为: $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

延长 CB 与 AA' 交于点 D , 根据轴对称性质得 $AC = A'C, AD = A'D, AD \perp CD$,

再由 $\triangle ABC$ 是等高底三角形, BC 是等底, 得 $AD = BC$, 再根据三角形的重心定理

得 $AD = BC = \frac{2}{3}CD$, 设 $AD = BC = 2x$, 则 $CD = 3x$, 由勾股定理用 x 表示 AC ,

进而计算 $\frac{AC}{BC}$ 的值便可.

本题主要考查了对称变换, 三角形的重心性质, 新定义, 关键是根据三角形的重心性质

得出 AD 与 CD 的数量关系.

18. 【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 8$ ，

$$\cos B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\cos B} = 10, \quad AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 6,$$

$$\therefore PM \perp AB,$$

$$\therefore \angle APM = 90^\circ = \angle C,$$

$$\therefore \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle APM \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AP}{AC} = \frac{PM}{BC} = \frac{AM}{AB},$$

$$\text{设 } AP = 3x, \text{ 则 } PM = 4x, \quad AM = 5x,$$

$$\therefore MC = 6 - 5x,$$

$$\therefore MN \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB},$$

$$\therefore CN = 8 - \frac{20}{3}x, \quad MN = 10 - \frac{25}{3}x,$$

$$\therefore BQ \text{ 平分 } \angle ABC, \quad MN \parallel AB,$$

$$\therefore \angle QBN = \angle BQN,$$

$$\therefore NQ = BN = BC - CN = \frac{20}{3}x,$$

$$\therefore MN \parallel AB, \quad PQ \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } APQM \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore QM = AP = 3x,$$

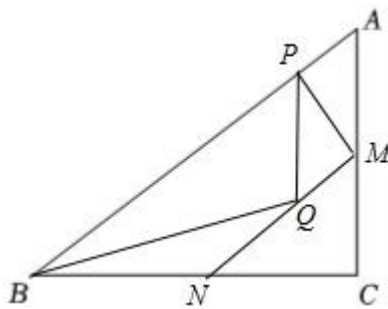
$$\therefore MN = NQ + MQ = \frac{20}{3}x + 3x = \frac{29}{3}x,$$

$$\therefore \frac{29}{3}x = 10 - \frac{25}{3}x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{5}{9},$$

$$\therefore AP = 3x = \frac{5}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{5}{3}.$$



根据直角三角形的边角关系可求出 AB ， AC ，再根据相似三角形，用含有 AP 的代数式表示 MC 、 NC 、 MN ，再根据角平分线的定义以及等腰三角形的判定得出 $BN = NQ$ ，进而列方程求出 AP 即可。

本题考查直角三角形的边角关系，角平分线的定义，相似三角形的判定和性质以及平行四边形的性质，掌握直角三角形的边角关系以及相似三角形的判定和性质是解决问题的前提，用含有 AP 的代数式表示 MC 、 NC 、 MN 是正确解答的关键.

$$\begin{aligned} 19. \text{【答案】解: 原式} &= \sqrt{2} - 1 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 \\ &= \sqrt{2} - 1 + 1 - \sqrt{2} + 4 \\ &= 4. \end{aligned}$$

【解析】利用绝对值的意义，零指数幂的意义，特殊角的三角函数值，负整数指数幂的意义解答即可.

本题主要考查了实数的运算，绝对值的意义，零指数幂的意义，特殊角的三角函数值，负整数指数幂的意义，正确利用上述法则与性质进行运算是解题的关键.

$$20. \text{【答案】解: } \frac{x}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = 1$$

方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$,

$$\text{得, } x(x-1) - 4 = (x+1)(x-1)$$

整理得, $x = -3$,

检验: 当 $x = -3$ 时, $(x+1)(x-1) \neq 0$,

$x = -3$ 是原方程的解.

【解析】根据解分式方程的一般步骤计算.

本题考查的是分式方程的解法, 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0 , 所以应如下检验:

①将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0 , 则整式方程的解是原分式方程的解.

②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值 0 , 则整式方程的解不是原分式方程的解.

$$21. \text{【答案】解: (1) 过点 } A \text{ 作 } AH \perp BC \text{ 于点 } H.$$

$$\because AB = AC, BC = 4,$$

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BC = 2.$$

$$\because \text{在 } \triangle ABH \text{ 中, } \angle BHA = 90^\circ, AB = 6,$$

$$\therefore \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

$\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$$\therefore \angle BED = 90^\circ, BE = 3,$$

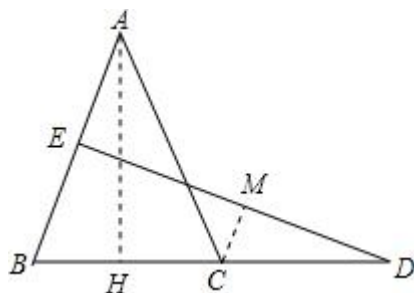
$$\therefore \angle BED = \angle BHA,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAH = \angle D,$$

$$\therefore \sin \angle D = \sin \angle BAH = \frac{1}{3},$$

即 $\angle D$ 的正弦值为 $\frac{1}{3}$;



(2) 过点 C 作 $CM \perp DE$ 于点 M .

$$\because \text{在} \triangle BED \text{中}, \angle BED = 90^\circ, \sin \angle D = \frac{1}{3}, BE = 3,$$

$$\therefore BD = \frac{BE}{\sin \angle D} = 9,$$

$$\therefore CD = BD - BC = 9 - 4 = 5.$$

$$\because \text{在} \triangle MCD \text{中}, \angle CMD = 90^\circ, \sin \angle D = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CM = \frac{1}{3}CD = \frac{5}{3},$$

即点 C 到 DE 的距离为 $\frac{5}{3}$.

【解析】 (1) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H . 由等腰三角形三线合一的性质得出 $BH =$

$\frac{1}{2}BC = 2$ 在 $\triangle ABH$ 中, 根据正弦函数的定义得出 $\sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{3}$, 根据三角形

内角和定理求出 $\angle BAH = \angle D = 90^\circ - \angle B$, 则 $\sin \angle D = \sin \angle BAH = \frac{1}{3}$;

(2) 过点 C 作 $CM \perp DE$ 于点 M . 解直角 $\triangle BED$, 求出 $BD = \frac{BE}{\sin \angle D} = 9$, 则 $CD =$

$BD - BC = 5$. 再解直角 $\triangle MCD$, 求出 $CM = \frac{5}{3}$, 即点 C 到 DE 的距离为 $\frac{5}{3}$.

本题考查了解直角三角形, 等腰三角形的性质, 线段垂直平分线的性质, 锐角三角函数的定义, 准确作出辅助线是解题的关键.

22. 【答案】 解: (1) 设 y 与 x 的函数解析式: $y = kx + b (k \neq 0)$,

将点 $(0, 300)$, $(2, 120)$ 代入函数解析式,

$$\text{得} \begin{cases} b = 300 \\ 2k + b = 120 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -90 \\ b = 300 \end{cases},$$

$$\therefore y = -90x + 300;$$

$$(2) \text{当 } y = -90x + 300 = 0 \text{ 时, } x = \frac{10}{3},$$

$$\text{两车相遇时, } -90x + 300 = 60x,$$

$$\text{解得 } x = 2,$$

$$\text{根据题意, 得 } 60 \times 2 + \left(-\frac{10}{3} + \frac{40}{60} - 2\right)a = 300,$$

$$\text{解得 } a = 90,$$

答: 乙车变化后的速度 a 为 90 千米/时.

【解析】 (1) 待定系数法求解析式;

(2) 先求出甲车从 A 到 B 所用时间, 再求出两车的相遇时间, 根据题意列方程, 求解即可.

本题考查了一次函数的应用, 涉及待定系数法求解析式, 理解题意并根据题意建立方程是解题的关键.

23. 【答案】 证明: (1) $\because$ 点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore DF \perp AC,$$

$$\because DE \parallel BC, CF \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 $DBCF$ 为平行四边形,

$$\therefore DF = BC,$$

$$\therefore EF = DF - DE = BC - \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CB,$$

$$\therefore DE = EF,$$

$$\because AE = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形,

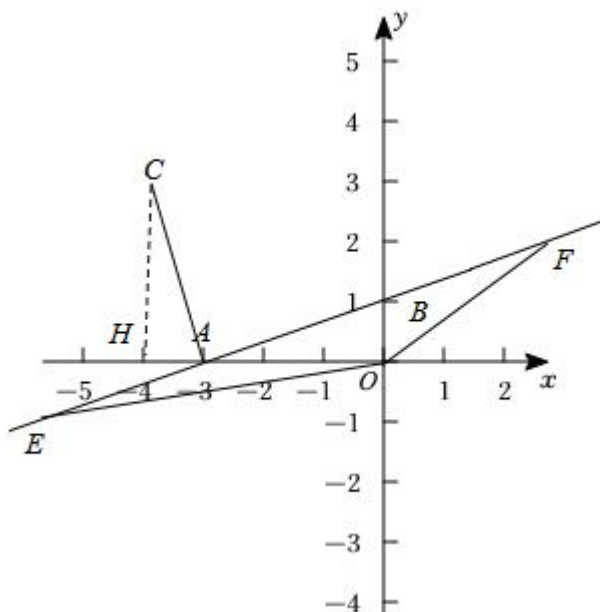
$$\because AC \perp DF,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形;

(2) 如图, 设 $DE = a$, $CE = b$, 则 $BC = 2a$,

$$\because BE \perp CD,$$

24. 【答案】解：(1)过点C作 $CH \perp x$ 轴于点H，如图所示：



则 $\angle CHA = 90^\circ$,

$\therefore \angle C + \angle CAH = 90^\circ$,

$\because CA \perp AB$,

$\therefore \angle CAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAH + \angle OAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle C = \angle OAB$,

$\because AC = AB$,

$\therefore \triangle CHA \cong \triangle AOB (AAS)$,

$\therefore CH = AO, AH = OB$,

当 $y = \frac{1}{3}x + 1 = 0$ 时, $x = -3$,

$\therefore A(-3, 0)$,

$\therefore OA = 3$,

当 $x = 0$ 时, $y = \frac{1}{3}x + 1 = 1$,

$\therefore B(0, 1)$,

$\therefore OB = 1$,

$\therefore CH = 3, AH = 1$,

$\therefore$ 点C坐标为 $(-4, 3)$;

(2)设 $\triangle ABC$ 沿x轴向右平移距离为 m ,

则 $B'(m, 1), C'(-4 + m, 3)$,

$\because$ 点 B', C 都落在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore m = 3(-4 + m),$$

$$\text{解得 } m = 6,$$

$$\therefore \text{点 } B'(6, 1),$$

$$\therefore k = 6 \times 1 = 6;$$

$$(3) \text{ 联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 1 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = -6 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 坐标为 } (-6, -1), \text{ 点 } F \text{ 坐标为 } (3, 2),$$

$$\therefore S_{\triangle OEF} = S_{\triangle OAF} + S_{\triangle OAE}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1$$

$$= \frac{9}{2}.$$

【解析】(1) 过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H , 易证 $\triangle CHA \cong \triangle AOB$ (AAS), 根据全等三角形的性质可得点 C 坐标;

(2) 设 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移距离为 m , 则 $B'(m, 1)$, $C'(-4 + m, 3)$, 根据点 B' 、 C' 都落在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, 列方程求出 m 的值, 进一步可求出 k 的值;

(3) 联立直线解析式与反比例函数解析式可得点 E 和点 F 坐标, 根据 $S_{\triangle OEF} = S_{\triangle OAF} + S_{\triangle OAE}$ 可求出 $\triangle OEF$ 的面积.

本题考查了反比例函数的综合应用, 涉及反比例函数图象上点的坐标特征, 全等三角形的判定和性质, 平移的性质, 三角形的面积等, 本题综合性较强, 构造全等三角形是解题的关键.

25. 【答案】 (1) 证明: 如图 1,

延长 BE , AC 相交于点 P ,

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore \angle BAE = \angle PAE$,

$\therefore AE \perp BE$,

$\therefore \angle AEB = \angle AEP = 90^\circ$,

$\therefore AE = AE$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle APE$ (ASA),

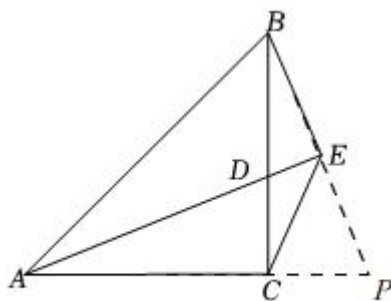


图1

$$\therefore BE = EP,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BP,$$

在 $Rt \triangle BCF$ 中, $CE = \frac{1}{2}BP$,

$$\therefore CE = BE;$$

(2)解: 如图 2,

在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\cot \angle ABC = \frac{BC}{AC} = \frac{24}{7}$,

设 $AC = 7x$, 则 $BC = 24x$,

根据勾股定理得, $AB = 25x$,

过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G ,

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore DG = DC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot CD}{\frac{1}{2}AB \cdot DG} = \frac{\frac{1}{2}CD \cdot AC}{\frac{1}{2}BD \cdot AC},$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{7x}{25x} = \frac{7}{25}$$

$$\therefore \frac{CD}{BD+CD} = \frac{7}{25+7}$$

$$\therefore CD = \frac{7}{32}AC = \frac{7}{32} \times 24x = \frac{21}{4}x,$$

$$\therefore BD = \frac{75}{4}x,$$

在 $Rt \triangle ACD$ 中, 根据勾股定理得, $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \frac{35}{4}x$,

$\because \angle C = \angle E$, $\angle ADC = \angle BDE$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BED$,

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{DE},$$

$$\therefore DE = \frac{BD \cdot CD}{AD} = \frac{\frac{75}{4}x \cdot \frac{21}{4}x}{\frac{35}{4}x} = \frac{45}{4}x,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{\frac{35}{4}x}{\frac{45}{4}x} = \frac{7}{9};$$

(3)解: 如备用图,

设 $\angle CAD = x$, 则 $\angle BAC = 2x$,

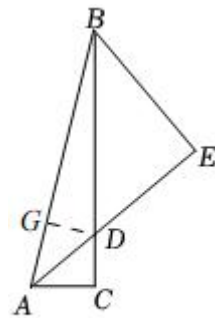
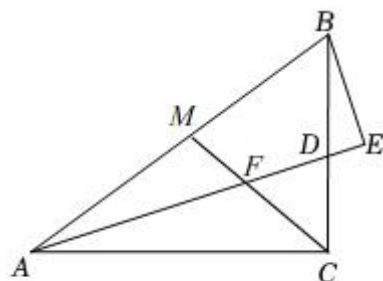


图2



备用图

∵ CM 是 $Rt \triangle ABC$ 的斜边 AB 的中线,

$$\therefore CM = AM,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACM = 2x,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle CAD + \angle ACM = 3x,$$

∵ 以点 D 为圆心, DC 长为半径的圆恰好经过 $Rt \triangle ABC$ 的斜边中线与边 AD 的交点 F ,

$$\therefore DF = DC,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle DCF = 3x,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle DCF = 2x + 3x = 5x = 90^\circ,$$

$$\therefore x = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 36^\circ,$$

$$\text{在 } Rt \triangle ABC \text{ 中, } AB = \frac{AC}{\cos 36^\circ} = \frac{4}{\frac{\sqrt{5}+1}{4}} = 4(\sqrt{5}-1).$$

【注】如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 36^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$,

$$\text{证明: } \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4},$$

证明: 设 $AB = AC = m$, $BC = n$,

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 36^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ,$$

∵ BD 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ = \angle A,$$

$$\therefore BD = AD,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \angle CBD = \angle C = 72^\circ = \angle C,$$

$$\therefore BD = CD = n,$$

$$\therefore AD = n,$$

$$\therefore CD = AC - BD = m - n.$$

$$\therefore \angle A = \angle CBD,$$

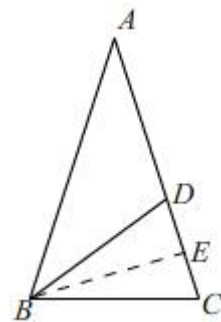
$$\therefore \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{BC}{CD},$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{n}{m-n},$$

$$\therefore m = \frac{\sqrt{5}+1}{2}n \text{ 或 } m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}n (\text{舍去}),$$



过点 B 作 $BE \perp AC$ 于 E , 则 $CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(m - n) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}n$,

$$\therefore AE = AC - CE = m - \frac{\sqrt{5}-1}{4}n = \frac{3+\sqrt{5}}{4}n,$$

$$\therefore \cos A = \cos 36^\circ = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}.$$

【解析】(1)延长 BE , AC 相交于点 P , 判断出 $\triangle ABE \cong \triangle APE$ (ASA), 得出 $BE = EP$, 再判断出 $CE = \frac{1}{2}BP$, 即可得出结论;

(2)设 $AC = 7x$, 则 $BC = 24x$, $AB = 25x$, 过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G , 利用面积法判断出 $\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$, 进而求出 $CD = \frac{21}{4}x$, $BD = \frac{75}{4}x$, 进而求出 $AD = \frac{35}{4}x$, 再判断出

$\triangle ACD \sim \triangle BED$, 得出 $DE = \frac{45}{4}x$, 即可求出答案;

(3)设 $\angle CAD = x$, 则 $\angle BAC = 2x$, 进而求出 $\angle DFC = 3x$, 进而求出 $\angle BAC = 36^\circ$, 即可求出答案.

此题是圆的综合题, 主要考查了角平分线定理, 勾股定理, 面积法, 相似三角形的判定和性质, 作出辅助线是解本题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能