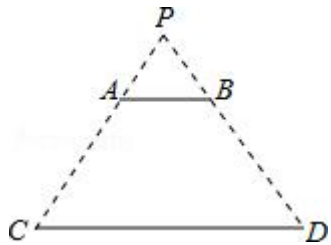


2015 年上海市浦东新区中考数学三模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

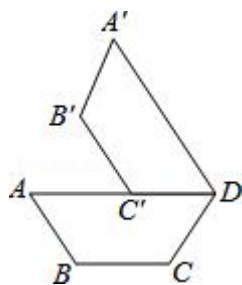
1. (4 分) 2014 年上海的 GDP 总值为 23560.94 亿元. 这个数如果用科学记数法表示为 2.356094×10^n , 那么 n 等于 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. (4 分) 下列各运算中, 结果正确的是 ()
- A. $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=5\sqrt{5}$ B. $a^8 \div a^2 = a^4$
- C. $(-3a^2)^3 = -27a^6$ D. $(a^2+b^2)^2 = a^4+b^4$
3. (4 分) 估算 $\sqrt{19}+2$ 的值是在 ()
- A. 5 和 6 之间 B. 6 和 7 之间 C. 7 和 8 之间 D. 8 和 9 之间
4. (4 分) 为筹备班级的初中毕业联欢会, 班长对全班同学爱吃哪几种水果作民意调查, 从而最终决定买什么水果. 下列调查数据中最值得关注的是 ()
- A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 众数
5. (4 分) 下列结论不正确的是 ()
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$
- B. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$
- C. 如果 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, 那么 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$
- D. 如果非零向量 $\overrightarrow{a} = k\overrightarrow{b}$ ($k \neq 0$), 那么 $\overrightarrow{a} // \overrightarrow{b}$
6. (4 分) 如图, 电灯 P 在横杆 AB 的正上方, AB 在灯光下的影长为 CD , $AB // CD$, $AB = 2m$, $CD = 5m$, 点 P 到 CD 的距离是 $3m$, 则点 P 到 AB 的距离是 ()



- A. $\frac{5}{6}m$ B. $\frac{6}{7}m$ C. $\frac{6}{5}m$ D. $\frac{10}{3}m$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 因式分解: $ab^2 - a =$ _____.
8. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为 _____.
9. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有实数解, 那么 m 的取值范围是 _____.
10. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$, 那么 $f(-2) =$ _____.
11. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 6x$ 的顶点坐标为 _____.
12. (4分) 某一时刻, 身高 $1.6m$ 的小明在阳光下的影长是 $0.4m$, 同一时刻同一地点测得旗杆的影长是 $5m$, 则该旗杆的高度是 _____ m .
13. (4分) 从长度为 2, 3, 5, 7 的四条线段中任意选取三条, 这三条线段能构成三角形的概率等于 _____.
14. (4分) 一件标价为 250 元的商品, 若该商品按八折销售, 则该商品的实际售价是 _____ 元.
15. (4分) 如果等腰三角形底边上的中线长等于腰长的一半, 那么这个等腰三角形顶角的度数是 _____.
16. (4分) 已知小岛 A 位于基地 O 的东南方向, 货船 B 位于基地 O 的北偏东 50° 方向, 那么 $\angle AOB$ 的度数等于 _____.
17. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 将这个梯形绕点 D 按顺时针方向旋转, 使点 C 落在边 AD 上的点 C' 处, 点 B 落在点 B' 处, 如果直线 $B'C'$ 经过点 C , 那么旋转角等于 _____ 度.



18. (4分) 小王利用计算机设计了一个计算程序, 输入和输出的数据如下表:
- 那么, 当输入数据为 8 时, 输出的数据为 _____.

输入	...	1	2	3	4	5	...
输出	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	...

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

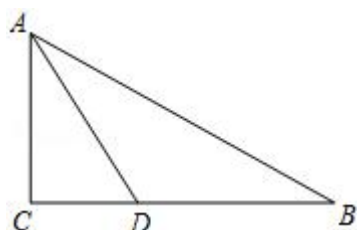
19. (10分) 计算: $2015^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} - |2\sqrt{2}-3|$

20. (10分) 解方程: $\frac{3x}{x-1} + \frac{x-1}{x} = \frac{7}{2}$.

21. (10分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 在边 BC 上, $AD = BD = 5$, $\sin \angle ADC = \frac{4}{5}$.

(1) 求 $\cos \angle ABC$ 的值;

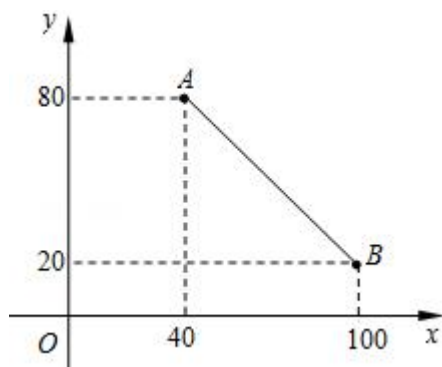
(2) 如果边 AB 的中点为 M , 联结 CM , 交 AD 于点 E , 求线段 AE 的长.



22. (10分) 如图, 线段 AB 表示一种产品的销售量 y (吨) 与销售价格 x (元/吨) 之间的对应关系.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

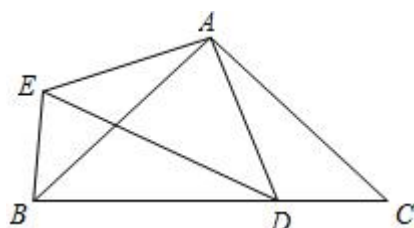
(2) 如果销售额为 3500 元时, 问销售量是多少?



23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AB = AC$, $\angle DAE = \angle BAC$, $AE = AD$, 联结 DE 、 BE .

(1) 求证: $\angle ABE = \angle ABC$;

(2) 当 $BE \parallel AD$ 时, 求证: $DE = AC$.

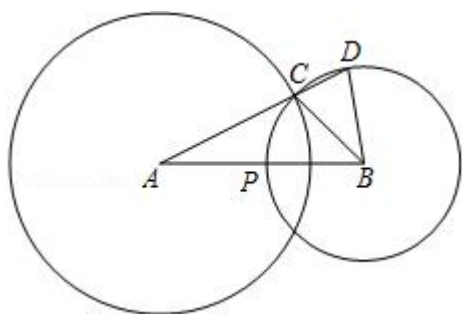


24. (12分) 已知直线 $y = 2x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 M , 点 B 与点 A 关于点 M 成中心对称, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B .

- (1) 求这个反比例函数的解析式;
- (2) 将这条直线平移, 使它与反比例函数的图象交于第一象限内的点 C , 与 y 轴交于点 D , 如果四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 并指出这条直线平移的方向和距离;
- (3) 在第(2)小题的条件下, 如果点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle APC$ 是直角三角形, 求点 P 的坐标.

25. (14分) 已知: 如图, C 是 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的一个交点, 联结 AC , 并延长交 $\odot B$ 于点 D , $\odot B$ 交 AB 于点 P , 联结 BC 、 BD , $AB = 8$, $AC = 6$, $\odot B$ 的半径为 x , 线段 AD 的长为 y .

- (1) 当 $\angle A = 30^\circ$ 时, 求弦 CD 的长;
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 联结 DP , 当 $\angle CBD = \angle A$, 求 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BDP$ 的面积之比.



2015 年上海市浦东新区中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）2014 年上海的 GDP 总值为 23560.94 亿元．这个数如果用科学记数法表示为 2.356094×10^n ，那么 n 等于（ ）

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：∵ $23560.94 = 2.356094 \times 10^4$ ，

∴ $n = 4$ ．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2.（4 分）下列各运算中，结果正确的是（ ）

- A. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$ B. $a^8 \div a^2 = a^4$
C. $(-3a^2)^3 = -27a^6$ D. $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + b^4$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法；4C：完全平方公式；78：二次根式的加减法．

【分析】根据二次根式的加减，可判断 A；根据同底数幂的除法，可判断 B；根据积的乘方，可判断 C；根据完全平方公式，可判断 D．

【解答】解：A、被开方数不能相加，故 A 错误；

B、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 B 错误；

C、积的乘方等于乘方的积，故 C 正确；

D、和的平方等于平方和加积的二倍，故 D 错误；

故选：C．

【点评】本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键．

3. (4分) 估算 $\sqrt{19}+2$ 的值是在 ()

- A. 5 和 6 之间 B. 6 和 7 之间 C. 7 和 8 之间 D. 8 和 9 之间

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【分析】先估计 $\sqrt{19}$ 的近似值, 然后即可判断 $\sqrt{19}+2$ 的近似值.

【解答】解: 由于 $16 < 19 < 25$,

所以 $4 < \sqrt{19} < 5$,

因此 $6 < \sqrt{19}+2 < 7$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了估算无理数的大小的能力, 现实生活中经常需要估算, 估算应是我们具备的数学能力, “夹逼法”是估算的一般方法, 也是常用方法.

4. (4分) 为筹备班级的初中毕业联欢会, 班长对全班同学爱吃哪几种水果作民意调查, 从而最终决定买什么水果. 下列调查数据中最值得关注的是 ()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 众数

【考点】WA: 统计量的选择.

【分析】根据平均数、中位数、众数、方差的意义进行分析选择.

【解答】解: 平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量; 方差、标准差是描述一组数据离散程度的统计量. 既然是为筹备班级的初中毕业联欢会做准备, 那么买的水果肯定是大多数人爱吃的才行, 故最值得关注的是众数.

故选: D.

【点评】此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义.

反映数据集中程度的平均数、中位数、众数各有局限性, 因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

5. (4分) 下列结论不正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$

B. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

C. 如果 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, 那么 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

D. 如果非零向量 $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \neq 0$), 那么 $\vec{a} // \vec{b}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】利用相反向量的知识, 可判定 A 正确; 根据平面向量的交换律, 可判定 B 正确, 根据模的定义, 可确定 C 正确; 又由如果非零向量 $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \neq 0$), 那么 $\vec{a} // \vec{b}$ 或共线, 可得 D 错误.

【解答】解: A、 $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$, 故选项不正确;

B、 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$, 故 B 选项正确;

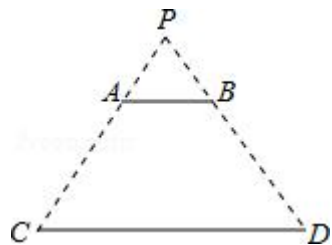
C、如果 $\vec{AB} = \vec{CD}$, 那么 $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$; 故本选项正确;

D、如果非零向量 $\vec{a} = k\vec{b}$ ($k \neq 0$), 那么 $\vec{a} // \vec{b}$ 或共线; 故本选项正确.

故选: A.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意理解平面向量有关的定义是关键.

6. (4 分) 如图, 电灯 P 在横杆 AB 的正上方, AB 在灯光下的影长为 CD, $AB // CD$, $AB = 2m$, $CD = 5m$, 点 P 到 CD 的距离是 $3m$, 则点 P 到 AB 的距离是()



A. $\frac{5}{6}m$

B. $\frac{6}{7}m$

C. $\frac{6}{5}m$

D. $\frac{10}{3}m$

【考点】S4: 平行线分线段成比例; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】由平行得到两三角形相似, 根据相似三角形的对应高的比等于相似比求解.

【解答】解: 设点 P 到 AB 的距离是 xm

$$\because AB // CD$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle CDP$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore x = \frac{6}{5}$$

故选：C.

【点评】此题主要考查相似三角形的对应高的比等于相似比.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）因式分解： $ab^2 - a = \underline{a(b+1)(b-1)}$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 a ，再运用平方差公式继续分解因式.

【解答】解： $ab^2 - a$,

$$= a(b^2 - 1),$$

$$= a(b+1)(b-1).$$

【点评】本题考查了提公因式法与公式法分解因式，关键在于提取公因式后要进
行二次因式分解，因式分解一定要彻底，直到不能再分解为止.

8.（4 分）方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为 3.

【考点】AG：无理方程.

【分析】首先把方程两边分别平方，然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】解：两边平方得： $2x+3 = x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得： $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

检验：当 $x_1 = 3$ 时，方程的左边 = 右边，所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解，

当 $x_2 = -1$ 时，原方程的左边 $\neq$ 右边，所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】本题主要考查解无理方程，关键在于首先把方程的两边平方，注意最后
要把 x 的值代入原方程进行检验.

9.（4 分）已知关于 x 的方程 $x^2+2x - m = 0$ 有实数解，那么 m 的取值范围是 m
 ≥ -1 .

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】有解的意思就是指 $\Delta \geq 0$ ，把 a 、 b 、 c 的值代入计算即可.

【解答】解：根据题意得

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4m \geq 0,$$

解得 $m \geq -1$,

故答案是 $m \geq -1$.

【点评】 本题考查了根的判别式，解题的关键是注意：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

10. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$, 那么 $f(-2) = -\frac{3}{4}$.

【考点】 E5: 函数值.

【分析】 将 -2 代入已知的函数解析式即可求得函数值.

【解答】 解: $f(-2) = \frac{-2-1}{2-(-2)} = -\frac{3}{4}$,

故答案为 $-\frac{3}{4}$.

【点评】 本题主要考查求函数值，此题比较简单，注意(1)当已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值；(2)函数值是唯一的，而对应的自变量可以是多个.

11. (4分) 抛物线 $y = x^2 - 6x$ 的顶点坐标为 $(3, -9)$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 已知抛物线解析式为一般式，可以利用顶点坐标公式求顶点坐标，也可以用配方法求解.

【解答】 解: 解法 1: 利用公式法

$y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标公式为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 代入数值求得顶点坐标为 $(3, -9)$.

解法 2: 利用配方法

$$y = x^2 - 6x = (x^2 - 6x + 9) - 9 = (x - 3)^2 - 9,$$

故顶点的坐标是 $(3, -9)$.

故答案为 $(3, -9)$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，求抛物线的顶点坐标、对称轴的方法要熟练掌握，是解题的关键.

12. (4分) 某一时刻, 身高 $1.6m$ 的小明在阳光下的影长是 $0.4m$, 同一时刻同一地点测得旗杆的影长是 $5m$, 则该旗杆的高度是 20 m .

【考点】SA: 相似三角形的应用.

【分析】设该旗杆的高度为 xm , 根据三角形相似的性质得到同一时刻同一地点物体的高度与其影长的比相等, 即有 $1.6: 0.4 = x: 5$, 然后解方程即可.

【解答】解: 设该旗杆的高度为 xm , 根据题意得, $1.6: 0.4 = x: 5$,
解得 $x = 20 (m)$.

即该旗杆的高度是 $20m$.

故答案为: 20.

【点评】本题考查了三角形相似的性质: 相似三角形对应边的比相等.

13. (4分) 从长度为 2, 3, 5, 7 的四条线段中任意选取三条, 这三条线段能构成三角形的概率等于 $\frac{1}{4}$.

【考点】K6: 三角形三边关系; X4: 概率公式.

【专题】16: 压轴题.

【分析】三角形的任意两边的和大于第三边, 任意两边之差小于第三边, 本题只要把三边代入, 看是否满足即可. 把满足的个数除以 4 即可得出概率.

【解答】解: 长度为 2, 3, 5, 7 的四条线段中任意选取三条共有:
2, 3, 5; 2, 3, 7; 2, 5, 7; 3, 5, 7,
能构成三角形的为: 3、5、7, 只有 1 组, 因此概率为 $\frac{1}{4}$.

【点评】考查三角形的边时, 要注意三角形形成的条件: 任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4分) 一件标价为 250 元的商品, 若该商品按八折销售, 则该商品的实际售价是 200 元.

【考点】1C: 有理数的乘法.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据题意列出算式, 计算即可得到结果.

【解答】解: 根据题意列得: $250 \times 80\% = 200$ (元),
则该商品的实际售价为 200 元.

故答案为：200.

【点评】此题考查了有理数的乘法，弄清题意是解本题的关键.

15. (4分) 如果等腰三角形底边上的中线长等于腰长的一半，那么这个等腰三角形顶角的度数是 120° .

【考点】KH：等腰三角形的性质；KO：含 30° 度角的直角三角形.

【分析】先根据等腰三角形三线合一的性质得出 $AD \perp BC$ ，在直角 $\triangle ABD$ 中由 $\sin \angle B = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ ，求出 $\angle B = 30^\circ$ ，再根据等腰三角形两底角相等及三角形内角和定理即可求得其顶角的度数.

【解答】解：如图， AD 是等腰 $\triangle ABC$ 底边上的中线， $AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC$.

$$\because AB = AC, BD = DC,$$

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\because \text{在直角 } \triangle ABD \text{ 中}, AD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \sin \angle B = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2},$$

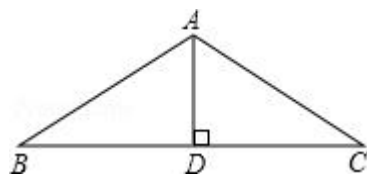
$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 120^\circ.$$

故答案为 120° .



【点评】本题主要考查对等腰三角形的性质，锐角三角函数，三角形内角和定理等知识点的理解和掌握，能求出 $\angle B$ 的度数是解此题的关键.

16. (4分) 已知小岛 A 位于基地 O 的东南方向，货船 B 位于基地 O 的北偏东 50° 方向，那么 $\angle AOB$ 的度数等于 85° .

【考点】IH：方向角.

【分析】根据方位角的概念，画图正确表示出 A ， B 的方位，易得结果.

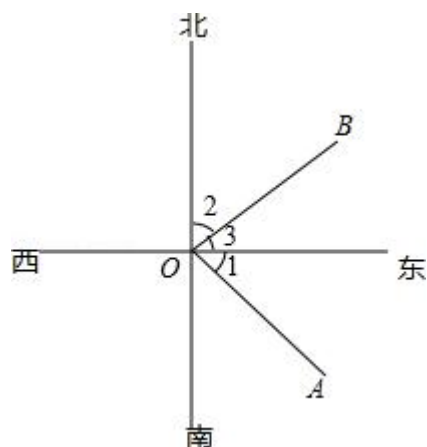
【解答】解：如图： $\because \angle 2 = 50^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 40^\circ ,$$

$$\because \angle 1 = 45^\circ ,$$

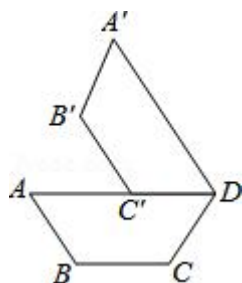
$$\therefore \angle AOB = \angle 1 + \angle 3 = 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ ,$$

故答案为： 85° .



【点评】 本题主要考查了方位角的概念，根据方位角的概念，画图正确表示出 A ， B 的方位，注意东南方向是 45 度是解答此题的关键．

17. (4 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，将这个梯形绕点 D 按顺时针方向旋转，使点 C 落在边 AD 上的点 C' 处，点 B 落在点 B' 处，如果直线 $B'C'$ 经过点 C ，那么旋转角等于 60 度．



【考点】 R2：旋转的性质．

【分析】 连接 CC' ，则 B' 、 C' 、 C 在一条直线上，由旋转的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$ ， $DC' = DC$ ，得出 $\angle 3 = \angle 4$ ，再由平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle 3$ ，证出 $\triangle CDC'$ 是等边三角形，得出 $\angle CDC' = 60^\circ$ 即可．

【解答】 解：连接 CC' ，如图所示：

则 B' 、 C' 、 C 在一条直线上，

由旋转的性质得： $\angle 1 = \angle 2$ ， $DC' = DC$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because A'D' \parallel B'C',$$

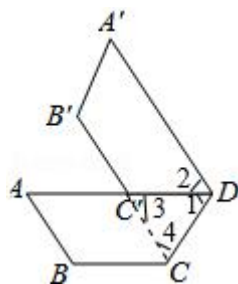
$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = \angle 4,$$

$\therefore \triangle CDC'$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle CDC' = 60^\circ;$$

故答案为: 60.



【点评】 本题考查了旋转的性质、梯形的性质、等边三角形的判定与性质; 熟练掌握旋转的性质, 证明三角形是等边三角形是解决问题的根据.

18. (4 分) 小王利用计算机设计了一个计算程序, 输入和输出的数据如下表:

那么, 当输入数据为 8 时, 输出的数据为 $\frac{8}{65}$.

输入	...	1	2	3	4	5	...
输出	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	...

【考点】 33: 代数式求值.

【专题】 16: 压轴题; 27: 图表型.

【分析】 根据图表找出输出数字的规律, 直接将输入数据代入即可求解.

【解答】 解: 输出数据的规律为 $\frac{n}{n^2+1}$,

当输入数据为 8 时, 输出的数据为 $\frac{n}{n^2+1} = \frac{8}{65}$.

【点评】 此题主要考查根据已有输入输出数据找出它们的规律, 进而求解.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $2015^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} - |2\sqrt{2}-3|$

【考点】 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算.

【分析】 分别进行零指数幂、二次根式的化简、分数指数幂、绝对值的化简等运

算，然后合并.

【解答】解：原式 $= 1 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2 - (3 - 2\sqrt{2})$
 $= 3\sqrt{2}.$

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，涉及了零指数幂、二次根式的化简、分数指数幂、绝对值的化简等等知识 掌握运算法则是解答本题关键.

20. (10 分) 解方程: $\frac{3x}{x-1} + \frac{x-1}{x} = \frac{7}{2}.$

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】观察可得最简公分母是 $2x(x-1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解，注意分式方程需检验.

【解答】解：方程两边同乘以 $2x(x-1)$ ，

得: $6x^2 + 2(x-1)^2 = 7x(x-1)$,

即 $x^2 + 3x + 2 = 0$,

解得: $x_1 = -1$, $x_2 = -2$.

检验：当 $x = -1$ 时， $2x(x-1) = 4 \neq 0$ ，即 $x = -1$ 是原方程的解；当 $x = -2$ 时， $2x(x-1) = 24 \neq 0$ ，即 $x = -2$ 也是原方程的解，

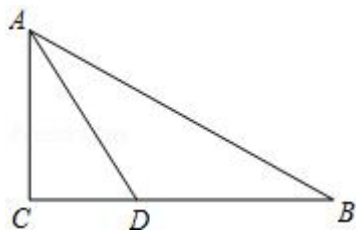
故原分式方程的解为: $x_1 = -1$, $x_2 = -2$.

【点评】此题考查了分式方程的解法. 此题比较简单，注意掌握转化思想的应用，注意解分式方程一定要验根.

21. (10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在边 BC 上， $AD = BD = 5$ ，
 $\sin \angle ADC = \frac{4}{5}.$

(1) 求 $\cos \angle ABC$ 的值；

(2) 如果边 AB 的中点为 M ，联结 CM ，交 AD 于点 E ，求线段 AE 的长.



【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 根据正弦的概念和 AD 的值，求出 AC 和 BC ，得到 AB 的长，根据余弦概念求出答案；

(2) 作 $MF \parallel AD$ 交 BC 于 F , 根据平行线分线段成比例定理 MF 和 DE , 计算得到答案.

【解答】 解: (1) $\because \sin \angle ADC = \frac{AC}{AD} = \frac{4}{5}$, $AD = 5$,

$$\therefore AC = 4,$$

由勾股定理得 $CD = 3$,

$$\text{则 } BC = 3 + 5 = 8,$$

由勾股定理得 $AB = 4\sqrt{5}$,

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5};$$

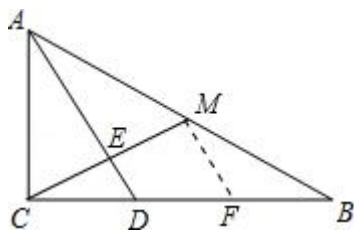
(2) 作 $MF \parallel AD$ 交 BC 于 F ,

$\because$ 边 AB 的中点为 M ,

$$\therefore BF = FD = \frac{5}{2}, \quad MF = \frac{1}{2}AD = \frac{5}{2},$$

$$\frac{DE}{MF} = \frac{CD}{CF} = \frac{6}{11},$$

$$\therefore DE = \frac{15}{11}, \quad AE = 5 - \frac{15}{11} = \frac{40}{11}.$$

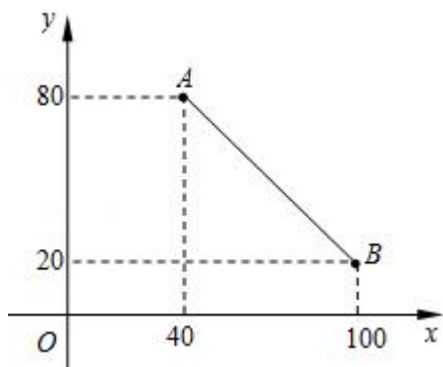


【点评】 本题考查的是解直角三角形的知识, 掌握锐角三角函数的概念和平行线分线段成比例定理是解题的关键, 注意辅助线的作法要准确.

22. (10 分) 如图, 线段 AB 表示一种产品的销售量 y (吨) 与销售价格 x (元/吨) 之间的对应关系.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(2) 如果销售额为 3500 元时, 问销售量是多少?



【考点】AD：一元二次方程的应用；FH：一次函数的应用.

【分析】(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 然后将点 A 、 B 的坐标代入得到关于 k 、 b 的方程组, 从而可解得 k 、 b 的值;

(2) 销售额 = 销售量 $\times$ 销售的价格, 从而得到关于 x 的一元二次方程, 然后解这个关于 x 的方程即可求得问题的答案.

【解答】解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

将 $A(40, 80)$ 、 $B(100, 20)$ 代入得:
$$\begin{cases} 40k + b = 80 \\ 100k + b = 20 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 120 \end{cases}.$$

所以 y 与 x 的函数关系式为 $y = -x + 120$ ($40 \leq x \leq 100$);

(2) 由销售额 = 销售量 $\times$ 销售的价格得: $x(-x + 120) = 3500$,

解得: $x_1 = 50$, $x_2 = 70$,

当 $x = 50$ 时, $y = -50 + 120 = 70$ 吨;

当 $x = 70$ 时, $y = -70 + 120 = 50$ 吨.

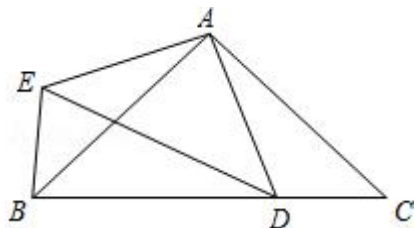
答: 如果销售额为 3500 元时, 问销售量是 70 吨或 50 吨.

【点评】本题主要考查的是利用待定系数法求一次函数的解析式, 以及一元二次方程的应用, 读懂题意根据销售额 = 销售量 $\times$ 销售的价格列出方程是解题的关键.

23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AB = AC$, $\angle DAE = \angle BAC$, $AE = AD$, 联结 DE 、 BE .

(1) 求证: $\angle ABE = \angle ABC$;

(2) 当 $BE \parallel AD$ 时, 求证: $DE = AC$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质．

【专题】14：证明题．

【分析】（1）由 $\angle DAE = \angle BAC$ 可知 $\angle BAE = \angle CAD$ ，运用 SSS 可证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，即可证明结论；

（2）由（1）可知 $BE = CD$ ，由 $BE \parallel AD$ 可知 $\angle EBD = \angle ADC$ ， $\angle ABE = \angle BAD$ ，由（1）知 $\angle ABE = \angle ABC$ ，于是 $\angle ABC = \angle BAD$ ，即可证明 $\triangle ADC \cong \triangle DBE$ ，结论可证．

【解答】证明：（1） $\because \angle DAE = \angle BAC$ ，

$$\therefore \angle BAE + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAD \\ AE=AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ACD,$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ABC.$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore BE = CD,$$

$$\because BE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle ADC, \angle ABE = \angle BAD,$$

$$\text{由 (1) 知 } \angle ABE = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BAD,$$

$$\therefore AD = DB,$$

在 $\triangle DBE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AD=DB \\ \angle EBD=\angle ADC, \\ BE=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle ACD$ (SAS),

$\therefore DE = AC$.

【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质、等腰三角形的性质的综合运用, 根据图形分析出要证的等角和等线段所在的三角形, 探索两三角形全等的条件是解决问题的关键.

24. (12分) 已知直线 $y = 2x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 M , 点 B 与点 A 关于点 M 成中心对称, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B .

(1) 求这个反比例函数的解析式;

(2) 将这条直线平移, 使它与反比例函数的图象交于第一象限内的点 C , 与 y 轴交于点 D , 如果四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 并指出这条直线平移的方向和距离;

(3) 在第(2)小题的条件下, 如果点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle APC$ 是直角三角形, 求点 P 的坐标.

【考点】 GB: 反比例函数综合题.

【分析】 (1) 先求出 A 、 M 、 B 的坐标, 把点 $B(1, 4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得出 k 的值即可;

(2) 分两种情况: ①若直线 $y = 2x + 2$ 向上平移, $CD < AB$, 四边形 $ABCD$ 不是平行四边形;

②若直线 AB 向下平移, 作 $BE \perp x$ 轴于 E , 过 C 、 D 点作 x 轴、 y 轴的垂线, 它们相交于点 F ; 证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 得出 $DF = AE = 2$, $CF = BE = 4$, 求出 OD , 即可得出结果;

(3) 分两种情况: ①当 $\angle APC = 90^\circ$ 时, $OP = 2$, 即可得出点 P 坐标;

②当 $\angle ACP = 90^\circ$ 时, 作 $CF \perp AP$ 于 F , 由勾股定理求出 AC , 由射影定理求出 AP , 得出 OP , 即可得出点 P 坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = 2x + 2$, 当 $y = 0$ 时, $x = -1$;

当 $x = 0$ 时, $y = 2$;

$$\therefore A(-1, 0), M(0, 2),$$

$$\therefore OA = 1,$$

$\therefore$ 点 B 与点 A 关于点 M 成中心对称,

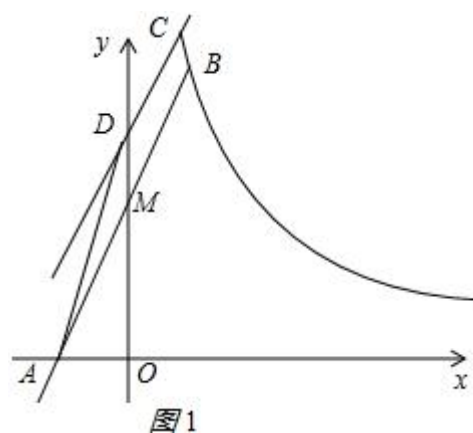
$$\therefore BM = AM,$$

$$\therefore B(1, 4),$$

把 $B(1, 4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得: $k = 4$,

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为: } y = \frac{4}{x};$$

(2) 分两种情况: ①若直线 $y = 2x + 2$ 向上平移, 如图 1 所示:



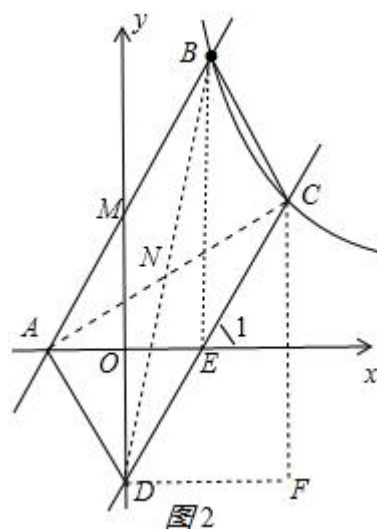
则 $CD < AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 不是平行四边形;

②若直线 AB 向下平移,

作 $BE \perp x$ 轴于 E , 分别过 C 、 D 点作 x 轴、 y 轴的垂线, 它们相交于点 F ;

如图 2 所示:



则 $\angle AEB = \angle F = 90^\circ$, $AE \parallel DF$,

$\therefore \angle 1 = \angle CDF$,

若四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,

$\therefore BC \parallel AD$, $AB \parallel DC$, $AB = DC$,

$\therefore \angle BAE = \angle 1$,

$\therefore \angle BAE = \angle CDF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CDF \\ \angle AEB = \angle F \\ AB = DC \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (AAS) ,

$\therefore DF = AE = 2$, $CF = BE = 4$,

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 2 ,

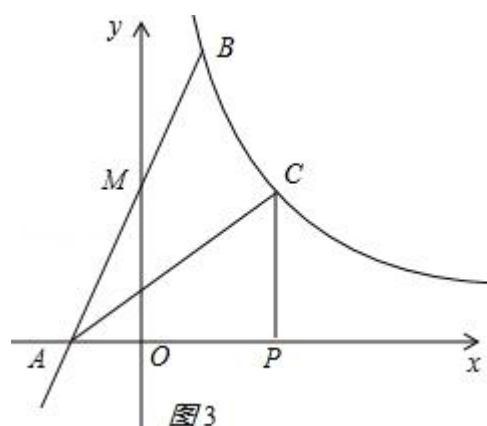
把 $x = 2$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 : $y = 2$,

$\therefore OD = 4 - 2 = 2$,

$\therefore D$ 点坐标为 $(0, -2)$,

$\therefore$ 如果四边形 $ABCD$ 是平行四边形 , 直线 AB 向下平移 4 个单位长度得到 BC ;

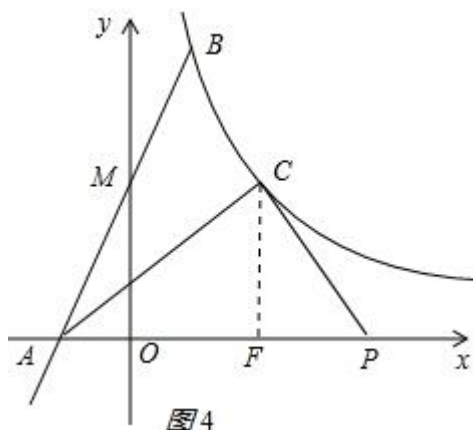
(3) 分两种情况 : ① 当 $\angle APC = 90^\circ$ 时 , 如图 3 所示 :



$OP = 2$, 点 P 坐标为 $(2, 0)$;

② 当 $\angle ACP = 90^\circ$ 时 ,

作 $CF \perp AP$ 于 F , 如图 4 所示 :



则 $AF = 3$,

$$\therefore AC = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

$\therefore$ 由射影定理得: $AC^2 = AF \times AP$,

$$\therefore AP = \frac{13}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{13}{3} - 1 = \frac{10}{3},$$

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(\frac{10}{3}, 0)$.

综上所述: 如果点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle APC$ 是直角三角形, 点 P 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(\frac{10}{3}, 0)$.

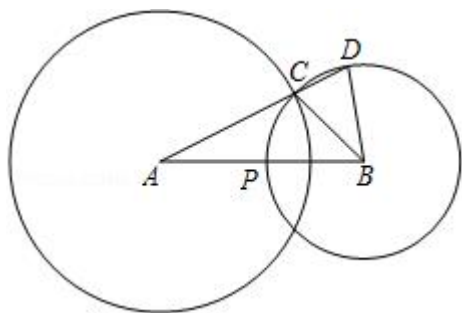
【点评】 本题是反比例函数综合题目, 考查了反比例函数解析式的求法、平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理、平移的性质等知识; 本题难度较大, 综合性强, 特别是 (2)(3) 中, 需要进行分类讨论, 画出图形, 证明三角形全等和运用勾股定理才能得出结果.

25. (14 分) 已知: 如图, C 是 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的一个交点, 联结 AC , 并延长交 $\odot B$ 于点 D , $\odot B$ 交 AB 于点 P , 联结 BC 、 BD , $AB = 8$, $AC = 6$, $\odot B$ 的半径为 x , 线段 AD 的长为 y .

(1) 当 $\angle A = 30^\circ$ 时, 求弦 CD 的长;

(2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 联结 DP , 当 $\angle CBD = \angle A$, 求 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BDP$ 的面积之比.



【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 作 $BE \perp CD$ 于点 E , 利用 30° 的直角 $\triangle AEB$, 可得 AE 的值, 就可求出 CE 的值, 由 $CE = DE$, 可得 $CD = 2CE$ 即可求出 CD 的值.

(2) 同样利用图 1, 作 $BE \perp CD$ 于点 E , 先得出 $CE = DE$, 即可得出 $CE = \frac{1}{2}(AD - AC) = \frac{1}{2}(y - 6)$, 由 $\odot B$ 的半径为 x , 可得 $OC = x$, 由 $BE^2 = OC^2 - CE^2 = AB^2 - AE^2$, 可得出 y 关于 x 的函数解析式, 由 $y > 6$, 写出它的定义域即可;

(3) 连接 DP , 由 $\angle CBD = \angle A$, $\angle BDC = \angle ADB$, 可得 $\triangle BCD \sim \triangle ABD$, 利用相似三角形的面积比等于相似比的平方可得 $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = BD^2 : AD^2$, 由 $\triangle BDP$ 与 $\triangle ABD$ 同底为 BD , 可得 $S_{\triangle BDP} : S_{\triangle ABD} = BP : AB$, 即可求出 $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle BDP}$ 的值.

【解答】解: (1) 如图 1, 作 $BE \perp CD$ 于点 E ,

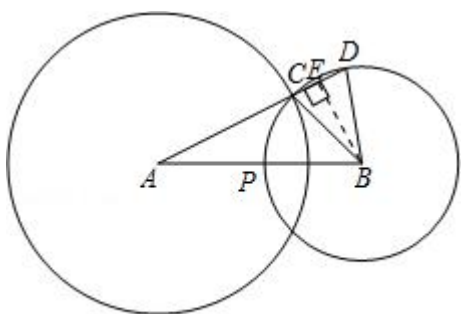


图1

$$\because \angle A = 30^\circ, AB = 8,$$

$$\therefore AE = 4\sqrt{3},$$

$$\because AC = 6,$$

$$\therefore CE = AE - AC = 4\sqrt{3} - 6,$$

$$\text{又} \because BC = BD,$$

$$\therefore CE = DE,$$

$$\therefore CD = 2CE = 2 \times (4\sqrt{3} - 6) = 8\sqrt{3} - 12,$$

(2) 如图 1, 作 $BE \perp CD$ 于点 E ,

$$\because BC = BD,$$

$$\therefore CE = DE,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}(AD - AC) = \frac{1}{2}(y - 6),$$

$\because \odot B$ 的半径为 x ,

$$\therefore OC = x,$$

$$\therefore BE^2 = OC^2 - CE^2 = x^2 - \frac{1}{4}(y - 6)^2,$$

$$\because BE^2 = AB^2 - AE^2 = 64 - \left(\frac{1}{2}y + 3\right)^2,$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{4}(y - 6)^2 = 64 - \left(\frac{1}{2}y + 3\right)^2, \text{ 化简得: } y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{32}{3}.$$

(由 $y > 6$, 得出 $0 < x < 2\sqrt{7}$).

(3) 如图 2, 连接 DP ,

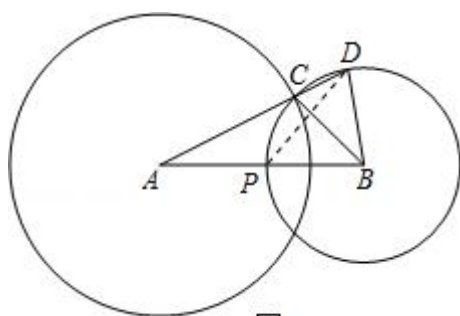


图2

$$\because \angle CBD = \angle A, \angle BDC = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ABD} = BD^2 : AD^2 = \frac{x^2}{y^2},$$

$\because \triangle BDP$ 与 $\triangle ABD$ 同底为 BD ,

$$\therefore S_{\triangle BDP} : S_{\triangle ABD} = BP : AB = \frac{x}{8},$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} : S_{\triangle BDP} = \frac{x^2}{y^2} : \frac{x}{8} = \frac{8x}{y^2}.$$

【点评】 本题主要考查了圆的综合题, 涉及含 30° 角的直角三角形, 勾股定理, 相似比及二次函数知识等. 解题的关键是正确作出辅助线, 根据题意列式.

