

2015 年上海市杨浦区中考数学三模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列实数中，无理数是 ()

A. $\sqrt{9}$

B. $\sqrt[3]{8}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 2.020020002

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\frac{1}{9^3} = 3$

B. $\frac{1}{9^3} = \pm 3$

C. $\frac{1}{9^2} = 3$

D. $\frac{1}{9^2} = \pm 3$

3. (4 分) 关于 x 的方程 $x^2 - mx - 1 = 0$ 根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 不能确定的

4. (4 分) 下列关于向量的等式中，正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

D. $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

5. (4 分) 顺次连结矩形四边中点所得的四边形一定是 ()

A. 菱形

B. 矩形

C. 正方形

D. 等腰梯形

6. (4 分) 已知半径分别是 3 和 5 的两个圆没有公共点，那么这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 ()

A. $d > 8$

B. $d > 2$

C. $0 \leq d < 2$

D. $d > 8$ 或 $d < 2$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $\sqrt{27} - \sqrt{12} =$ _____.

8. (4 分) $a^6 \div a^2 =$ _____.

9. (4 分) 如果关于 x 二次三项式 $x^2 - 6x + m$ 在实数范围内不能分解因式，那么 m 的取值范围是_____.

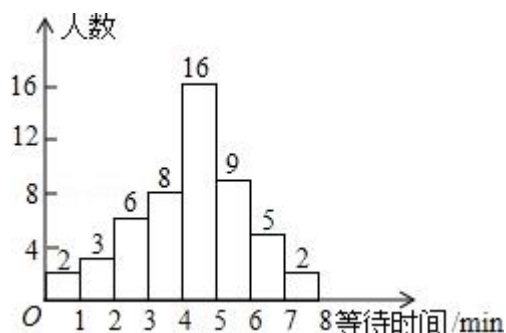
10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ -x+2 < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

11. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 的定义域是_____.

12. (4 分) 当 $k > 2$ 时，一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图象经过_____象限.

13. (4 分) 超市为了制定某个时间段收银台开放方案，统计了这个时间段本超市收银台排队付款的等待时间，并绘制成如图所示的频数分布直方图（图中

等待时间 0 分钟到 1 分钟表示大于或等于 0 分钟而小于 1 分钟,其他类同).这个时间段内顾客等待时间不少于 6 分钟的人数为_____.



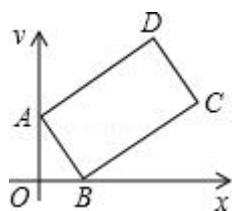
14. (4 分) 下面图形: 四边形, 三角形, 正方形, 梯形, 平行四边形, 圆, 从中任取一个图形既是轴对称图形又是中心对称图形的概率为_____.

15. (4 分) 如果一个正多边形的内角和等于 1440° , 那么这个正多边形的内角是_____度.

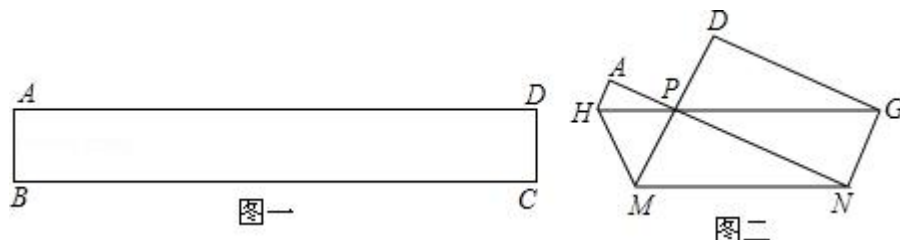
16. (4 分) 如图, 一人乘雪橇沿坡比 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡笔直滑下 72 米, 那么他下降的高度为_____米.



17. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, 点 A 、 B 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上, 点 C 在第一象限, 如果 $\angle OAB=30^\circ$, 那么点 C 的坐标是_____.



18. (4 分) 把图一的矩形纸片 $ABCD$ 折叠, B 、 C 两点恰好重合落在 AD 边上的点 P 处 (如图二). 已知 $\angle MPN=90^\circ$, $PM=3$, $PN=4$, 那么矩形纸片 $ABCD$ 的面积为_____.

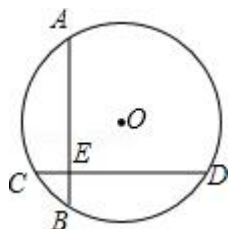


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 化简: $\frac{1}{x^2-3x+2} + (x-1)^{-1} + (x-2)^0$, 并求当 $x=\sqrt{3}+1$ 时的值.

20. (10分) 解方程: $\frac{x}{x+1} - \frac{3x+3}{x} - 2 = 0$

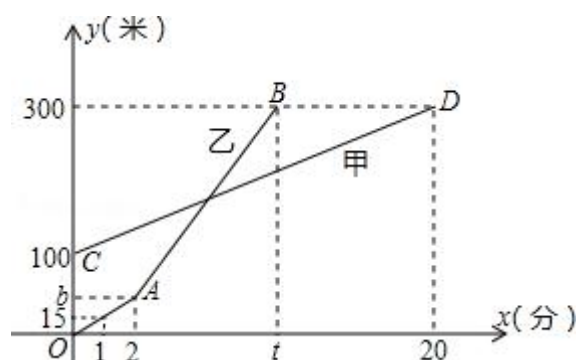
21. (10分) 如图, $\odot O$ 的两条弦 AB 、 CD 互相垂直, 垂足为 E , 且 $AB = CD$, 已知 $CE = 2$, $ED = 6$, 求 $\odot O$ 的半径长.



22. (10分) 甲乙两人同时登山, 甲、乙两人距地面的高度 y (米) 与登山时间 x (分) 之间的函数图象如图所示, 根据图象所提供的信息解答下列问题:

(1) 甲登山的速度是每分钟_____米, 乙提速时距地面的高度 b 为_____米;

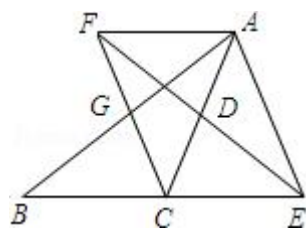
(2) 若乙提速后, 乙的速度是甲登山速度的 3 倍, 请求出乙提速后, 登山时距地面的高度 y (米) 与登山时间 x (分) 之间的函数关系式, 并写出相应的定义域.



23. (12分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 的中点, E 是线段 BC 延长线上一点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 ED 的延长线于点 F , 连接 AE , CF .

求证: (1) 四边形 $AFCE$ 是平行四边形;

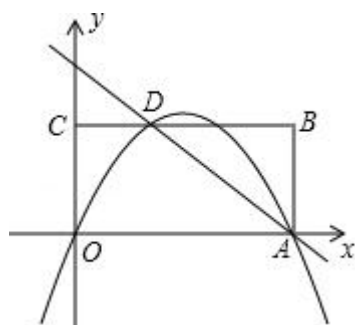
(2) $FG \cdot BE = CE \cdot AE$.



24. (12分) 矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, A 、 C 两点的坐标

分别为 $A(6, 0)$, $C(0, 3)$, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 与 BC 边相交于点 D .

- (1) 求点 D 的坐标;
- (2) 若上抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 经过 A, D 两点, 试确定此抛物线的解析式;
- (3) 设 (2) 中的抛物线的对称轴与直线 AD 交点 M , 点 P 为对称轴上一动点, 以 P, A, M 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似, 求符合条件的所有点 P 的坐标.



25. (14分) 如图1, 已知 $AB \perp BM$, $AB = 2$, 点 P 为射线 BM 上的动点, 联结 AP , 作 $BH \perp AP$, 垂足为 H , $\angle APM$ 的平分线交 BH 的延长线于点 D , 联结 AD .

- (1) 若 $\angle BAP = 30^\circ$, 求 $\angle ADP$ 的度数;
- (2) 若 $S_{\triangle ADP} : S_{\triangle ABP} = 3 : 2$, 求 BP 的长;
- (3) 若 $AD \parallel BM$ (如图2), 求 BP 的长.

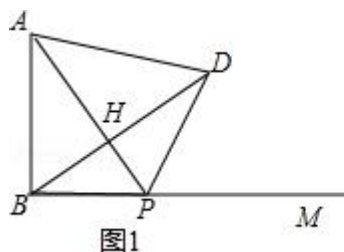


图1

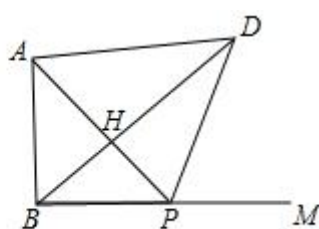


图2

2015 年上海市杨浦区中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列实数中，无理数是（ ）

A. $\sqrt{9}$

B. $\sqrt[3]{8}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 2.020020002

【考点】26：无理数.

【分析】根据无理数是无限不循环小数，可得答案.

【解答】解： A 、 $\sqrt{9}=3$ 是有理数，故 A 错误；

B 、 $\sqrt[3]{8}=2$ 是有理数，故 B 错误；

C 、 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数，故 C 正确；

D 、2.0020002 是有理数，故 D 错误；

故选： C .

【点评】本题考查了无理数，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 0.1010010001…，等有这样规律的数.

2.（4 分）下列运算正确的是（ ）

A. $9^{\frac{1}{3}}=3$

B. $9^{\frac{1}{3}}=\pm 3$

C. $9^{\frac{1}{2}}=3$

D. $9^{\frac{1}{2}}=\pm 3$

【考点】2F：分数指数幂.

【专题】17：推理填空题.

【分析】求出 $9^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{9^2}\neq\sqrt[3]{3^3}$ ，即不等于 3，即可判断 A 、 B ；求出 $9^{\frac{1}{2}}=\sqrt{9}=3$ ，即可判断 C 、 D .

【解答】解： A 、 $9^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{9^2}\neq 3$ ，故本选项错误；

B 、 $9^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{9^2}\neq \pm 3$ ，故本选项错误；

C 、 $9^{\frac{1}{2}}=\sqrt{9}=3$ ，故本选项正确；

D 、 $9^{\frac{1}{2}}=3\neq \pm 3$ ，故本选项错误；

故选： C .

【点评】 本题考查了对分数指数幂的应用，主要考查了学生的辨析能力和计算能力，题目比较好，但是一道比较容易出错的题目.

3. (4分) 关于 x 的方程 $x^2 - mx - 1 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定的

【考点】 AA: 根的判别式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先计算 $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$, 由于 m^2 为非负数, 则 $m^2 + 4 > 0$, 即 $\Delta > 0$, 根据一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的意义即可判断方程根的情况.

【解答】 解: $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$,

$$\because m^2 \geq 0,$$

$$\therefore m^2 + 4 > 0, \text{ 即 } \Delta > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

4. (4分) 下列关于向量的等式中, 正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$ D. $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据相反向量的定义可知 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$; 由三角形法则可得 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$, 根据平面向量的交换律可得 $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$; 又由 $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$, 即可求得答案; 注意掌握排除法在选择题中的应用.

【解答】 解: A、 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$, 故本选项错误;

B、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$, 故本选项错误;

C、 $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$, 故本选项正确;

D 、 $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$ ，故本选项错误.

故选：C.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握相反向量的定义与三角形法则的应用.

5. (4 分) 顺次连结矩形四边中点所得的四边形一定是 ()

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等腰梯形

【考点】LN: 中点四边形.

【分析】因为题中给出的条件是中点, 所以可利用三角形中位线性质, 以及矩形对角线相等去证明四条边都相等, 从而说明是一个菱形.

【解答】解: 连接 AC 、 BD ,

在 $\triangle ABD$ 中,

$$\because AH = HD, AE = EB$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD,$$

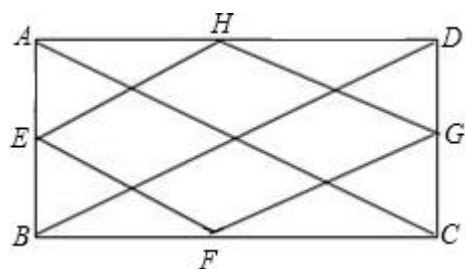
$$\text{同理 } FG = \frac{1}{2}BD, HG = \frac{1}{2}AC, EF = \frac{1}{2}AC,$$

又 $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $AC = BD$,

$$\therefore EH = HG = GF = FE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为菱形.

故选：A.



【点评】本题考查了菱形的判定, 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法: ①定义, ②四边相等, ③对角线互相垂直平分.

6. (4 分) 已知半径分别是 3 和 5 的两个圆没有公共点, 那么这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 ()

- A. $d > 8$ B. $d > 2$ C. $0 \leq d < 2$ D. $d > 8$ 或 $d < 2$

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】没有公共点的两个圆的位置关系，应该是内含和外离，外离，则 $d > R+r$ ；
内含，则 $d < R-r$ 。

【解答】解：没有公共点的两个圆的位置关系，应该是内含和外离，
当内含时，这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 $d < R-r$ ，即 $d < 2$ ；
当外离时，这两个圆的圆心距 d 的取值范围是 $d > R+r$ ，即 $d > 8$ 。
故选：D。

【点评】本题难度中等，主要是考查圆与圆的位置关系与数量关系间的联系。

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $\sqrt{27} - \sqrt{12} = \underline{\sqrt{3}}$ 。

【考点】78：二次根式的加减法。

【分析】先将二次根式化为最简，然后合并同类二次根式即可。

【解答】解：原式 $= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= \sqrt{3}$ 。

故答案为： $\sqrt{3}$ 。

【点评】本题考查了二次根式的加减运算，解答本题得关键是掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并。

8.（4 分） $a^6 \div a^2 = \underline{a^4}$ 。

【考点】48：同底数幂的除法。

【分析】根据同底数幂的除法，可得答案。

【解答】解： $a^6 \div a^2 = a^4$ 。

故答案为： a^4 。

【点评】本题考查了同底数幂的除法，同底数幂的除法底数不变指数相减。

9.（4 分）如果关于 x 二次三项式 $x^2 - 6x + m$ 在实数范围内不能分解因式，那么 m 的取值范围是 $\underline{m > 9}$ 。

【考点】58：实数范围内分解因式。

【专题】11：计算题。

【分析】由题意知，二次三项式在实数范围内不能分解因式，所以方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 无解，即 $\Delta < 0$ ，代入解答出即可。

【解答】解：根据题意得，二次三项式在实数范围内不能分解因式，

$\therefore$ 方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 无解，即 $\Delta < 0$.

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4m = 36 - 4m < 0,$$

解得， $m > 9$.

故答案为 $m > 9$.

【点评】 本题主要考查了实数范围内分解因式，二次三项式在实数范围内不能分解因式，即方程无解，也就是 $\Delta < 0$ ，读懂题意是解答本题的关键.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ -x+2 < 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > 2$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 2x-3 > 0 \textcircled{1} \\ -x+2 < 0 \textcircled{2} \end{cases}$, 由 $\textcircled{1}$ 得, $x > \frac{3}{2}$; 由 $\textcircled{2}$ 得, $x > 2$,

故此不等式组的解集为: $x > 2$.

故答案为: $x > 2$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 的定义域是 $x \geq -3$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】 33: 函数思想.

【分析】 根据二次根式的性质，被开方数大于或等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】 解: 根据题意得: $x+3 \geq 0$,

解得: $x \geq -3$.

故答案为: $x \geq -3$.

【点评】 考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

12. (4 分) 当 $k > 2$ 时，一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图象经过 一、二、三 象限.

【考点】 F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据 $k > 2$, 得出 $k > 0$, $k - 1 > 0$ 进行解答即可.

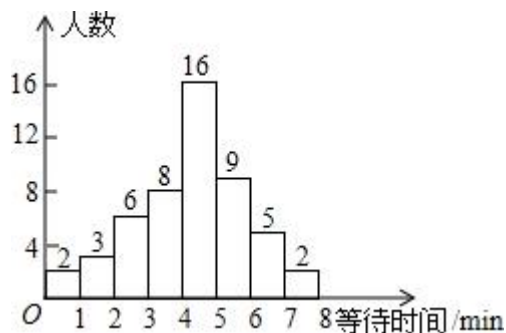
【解答】 解: 因为 $k > 2$, 可得 $k > 0$, $k - 1 > 0$,

所以一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图象经过一、二、三象限,

故答案为: 一、二、三

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与系数的关系, 解答此题时要根据 $k > 2$, 得出 $k > 0$, $k - 1 > 0$ 进行解答.

13. (4 分) 超市为了制定某个时间段收银台开放方案, 统计了这个时间段本超市收银台排队付款的等待时间, 并绘制成如图所示的频数分布直方图 (图中等待时间 0 分钟到 1 分钟表示大于或等于 0 分钟而小于 1 分钟, 其他类同). 这个时间段内顾客等待时间不少于 6 分钟的人数为 7.



【考点】 V8: 频数 (率) 分布直方图.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 利用频数分布直方图, 最后 2 组的等待时间都不少于 6 分钟, 而且可得它们的频数分别为 5, 2, 然后计算这两组的人数之和.

【解答】 解: 根据频数分布直方图得到最后 2 组的等待时间不少于 6 分钟, 而它们的频数分别为 5, 2,

所以这个时间段内顾客等待时间不少于 6 分钟的人数为 $5 + 2 = 7$ (人).

故答案为 7.

【点评】 本题考查了频数 (率) 分布直方图: 频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率. 各组频率的和等于 1, 即所有长方形面积的和等于 1; 频数分布直方图可以清楚地看出落在各组的频数, 各组的频数和等于总数.

14. (4 分) 下面图形: 四边形, 三角形, 正方形, 梯形, 平行四边形, 圆, 从

中任取一个图形既是轴对称图形又是中心对称图形的概率为 $\frac{1}{3}$.

【考点】 P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形; X4: 概率公式.

【分析】 四边形, 三角形, 正方形, 梯形, 平行四边形, 圆中任取一个图形共有 6 个结果, 且每个结果出现的机会相同, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的正方形和圆两个.

【解答】 解: $\because$ 在四边形, 三角形, 正方形, 梯形, 平行四边形, 圆 6 个图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的正方形和圆两个.

$\therefore$ 从中任取一个图形既是轴对称图形又是中心对称图形的概率为 $\frac{1}{3}$.

【点评】 正确认识轴对称图形和中心对称图形以及理解列举法求概率是解题的关键. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 如果一个正多边形的内角和等于 1440° , 那么这个正多边形的内角是 144 度.

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 首先设此多边形为 n 边形, 根据题意得: $180(n - 2) = 1440$, 即可求得 $n = 10$, 再由多边形的内角和除以 10, 即可求得答案.

【解答】 解: 设此多边形为 n 边形,
根据题意得: $180(n - 2) = 1440$,
解得: $n = 10$,

$\therefore$ 这个正多边形的每一个内角等于: $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$.

故答案为: 144.

【点评】 此题考查了多边形的内角和与外角和的知识. 注意掌握多边形内角和定理: $(n - 2) \cdot 180^\circ$, 外角和等于 360° .

16. (4 分) 如图, 一人乘雪橇沿坡比 $1: \sqrt{3}$ 的斜坡笔直滑下 72 米, 那么他下降的高度为 36 米.



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 因为其坡比为 $1:\sqrt{3}$, 则坡角为 30° 度, 然后运用正弦函数解答.

【解答】 解: 因为坡度比为 $1:\sqrt{3}$, 即 $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

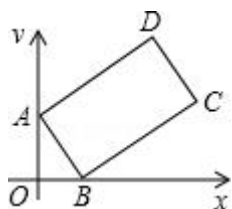
$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

则其下降的高度 $= 72 \times \sin 30^\circ = 36$ (米).



【点评】 此题主要考查学生对坡度坡角的理解及运用.

17. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 4$, 点 A 、 B 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上, 点 C 在第一象限, 如果 $\angle OAB = 30^\circ$, 那么点 C 的坐标是 $(1+2\sqrt{3}, 2)$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; LB: 矩形的性质.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 OB 的长度, 然后过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E , 根据直角三角形的性质求出 $\angle CBE = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中求出 CE 、 BE 的长度, 再求出 OE 的长度, 即可得解.

【解答】 解: $\because AB = 2$, $\angle OAB = 30^\circ$,

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AB = 1,$$

在矩形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ, \quad \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle OAB = 30^\circ,$$

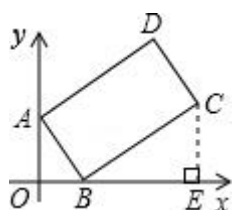
点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCE \text{ 中, } CE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \quad BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OE = OB + BE = 1 + 2\sqrt{3},$$

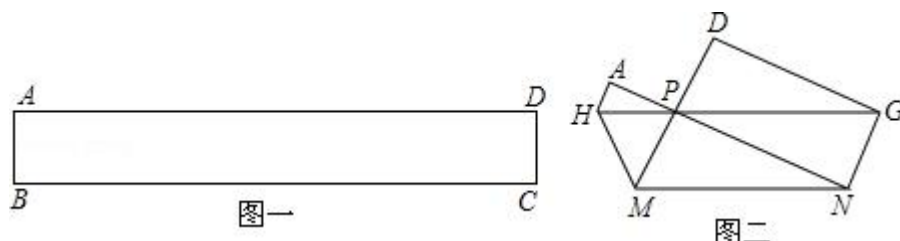
$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (1+2\sqrt{3}, 2).$$

故答案为: $(1+2\sqrt{3}, 2)$.



【点评】 本题考查了矩形的性质, 直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质, 作辅助线构造出直角三角形是解题的关键.

18. (4分) 把图一的矩形纸片 $ABCD$ 折叠, B 、 C 两点恰好重合落在 AD 边上的点 P 处 (如图二). 已知 $\angle MPN = 90^\circ$, $PM = 3$, $PN = 4$, 那么矩形纸片 $ABCD$ 的面积为 $\frac{144}{5}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 利用折叠的性质和勾股定理可知.

【解答】 解: 由勾股定理得, $MN = 5$,

设 $\text{Rt}\triangle PMN$ 的斜边上的高为 h , 由矩形的宽 AB 也为 h ,

根据直角三角形的面积公式得, $h = PM \cdot PN \div MN = \frac{12}{5}$,

由折叠的性质知, $BC = PM + MN + PN = 12$,

$\therefore$ 矩形的面积 $= AB \cdot BC = \frac{144}{5}$.

【点评】 本题利用了: ①折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 根据轴对称的性质, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等; ②勾股定理, 直角三角形和矩形的面积公式求解.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 化简: $\frac{1}{x^2-3x+2} + (x-1)^{-1} + (x-2)^0$, 并求当 $x = \sqrt{3} + 1$ 时的值.

【考点】 6D: 分式的化简求值; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】先根据负整数指数幂及 0 指数幂的计算法则计算出各数，再根据分式混合运算的法则把原式进行化简，把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】解：原式 $= \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x-1} + 1$
 $= \frac{1+x-2+x^2-3x+2}{(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{x^2-2x+1}{(x-1)(x-2)}$
 $= \frac{x-1}{x-2}.$

当 $x = \sqrt{3}+1$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{3}+1-1}{\sqrt{3}+1-2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

【点评】本题考查分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20. (10 分) 解方程： $\frac{x}{x+1} - \frac{3x+3}{x} - 2 = 0$

【考点】A8：解一元二次方程 - 因式分解法；B4：换元法解分式方程.

【专题】11：计算题；43：换元法.

【分析】此题用换元法解答，设 $y = \frac{x}{x+1}$ ，把分式方程化为整式方程求解.

【解答】解：设 $y = \frac{x}{x+1}$ ，则原方程化为 $y - \frac{3}{y} - 2 = 0$ ，

$$\therefore y^2 - 2y - 3 = 0,$$

解得： $y_1 = 3$ ， $y_2 = -1$.

当 $y_1 = 3$ 时， $\frac{x}{x+1} = 3$ ，解得 $x_1 = -\frac{3}{2}$ ；

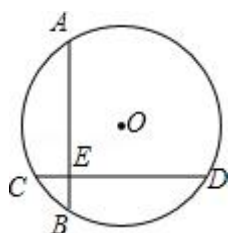
当 $y_2 = -1$ 时， $\frac{x}{x+1} = -1$ ，解得 $x_2 = -\frac{1}{2}$.

经检验，原方程的解是 $x_1 = -\frac{3}{2}$ ， $x_2 = -\frac{1}{2}$.

【点评】(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定注意要验根.

21. (10 分) 如图， $\odot O$ 的两条弦 AB 、 CD 互相垂直，垂足为 E ，且 $AB = CD$ ，已知 $CE = 2$ ， $ED = 6$ ，求 $\odot O$ 的半径长.



【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理．

【分析】过点 O 分别作 AB 、 CD 的垂线 OM 、 ON ，则四边形 $OMEN$ 是正方形，利用垂径定理即可求得 OM ， AM 的长度，然后在直角 $\triangle AOM$ 中利用勾股定理即可求得 OA 的长度．

【解答】解：过点 O 分别作 AB 、 CD 的垂线 OM 、 ON ，则四边形 $OMEN$ 是矩形，连接 OA ．

$$\because AB = CD, AB \perp CD,$$

$$\therefore OM = ON,$$

$\therefore$ 矩形 $OMEN$ 是正方形．

$$\because CE = 2, ED = 6,$$

$$\therefore CD = 2 + 6 = 8,$$

$$\because ON \perp CD$$

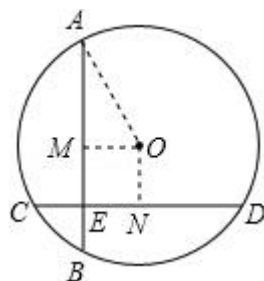
$$\therefore CN = \frac{1}{2}CD = 4,$$

$$\therefore EN = OM = 2,$$

同理： $AM = 4$ ．

$$\text{在直角 } \triangle AMO \text{ 中, } OA = \sqrt{AM^2 + OM^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

$\therefore \odot O$ 的半径长为 $2\sqrt{5}$ ．

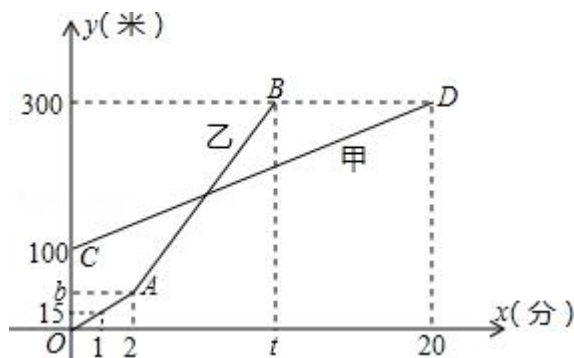


【点评】本题考查了垂径定理，利用垂径定理可以把求弦长以及半径的计算转化成求直角三角形的边长的计算．

22. (10 分) 甲乙两人同时登山，甲、乙两人距地面的高度 y (米) 与登山时间

x (分) 之间的函数图象如图所示, 根据图象所提供的信息解答下列问题:

- (1) 甲登山的速度是每分钟 10 米, 乙提速时距地面的高度 b 为 30 米;
 (2) 若乙提速后, 乙的速度是甲登山速度的 3 倍, 请求出乙提速后, 登山时距地面的高度 y (米) 与登山时间 x (分) 之间的函数关系式, 并写出相应的定义域.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 甲的速度 = $(300 - 100) \div 20 = 10$, 根据图象知道一分的时间, 走了 15 米, 然后即可求出 A 地提速时距地面的高度;

(2) 乙提速后, 乙的速度是甲登山速度的 3 倍, 所以乙的速度是 30 米/分. 那么求出点 B 的坐标, 加上点 A 的坐标代入一次函数解析式即可求出乙的函数解析式, 把 C、D 坐标代入一次函数解析式可求出甲的函数解析式.

【解答】 解: (1) 甲的速度为: $(300 - 100) \div 20 = 10$ 米/分,
 根据图中信息知道乙一分的时间, 走了 15 米,
 那么 2 分时, 将走 30 米;

故答案为: 10; 30

(2) 由图知: $x = \frac{300-30}{30} + 2 = 11$,

$\therefore C(0, 100), D(20, 300)$

$\therefore$ 线段 CD 的解析式: $y_{\text{甲}} = 10x + 100 (0 \leq x \leq 20)$;

$\therefore A(2, 30), B(11, 300)$,

$\therefore$ 折线 OAB 的解析式为: $y_{\text{乙}} = \begin{cases} 15x (0 \leq x \leq 2) \\ 30x - 30 (2 \leq x \leq 11) \end{cases}$

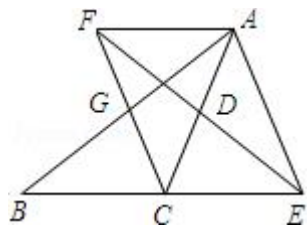
【点评】 本题主要考查用待定系数法求一次函数关系式, 并会用一次函数研究实际问题, 关键是正确理解题意.

23. (12 分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 的中点, E 是线段 BC 延长线上

一点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 ED 的延长线于点 F ，连接 AE ， CF 。

求证：（1）四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

（2） $FG \cdot BE = CE \cdot AE$ 。



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；L7：平行四边形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】（1）根据已知首先证明 $\triangle ADF \cong \triangle EDC$ ，再利用 $AF = CE$ ， $AF \parallel BC$ 得出即可；

（2）利用已知得出 $\triangle AFG \sim \triangle BEA$ ，进而得出比例式，再利用平行四边形的性质求出即可。

【解答】（1）证明： $\because AF \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle AFD = \angle DEC,$$

$$\because \angle FDA = \angle CDE, D \text{ 是 } AC \text{ 的中点},$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle EDC,$$

$$\therefore AF = CE,$$

$$\because AF \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

（2）证明： $\because$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle AFC = \angle AEC, AF = CE,$$

$$\because AF \parallel BC,$$

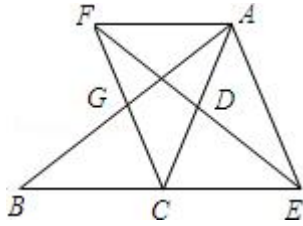
$$\therefore \angle FAB = \angle ABE,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{FG}{AE} = \frac{AF}{BE},$$

$$\therefore FG \cdot BE = AF \cdot AE,$$

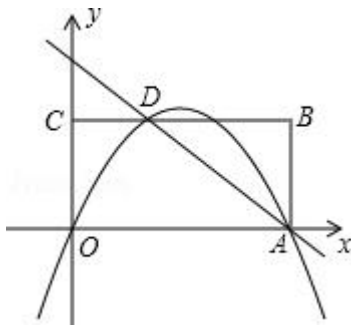
$$\therefore FG \cdot BE = CE \cdot AE.$$



【点评】此题主要考查了平行四边形的判定与性质和相似三角形的判定与性质，根据已知得出证明等积式需证明 $\triangle AFG \sim \triangle BEA$ 是解决问题的关键．

24. (12分) 矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示， A 、 C 两点的坐标分别为 $A(6, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 与 BC 边相交于点 D ．

- (1) 求点 D 的坐标；
- (2) 若上抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 D 两点，试确定此抛物线的解析式；
- (3) 设 (2) 中的抛物线的对称轴与直线 AD 交点 M ，点 P 为对称轴上一动点，以 P 、 A 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似，求符合条件的所有点 P 的坐标．



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】12：应用题；15：综合题．

【分析】(1) 有题目所给信息可以知道， BC 线上所有的点的纵坐标都是 3，又有 D 在直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 上，代入后求解可以得出答案．

(2) A 、 D ，两点坐标已知，把它们代入二次函数解析式中，得出两个二元一次方程，联立求解可以得出答案．

(3) 由题目分析可以知道 $\angle B = 90^\circ$ ，以 P 、 A 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似，所以应有 $\angle APM$ 、 $\angle AMP$ 或者 $\angle MAP$ 等于 90° ，很明显 $\angle AMP$ 不可能等于 90° ，所以有两种情况．

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 $OABC$ 为矩形， $C(0, 3)$

$\therefore BC \parallel OA$ ，点 D 的纵坐标为 3．

$\because$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 与 BC 边相交于点 D , $\therefore -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2} = 3$.

$\therefore x = 2$, 故点 D 的坐标为 $(2, 3)$

(2) $\because$ 若抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过 $A(6, 0)$ 、 $D(2, 3)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 36a + 6b = 0 \\ 4a + 2b = 3. \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}$ $\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x$.

(3) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x$ 的对称轴为 $x = 3$,

设对称轴 $x = 3$ 与 x 轴交于点 P_1 , $\therefore BA \parallel MP_1$, $\therefore \angle BAD = \angle AMP_1$.

① $\because \angle AP_1M = \angle ABD = 90^\circ$, $\therefore \triangle ABD \sim \triangle MP_1A$.

$\therefore P_1(3, 0)$.

② 当 $\angle MAP_2 = \angle ABD = 90^\circ$ 时, $\triangle ABD \sim \triangle MAP_2$.

$\therefore \angle AP_2M = \angle ADB$

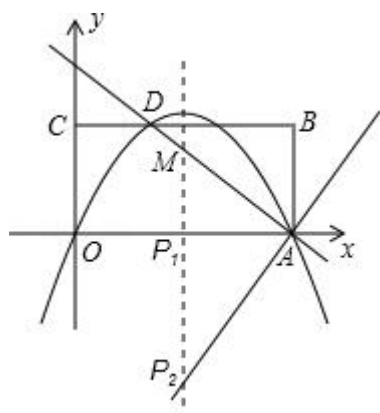
$\because AP_1 = AB$, $\angle AP_1P_2 = \angle ABD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AP_1P_2 \cong \triangle ABD$

$\therefore P_1P_2 = BD = 4$.

$\because$ 点 P_2 在第四象限, $\therefore P_2(3, -4)$.

答: 符合条件的点 P 有两个, $P_1(3, 0)$ 、 $P_2(3, -4)$.



【点评】 本题主要考查了二次函数的实际应用, 以及三角形的性质等相关知识, 属于综合类题目.

25. (14分) 如图1, 已知 $AB \perp BM$, $AB = 2$, 点 P 为射线 BM 上的动点, 联结 AP , 作 $BH \perp AP$, 垂足为 H , $\angle APM$ 的平分线交 BH 的延长线于点 D , 联结 AD .

- (1) 若 $\angle BAP = 30^\circ$, 求 $\angle ADP$ 的度数;
- (2) 若 $S_{\triangle ADP} : S_{\triangle ABP} = 3 : 2$, 求 BP 的长;
- (3) 若 $AD \parallel BM$ (如图2), 求 BP 的长.

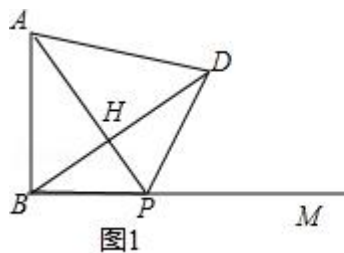


图1

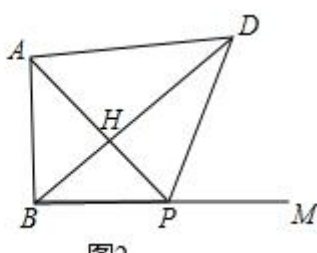


图2

【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 根据 $AB \perp BM$ 、 $\angle BAP = 30^\circ$ 可得 $\angle APB = 60^\circ$ 、 $\angle APM = 120^\circ$, 再由 $BH \perp AP$ 、 BH 平分 $\angle APM$ 得 $\angle BPA = \angle DPA$ 、 $PB = PD$, 证 $\triangle ABP \cong \triangle ADP$ 可得 $\angle ADP = \angle ABP = 90^\circ$;

(2) $S_{\triangle ADP} : S_{\triangle ABP} = 3 : 2$ 可得 $HD : BH = 3 : 2$, 设 $BH = 2x$, $DH = 3x$, 根据角平分线性质得 $DN = DH = 3x$, 在 $RT\triangle BDN$ 中表示出 $\tan \angle DBN$, 由 $\angle BAP = \angle HBP$ 可得 $AB = \frac{BP}{\tan \angle BAP} = \frac{10}{3}x$, 由 $AB = 2$ 可求出 x 的值;

(3) 过点 D 作 $DN \perp BM$ 于 N , 根据已知条件知四边形 $ABND$ 是矩形可得 $DN = AB$, 由角平分线性质得 $DH = DN$, 故可证得 $\triangle ABP \cong \triangle DHA$, 有 $BP = HA$, 设 $BP = x$, 再证 $\triangle ABH \sim \triangle APB$ 得 $AB^2 = AH \cdot AP$, 可列出关于 x 的方程, 解方程即得.

【解答】解: (1) $\because AB \perp BH$,

$$\therefore \angle ABP = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$$\because PD \text{ 平分 } \angle APM,$$

$$\therefore \angle DPM = \frac{1}{2} \angle APM = 60^\circ,$$

$$\begin{aligned}
&\because BH \perp AP, \\
&\therefore \angle BHP = 90^\circ, \\
&\therefore \angle HBP = 30^\circ, \\
&\because \angle PBD + \angle PDB = \angle DPM, \\
&\therefore \angle PDB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ, \\
&\therefore PB = PD,
\end{aligned}$$

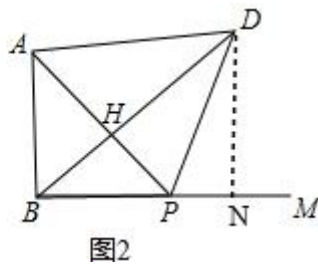
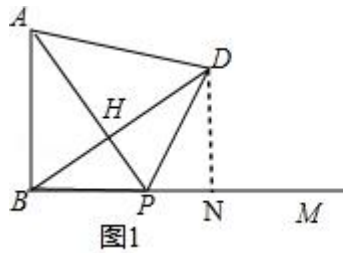
在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle ADP$ 中,

$$\because \begin{cases} BP=DP \\ \angle BPA=\angle DPA, \\ PA=PA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ADP \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ADP = \angle ABP = 90^\circ;$$

(2) 如图1, 过点 D 作 $DN \perp BM$ 于 N ,



$$\begin{aligned}
&\because BH \perp AP, \\
&\therefore S_{\triangle ADP} = \frac{1}{2}AP \cdot HD, \quad S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}AP \cdot BH, \\
&\because S_{\triangle ADP} : S_{\triangle ABP} = 3 : 2, \\
&\therefore HD : BH = 3 : 2,
\end{aligned}$$

设 $BH = 2x$, $DH = 3x$,

$$\because PD \text{ 平分 } \angle APM, \quad BH \perp AP, \quad DN \perp BM,$$

$$\therefore DN = DH = 2x,$$

在 $\triangle BND$ 中, $BD = 5x$, $DN = 3x$, 则 $BN = 4x$,

$$\therefore \tan \angle DBN = \frac{DN}{BN} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore HP = 2x \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore BP = \frac{5}{2}x,$$

$$\because AB \perp BP,$$

$$\therefore \angle BAP + \angle BPH = 90^\circ = \angle HBP + \angle APB,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle HBP,$$

$$\therefore AB = \frac{BP}{\tan \angle BAP} = \frac{\frac{5}{2}x}{\frac{3}{4}} = \frac{10}{3}x,$$

$$\because AB = 2,$$

$$\therefore x = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BP = \frac{5}{2}x = \frac{3}{2};$$

(3) 如图 2, 过点 D 作 $DN \perp BM$ 于 N ,

$$\because AB \perp BN, AD \parallel BM,$$

$$\therefore \angle ABN = \angle DNB = \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABND$ 是矩形,

$$\therefore DN = AB = 2,$$

$$\because PD \text{ 平分 } \angle APM,$$

$$\therefore DH = DN = 2,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle DHA$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAP = \angle HPA \\ AB = DH \\ \angle ABP = \angle DHA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle DHA \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BP = HA,$$

设 $BP = x$,

$$\because \angle BAH = \angle PAB, \angle ABP = \angle AHB,$$

$$\therefore \triangle ABH \sim \triangle APB,$$

$$\therefore AB^2 = AH \cdot AP,$$

$$\therefore 4 = x \cdot \sqrt{4+x^2}, \text{ 解得: } x^2 = 2\sqrt{5} - 2, \text{ (负根已舍)}$$

$$\therefore BP = (2\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{2}}.$$

【点评】 本题主要考查全等三角形判定与性质、相似三角形的判定与性质、角平

分线性质等知识点，将待求角和线段通过全等或相似转化到求另一个相等量
是关键也是难点.