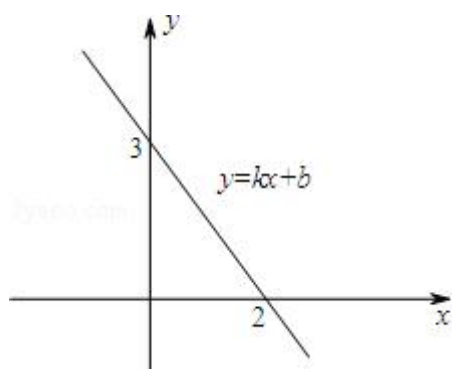


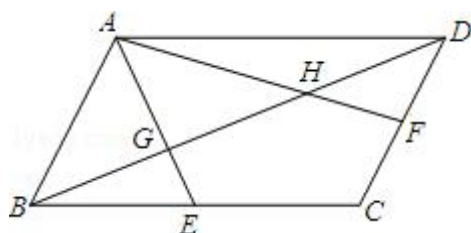
2013 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 一件衬衫原价是 90 元，现在打八折出售，那么这件衬衫现在的售价是 ()
- A. 82 元 B. 80 元 C. 72 元 D. 18 元
2. (4 分) 下列二次根式中， $\sqrt{2}$ 的同类根式是 ()
- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{10}$
3. (4 分) 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的实数根的个数是 ()
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
4. (4 分) 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(2, 0)$ 与 $(0, 3)$ ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 ()



- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x < 3$ D. $x > 3$
5. (4 分) 我们把两个能够完全重合的图形称为全等图形，则下列命题中真命题是 ()
- A. 有一条边长对应相等的两个矩形是全等图形
- B. 有一个内角对应相等的两个菱形是全等图形
- C. 有两条对角线对应相等的两个矩形是全等图形
- D. 有两条对角线对应相等的两个菱形是全等图形
6. (4 分) 如图， E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 、 CD 的中点， AE 、 AF 交 BD 于点 G 、 H ，若 $\triangle AGH$ 的面积为 1，则五边形 $CEGHF$ 的面积是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

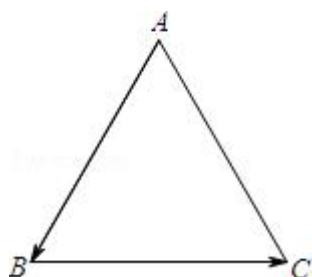
二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

- 7.（4 分）计算： $a^6 \div a^3 =$ _____.
- 8.（4 分）分解因式： $x^3 + x^2 + x + 1 =$ _____.
- 9.（4 分）下列数据是七年级（3）班第 2 小队 10 位同学上学期参加志愿者活动的次数：7, 6, 7, 8, 5, 4, 10, 7, 8, 6, 那么这组数据的众数是_____.
- 10.（4 分）方程 $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1}$ 的解是_____.
- 11.（4 分）已知反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象位于第一、第三象限，则 k 的取值范围是_____.
- 12.（4 分）一次函数 $y = 2x - 6$ 的图象与 y 轴的交点坐标是_____.
- 13.（4 分）从 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 这十个数中随机选一个数替代二次根式 $\sqrt{x^2 - 21}$ 中的字母 x 使所得二次根式有意义的概率是_____.
- 14.（4 分）下表是六年级学生小林的学期成绩单，由于不小心蘸上了墨水，他的数学平时成绩看不到，小林去问了数学课代表，课代表说他也不知道小林的平时成绩，但他说：“我知道老师核算学期总成绩的方法，就是期中成绩与平时成绩各占 30%，而期末成绩占 40%”小林核算了语文成绩： $80 \times 30\% + 80 \times 40\% + 70 \times 30\% = 77$ ，完全正确，他再核对了英语成绩，同样如课代表所说，那么按上述方法核算的话，小林数学平时成绩是_____分.

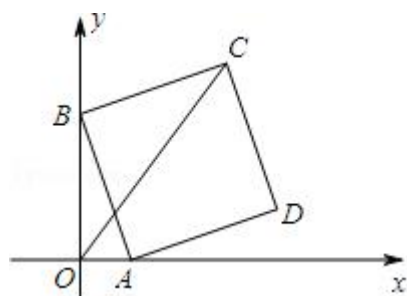
学科	期中成绩	期末成绩	平时成绩	学期总成绩
语文	80	80	70	77
数学	80	75		78
英语	90	85	90	88

- 15.（4 分）八边形的内角和为_____.
- 16.（4 分）如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 1，设 $\vec{n} = \vec{AB} + \vec{BC}$ ，那么向量 $\vec{n}$ 的模 $|\vec{n}|$

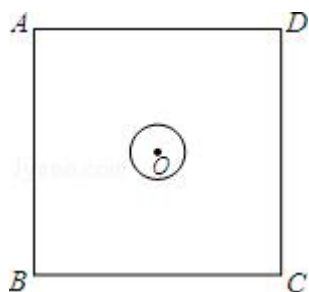
= _____.



17. (4分) 如图, 平面直角坐标系中正方形 $ABCD$, 已知 $A(1, 0)$, $B(0, 3)$, 则 $\sin \angle COA =$ _____.



18. (4分) 如图, 圆心 O 恰好为正方形 $ABCD$ 的中心, 已知 $AB = 4$, $\odot O$ 的直径为 1, 现将 $\odot O$ 沿某一方向平移, 当它与正方形 $ABCD$ 的某条边相切时停止平移, 记平移的距离为 d , 则 d 的取值范围是_____.

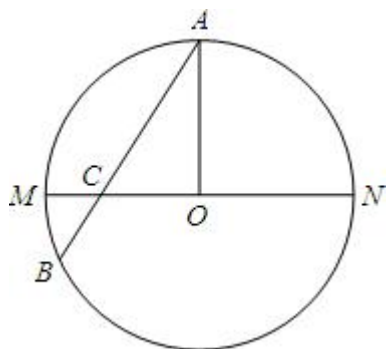


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $(\sqrt{2}+1)^2 + 2013^0 - \tan^2 60^\circ - (\sqrt{2}-1)^{-1}$.

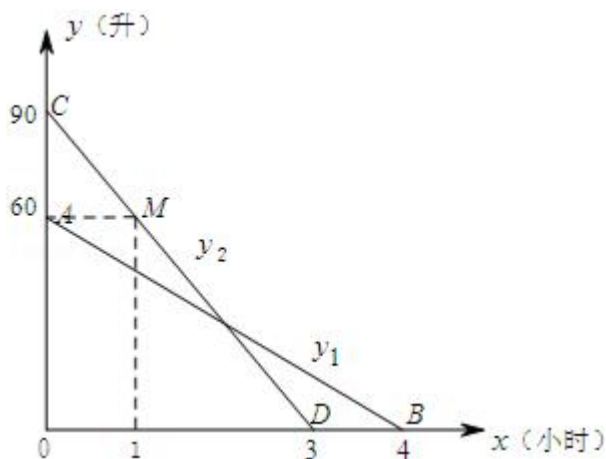
20. (10分) 解方程组
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \end{cases}$$
.

21. (10分) 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, 点 A 是弧 $\widehat{MN}$ 的中点, $\odot O$ 的弦 AB 交直径 MN 于点 C , 且 $\angle ACO = 2\angle CAO$
- (1) 求 $\angle CAO$ 的度数;
 - (2) 若 $\odot O$ 的半径长为 $\sqrt{3}$, 求 AB 的长.



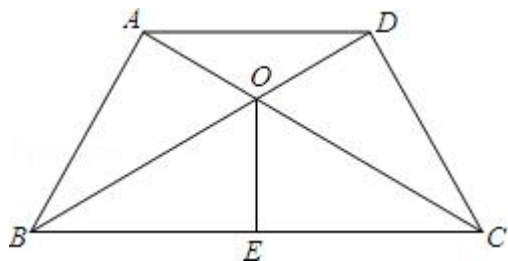
22. (10 分) 如图, 线段 AB , CD 分别是一辆轿车和一辆客车在行驶过程中油箱内的剩余油量 y_1 (升)、 y_2 (升) 关于行驶时间 x (小时) 的函数图象.

- (1) 分别求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (2) 如果两车同时从相距 300 千米的甲、乙两地出发, 相向而行, 匀速行驶, 已知轿车的行驶速度比客车的行驶速度快 30 千米/小时, 且当两车在途中相遇时, 它们油箱中所剩余的油量恰好相等, 求两车的行驶速度.



23. (12 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $OE \perp BC$, 垂足是 E .

- (1) 求证: E 是 BC 的中点;
- (2) 若在线段 BO 上存在点 P , 使得四边形 $AOEP$ 为平行四边形. 求证: 四边形 $ABED$ 是平行四边形.



24. (12分) 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $P(0, 1)$ 与 $Q(2, -3)$.

(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 若点 A 是第一象限内该二次函数图象上一点, 过点 A 作 x 轴的平行线交二次函数图象于点 B , 分别过点 B 、 A 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 C 、 D , 且所得四边形 $ABCD$ 恰为正方形

①求正方形的 $ABCD$ 的面积;

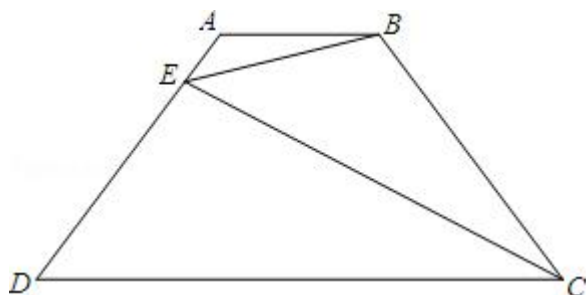
②联结 PA 、 PD , PD 交 AB 于点 E , 求证: $\triangle PAD \sim \triangle PEA$.

25. (14分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD = BC = 10$, $\tan D = \frac{4}{3}$, E 是腰 AD 上一点, 且 $AE:ED = 1:3$.

(1) 当 $AB:CD = 1:3$ 时, 求梯形 $ABCD$ 的面积;

(2) 当 $\angle ABE = \angle BCE$ 时, 求线段 BE 的长;

(3) 当 $\triangle BCE$ 是直角三角形时, 求边 AB 的长.



2013 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）一件衬衫原价是 90 元，现在打八折出售，那么这件衬衫现在的售价是（ ）

- A. 82 元 B. 80 元 C. 72 元 D. 18 元

【考点】1C：有理数的乘法．

【分析】根据八折就是百分之八十列式进行计算即可得解．

【解答】解： $90 \times 80\% = 72$ 元．

故选：C．

【点评】本题考查了有理数的乘法，熟记八折的意义是解题的关键．

2.（4 分）下列二次根式中， $\sqrt{2}$ 的同类根式是（ ）

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{10}$

【考点】77：同类二次根式．

【分析】根据同类二次根式的意义，将选项中的根式化简，找到被开方数为 2 者即可．

【解答】解：A、 $\sqrt{4} = 2$ ，与 $\sqrt{2}$ 的被开方数不同，故本选项错误；

B、 $\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{2}$ 的被开方数不同，故本选项错误；

C、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，与 $\sqrt{2}$ 的被开方数相同，故本选项正确；

D、 $\sqrt{10}$ 与 $\sqrt{2}$ 的被开方数不同，故本选项错误；

故选：C．

【点评】本题考查了同类二次根式的知识，要判断几个根式是不是同类二次根式，须先化简根号里面的数，把非最简二次根式化成最简二次根式，然后判断．

3.（4 分）方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的实数根的个数是（ ）

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【考点】AA：根的判别式．

【专题】11：计算题．

【分析】先计算根的判别式得到 $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$ ，然后根据根的判别式的意义判断根的情况．

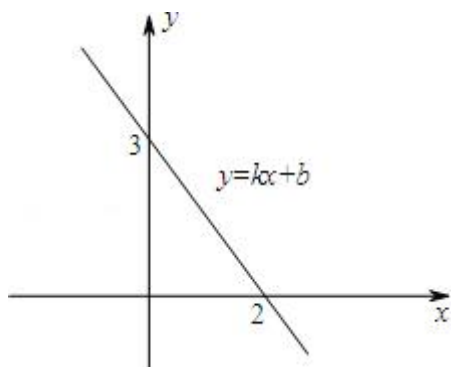
【解答】解： $\because \Delta = 2^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$,

$\therefore$ 方程没有实数根.

故选：D.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

4. (4分) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2, 0)$ 与 $(0, 3)$ ，则关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集是 ()



A. $x < 2$

B. $x > 2$

C. $x < 3$

D. $x > 3$

【考点】FD：一次函数与一元一次不等式.

【分析】首先利用图象可找到图象在 x 轴上方时 $x < 2$ ，进而得到关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集是 $x < 2$.

【解答】解：由题意可得：一次函数 $y=kx+b$ 中， $y > 0$ 时，图象在 x 轴上方， $x < 2$,

则关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集是 $x < 2$,

故选：A.

【点评】此题主要考查了一次函数与一元一次不等式，关键是掌握数形结合思想. 认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系.

5. (4分) 我们把两个能够完全重合的图形称为全等图形，则下列命题中真命题是 ()

A. 有一条边长对应相等的两个矩形是全等图形

B. 有一个内角对应相等的两个菱形是全等图形

C. 有两条对角线对应相等的两个矩形是全等图形

D. 有两条对角线对应相等的两个菱形是全等图形

【考点】K9: 全等图形; O1: 命题与定理.

【分析】根据全等图形的定义及特点, 结合各选项进行判断即可.

【解答】解: A、有一条边长对应相等的两个矩形是全等图形, 命题不正确, 故本选项错误;

B、有一个内角对应相等的两个菱形是全等图形, 命题不正确, 故本选项错误;

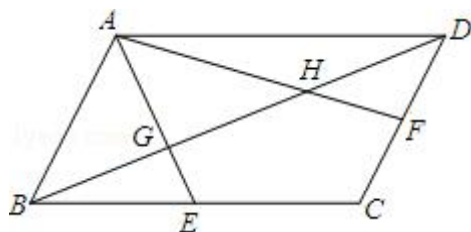
C、有两条对角线对应相等的两个矩形是全等图形, 命题不正确, 故本选项错误;

D、两条对角线对应相等的两个菱形是全等图形, 是真命题, 故本选项正确.

故选: D.

【点评】本题考查了全等图形的知识, 注意掌握全等图形的定义, 属于基础题.

6. (4分) 如图, E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 边 BC 、 CD 的中点, AE 、 AF 交 BD 于点 G 、 H , 若 $\triangle AGH$ 的面积为 1, 则五边形 $CEGHF$ 的面积是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【考点】L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\triangle AGD \sim \triangle EGB$, 由相似三角形的性质和已知条件可得: $BG: GD = BE: AD = 1: 2$, 同理可证明 $\triangle AHB \sim \triangle FHD$, 由相似的性质可得: $DH: HB = DF: AB = 1: 2$, 即 G , H 是 BD 三等分点, 所以 $S_{\triangle ABG} = S_{\triangle AGH} = S_{\triangle AHD} = 1$, 又因为 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形 } ABCD}$, 所以 $S_{\text{平行四边形 } ABCD} = \frac{3}{2} \times 4 = 6$, 进而求出五边形 $CEGHF$ 面积.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AGD \sim \triangle EGB$,

$\because E$, F 分别是平行四边形 $ABCD$ 边 BC , CD 中点,

$\therefore BG: GD = BE: AD = 1: 2$,

同理 $\triangle AHB \sim \triangle FHD$,

$$\therefore DH: HB = DF: AB = 1: 2,$$

$$\therefore BG = \frac{1}{3}BD,$$

$$\text{同理: } DH = \frac{1}{3}BD,$$

$$\therefore BG = DH = GH,$$

即 G, H 是 BD 三等分点,

$$\therefore S_{\triangle ABG} = S_{\triangle AGH} = S_{\triangle AHD} = 1,$$

$$\therefore AH: HF = 2: 1,$$

$$\therefore AG: GE = 2: 1,$$

$$\therefore S_{\triangle DHF} = \frac{1}{2}, S_{\triangle BGE} = \frac{1}{2},$$

$$\text{又} \because S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4}S_{\text{平行四边形} ABCD},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形} ABCD} = \frac{3}{2} \times 4 = 6,$$

$$\therefore \text{五边形 } CEGHF \text{ 面积} = 6 - 3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2.$$

故选: B .

【点评】 本题考查了平行四边形的性质、相似三角形的判定和性质、等底同高的三角形面积性质以及多边形的面积求解, 题目的综合性很强, 难度中等.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $a^6 \div a^3 = \underline{a^3}$.

【考点】 48: 同底数幂的除法.

【分析】 根据同底数幂相除, 底数不变指数相减计算即可.

【解答】 解: $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$.

故应填 a^3 .

【点评】 本题主要考查同底数幂的除法运算性质, 熟练掌握运算性质是解题的关键.

8. (4 分) 分解因式: $x^3 + x^2 + x + 1 = \underline{(x+1)(x^2+1)}$.

【考点】 56: 因式分解 - 分组分解法.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 前两项结合, 后两项结合, 提取公因式即可得到结果.

【解答】解：原式 = $(x^3+x^2) + (x+1) = x^2(x+1) + (x+1) = (x+1)(x^2+1)$.
故答案为： $(x+1)(x^2+1)$

【点评】此题考查了因式分解 - 分组分解法，原式进行适当的分组是分解的关键.

9. (4 分) 下列数据是七年级 (3) 班第 2 小队 10 位同学上学期参加志愿者活动的次数：7, 6, 7, 8, 5, 4, 10, 7, 8, 6, 那么这组数据的众数是 7.

【考点】W5: 众数.

【分析】一组数据中出现次数最多的数据叫做众数，由此可得出答案.

【解答】解：7, 6, 7, 8, 5, 4, 10, 7, 8, 6, 中 7 出现的次数最多，
故众数为：7.

故答案为：7.

【点评】本题考查了众数的定义，属于基础题，注意掌握一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x-1}$ 的解是 $x=1$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】先把方程两边平方，把无理方程转化成有理方程，求出方程的解，再进行检验即可求出答案.

【解答】解： $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x-1}$,

两边平方得： $x^2-1=x-1$,

$x^2-x=0$,

$x(x-1)=0$,

解得： $x_1=0$, $x_2=1$,

检验：当 $x_1=0$ 时，左边 = $\sqrt{-1}$ ，方程无意义，

当 $x_2=1$ 时，左边 = 右边 = 0，

则原方程的解是 $x=1$;

故答案为： $x=1$.

【点评】此题考查了无理方程，关键是通过把方程两边平方，把无理方程转化成有理方程，要注意检验.

11. (4 分) 已知反比例函数 $y=\frac{k-2}{x}$ 的图象位于第一、第三象限，则 k 的取值范

围是 $k > 2$.

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【分析】 由题意得, 反比例函数经过一、三象限, 则 $k - 2 > 0$, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because y = \frac{k-2}{x}$ 的图象位于第一、第三象限,

$\therefore k - 2 > 0, k > 2$.

故答案为 $k > 2$.

【点评】 本题考查了反比例函数的图象和性质: ①、当 $k > 0$ 时, 图象分别位于第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 图象分别位于第二、四象限. ②、当 $k > 0$ 时, 在同一个象限内, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在同一个象限, y 随 x 的增大而增大.

12. (4 分) 一次函数 $y = 2x - 6$ 的图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -6)$.

【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 33: 函数思想.

【分析】 根据坐标轴上点的坐标特点可知, 令 $x = 0$, 求出 y 的值即为直线与 y 轴的交点坐标.

【解答】 解: 令 $x = 0$, 则 $y = -6$,

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点坐标是 $(0, -6)$.

故答案是: $(0, -6)$.

【点评】 此题属简单题目, 主要考查了一次函数图象上点的坐标特征. 解答此题的关键是熟知两坐标轴上点的坐标特点.

13. (4 分) 从 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 这十个数中随机选一个数替代二次根式 $\sqrt{x^2 - 21}$ 中的字母 x 使所得二次根式有意义的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件; X4: 概率公式.

【分析】 根据二次根式中被开方数的取值范围即二次根式中的被开方数是非负数, 进而得出答案.

【解答】 解: $\because$ 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 这十个数中,

只有 $x = 5, 6, 7, 8, 9, 10$ 时, 二次根式 $\sqrt{x^2 - 21}$ 中的字母 x 使所得二次根式有

意义,

$\therefore$ 二次根式 $\sqrt{x^2-21}$ 有意义的概率是: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点评】 此题主要考查了概率公式以及二次根式有意义的条件, 得出具体符合题意的值是解题关键.

14. (4 分) 下表是六年级学生小林的学期成绩单, 由于不小心蘸上了墨水, 他的数学平时成绩看不到, 小林去问了数学课代表, 课代表说他也不知道小林的平时成绩, 但他说: “我知道老师核算学期总成绩的方法, 就是期中成绩与平时成绩各占 30%, 而期末成绩占 40%” 小林核算了语文成绩: $80 \times 30\% + 80 \times 40\% + 70 \times 30\% = 77$, 完全正确, 他再核对了英语成绩, 同样如课代表所说, 那么按上述方法核算的话, 小林数学平时成绩是 80 分.

学科	期中成绩	期末成绩	平时成绩	学期总成绩
语文	80	80	70	77
数学	80	75		78
英语	90	85	90	88

【考点】 W2: 加权平均数.

【分析】 设小林数学平时成绩是 x 分, 根据小林学期总成绩 $78 = \text{期中成绩} \times 30\% + \text{平时成绩} \times 30\% + \text{期末成绩} \times 40\%$, 列出关于 x 的方程, 解方程即可.

【解答】 解: 设小林数学平时成绩是 x 分, 由题意, 得

$$80 \times 30\% + 30\%x + 75 \times 40\% = 78,$$

解得 $x = 80$.

即小林数学平时成绩是 80 分.

故答案为 80.

【点评】 本题考查了加权平均数的计算. 平均数等于所有数据的和除以数据的个数. 权的大小直接影响结果.

15. (4 分) 八边形的内角和为 1080° .

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【专题】 11: 计算题.

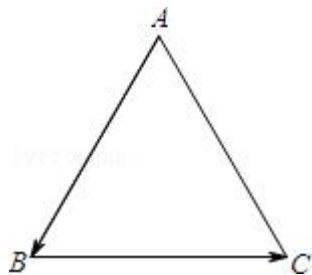
【分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 进行计算即可得解.

【解答】解: $(8-2) \cdot 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$.

故答案为: 1080° .

【点评】本题考查了多边形的内角和, 熟记内角和公式是解题的关键.

16. (4分) 如图, 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 1, 设 $\vec{n} = \vec{AB} + \vec{BC}$, 那么向量 $\vec{n}$ 的模 $|\vec{n}|$ = 1.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】先得出 $\vec{n}$, 然后计算其模即可.

【解答】解: $\vec{n} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$,

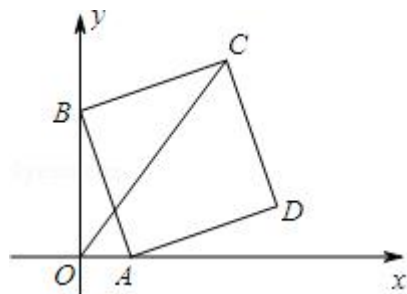
$\because \triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形,

$\therefore |\vec{n}| = 1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查了平面向量的知识, 先计算出 $\vec{n}$ 是解答本题的关键.

17. (4分) 如图, 平面直角坐标系中正方形 $ABCD$, 已知 $A(1, 0)$, $B(0, 3)$, 则 $\sin \angle COA = \frac{4}{5}$.



【考点】D5: 坐标与图形性质; KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】过点 C 作 $CE \perp y$ 轴于 E , 根据点 A 、 B 的坐标求出 OA 、 OB 的长, 再

根据正方形的性质可得 $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 再根据同角的余角相等求出 $\angle ABO = \angle BCE$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle ABO$ 和 $\triangle BCE$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $OA = BE$, $CE = OB$, 然后求出 OE 的长, 再利用勾股定理列式求出 OC , 然后根据两直线平行, 内错角相等求出 $\angle OCE = \angle COA$, 再根据锐角的正切等于对边比斜边解答即可.

【解答】 解: 如图, 过点 C 作 $CE \perp y$ 轴于 E ,

$$\because A(1, 0), B(0, 3),$$

$$\therefore OA = 1, OB = 3,$$

在正方形 $ABCD$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\because \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ, \angle BCE + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BCE,$$

$$\text{在 } \triangle ABO \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle ABO = \angle BCE \\ \angle AOB = \angle BEC = 90^\circ \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCE (AAS),$$

$$\therefore OA = BE = 1, CE = OB = 3,$$

$$\therefore OE = OB + BE = 3 + 1 = 4,$$

$$\text{在 Rt} \triangle OCE \text{ 中, } OC = \sqrt{OE^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

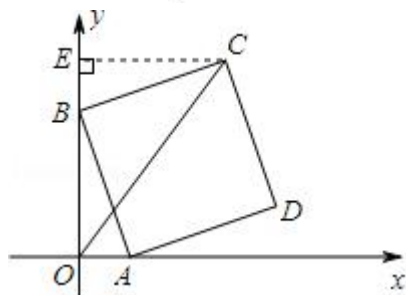
$$\because CE \perp y \text{ 轴, } x \text{ 轴} \perp y \text{ 轴,}$$

$$\therefore CE \parallel x \text{ 轴,}$$

$$\therefore \angle OCE = \angle COA,$$

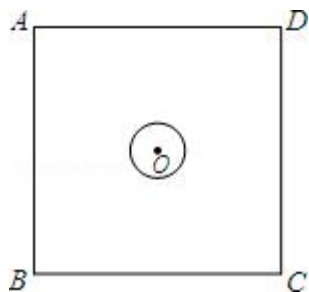
$$\therefore \sin \angle COA = \sin \angle OCE = \frac{OE}{OC} = \frac{4}{5}.$$

故答案为: $\frac{4}{5}$.



【点评】 本题考查了正方形的性质, 坐标与图形性质, 全等三角形的判定与性质, 锐角三角函数, 作辅助线构造出全等三角形是解题的关键.

18. (4分) 如图, 圆心 O 恰好为正方形 $ABCD$ 的中心, 已知 $AB = 4$, $\odot O$ 的直径为 1, 现将 $\odot O$ 沿某一方向平移, 当它与正方形 $ABCD$ 的某条边相切时停止平移, 记平移的距离为 d , 则 d 的取值范围是 $\frac{3}{2} \leq d \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$.



【考点】MC: 切线的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】如图所示, 当圆心运动到与点 A 重合时, d 最大, 运动到与点 B 重合时, d 最小, 求出 OA 与 OB , 即可确定出 d 的范围.

【解答】解: 作出图形, 当圆心 O 运动到 A 点时, d 最大, 当圆心 O 运动到 B 点时, d 最小,

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 4,

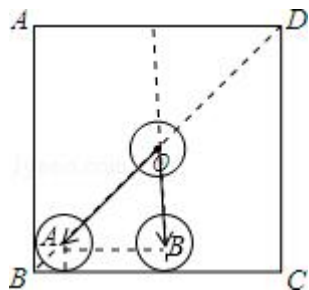
$\therefore$ 对角线为 $4\sqrt{2}$,

$$\text{则 } AO = 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$BO = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\text{则 } d \text{ 的范围为 } \frac{3}{2} \leq d \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{2} \leq d \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



【点评】此题考查了切线的性质, 勾股定理, 以及正方形的性质, 找出 d 的最大值与最小值是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $(\sqrt{2}+1)^2+2013^0-\tan^2 60^\circ -(\sqrt{2}-1)^{-1}$.

【考点】6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】求出 $(\sqrt{2}+1)^2=2+2\sqrt{2}+1$, $2013^0=1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $(\sqrt{2}-1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$
 $= \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$, 再代入求出即可.

【解答】解: 原式 $= 2+2\sqrt{2}+1+1 - (\sqrt{3})^2 - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$
 $= 4+2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} - 1$
 $= \sqrt{2}$.

【点评】本题考查了完全平方公式, 零指数幂, 负整数指数幂, 特殊角的三角函数值等知识点的应用, 关键是求出各个部分的值.

20. (10分) 解方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ x^2-5xy+6y^2=0 \end{cases}$.

【考点】AF: 高次方程.

【分析】首先对原方程组进行化简, 用含 y 的表达式表示出 x , 然后分别重新组合, 成为两个方程组, 最后解这两个方程组即可.

【解答】解: 原方程组可化为如下两个方程组

$$(1) \begin{cases} x^2+y^2=20 \\ x=2y \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x^2+y^2=20 \\ x=3y \end{cases}$$

解方程组 (1) 得 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=2 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-4 \\ y_2=-2 \end{cases}$

解方程组 (2) 得 $\begin{cases} x_1=3\sqrt{2} \\ y_1=\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2=-3\sqrt{2} \\ y_2=-\sqrt{2} \end{cases}$

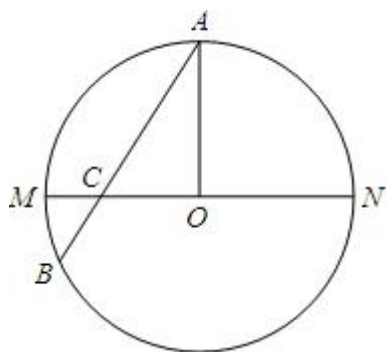
$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=2 \end{cases}, \begin{cases} x_1=-4 \\ y_2=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_3=3\sqrt{2} \\ y_3=\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_4=-3\sqrt{2} \\ y_4=-\sqrt{2} \end{cases}$.

【点评】本题主要考查解高次方程, 关键在于对原方程组的两个方程进行化简, 重新组合.

21. (10分) 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, 点 A 是弧 $\widehat{MN}$ 的中点, $\odot O$ 的弦 AB 交直径 MN 于点 C , 且 $\angle ACO = 2\angle CAO$

(1) 求 $\angle CAO$ 的度数;

(2) 若 $\odot O$ 的半径长为 $\sqrt{3}$, 求 AB 的长.



【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 (1) 先根据圆心角、弧、弦的关系判断出 $\angle AOC$ 的度数, 再根据直角三角形两角互补的性质求出 $\angle CAO$ 的度数即可;

(2) 过点 O 作 $OD \perp AB$, 由垂径定理可知 $AD = \frac{1}{2}AB$, 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中由锐角三角函数的定义可求出 AD 的长, 故可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because MN$ 是 $\odot O$ 的直径, 点 A 是弧 $\widehat{MN}$ 的中点,

$$\therefore \angle AOM = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle CAO = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACO = 2\angle CAO,$$

$$\therefore 3\angle CAO = 90^\circ, \text{ 解得 } \angle CAO = 30^\circ;$$

(2) 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ,

$\because$ 点 O 是圆心,

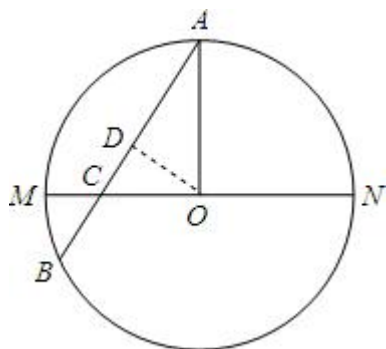
$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中,

$$\because OA = \sqrt{3}, \angle CAO = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = OA \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2},$$

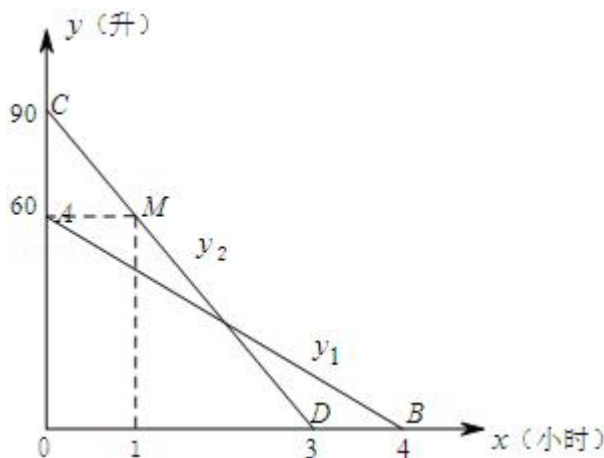
$$\therefore AB = 2AD = 2 \times \frac{3}{2} = 3.$$



【点评】 本题考查的是垂径定理及圆周角定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键．

22. (10 分) 如图，线段 AB ， CD 分别是一辆轿车和一辆客车在行驶过程中油箱内的剩余油量 y_1 (升)、 y_2 (升) 关于行驶时间 x (小时) 的函数图象．

- (1) 分别求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (2) 如果两车同时从相距 300 千米的甲、乙两地出发，相向而行，匀速行驶，已知轿车的行驶速度比客车的行驶速度快 30 千米/小时，且当两车在途中相遇时，它们油箱中所剩余的油量恰好相等，求两车的行驶速度．



【考点】 FH：一次函数的应用．

【分析】 (1) 直接运用待定系数法就可以求出 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式；

- (2) 设客车的速度为 x km/时，则小轿车的速度为 $(x+30)$ km/时，先根据相遇问题表示出相遇时间，再由图象可以求出客车和小轿车每小时的耗油量，再根据剩余的油相等建立方程求出其解就可以了．

【解答】 解：(1) 设线段 AB ， CD 的解析式分别为 $y_1 = k_1x + b_1$ ， $y_2 = k_2x + b_2$ ，由图象得

$$\begin{cases} 60=b_1 \\ 0=4k_1+b_1 \end{cases}, \begin{cases} 90=b_2 \\ 0=3k_2+b_2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1=-15 \\ b_1=60 \end{cases}, \begin{cases} k_2=-30 \\ b_2=90 \end{cases},$$

$$\therefore y_1 = -15x+60 \quad (0 \leq x \leq 4),$$

$$y_2 = -30x+90 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

(2) 设客车的速度为 $x \text{ km/时}$, 则小轿车的速度为 $(x+30) \text{ km/时}$,

所以两车的相遇时间为: $\frac{300}{x+(x+30)}$,

轿车每小时的耗油量为 $60 \div 4 = 15$ 升,

客车每小时耗油量为 $90 \div 3 = 30$ 升.

$\therefore$ 相遇时, 它们油箱中所剩余的油量恰好相等,

$$\therefore 90 - 30 \times \frac{300}{x+(x+30)} = 60 - 15 \times \frac{300}{x+(x+30)},$$

解得: $x = 60$,

经检验, $x = 60$ 是原方程的解,

轿车的速度为: $60+30 = 90$ 千米/时.

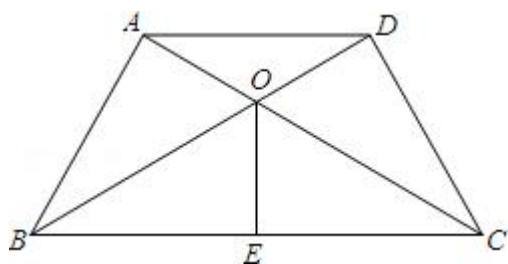
答: 客车 60 千米/小时, 轿车 90 千米/小时.

【点评】 本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用, 相遇问题的解法的运用, 解答本题时先表示出两车相遇的时间利用剩余的油量相等建立分式方程是关键, 分式方程要检验是解答的必要过程, 学生容易忘记.

23. (12 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $OE \perp BC$, 垂足是 E .

(1) 求证: E 是 BC 的中点;

(2) 若在线段 BO 上存在点 P , 使得四边形 $AOEP$ 为平行四边形. 求证: 四边形 $ABED$ 是平行四边形.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L7：平行四边形的判定与性质；LJ：等腰梯形的性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 根据等腰梯形的性质，可进行 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的判定，继而得出 $\angle ACB = \angle DBC$ ，则 $OB = OC$ ，利用等腰三角形三线合一的性质可得出结论；
(2) 证明 $\triangle APD \cong \triangle EOB$ ，从而得出 $AD = EB$ ，这样即可判断出四边形 $ABED$ 是平行四边形

【解答】(1) 证明：在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

$$\begin{cases} AB=DC \\ AC=DB, \\ BC=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS),

$\therefore \angle ACB = \angle DBC$,

$\therefore OB = OC$,

$\therefore OE \perp BC$,

$\therefore$ 点 E 是 BC 中点(三线合一).

(2) $\because$ 四边形 $AOEP$ 是平行四边形，

$\therefore AP = OE$,

$\therefore$ 在 $\triangle APD$ 和 $\triangle EOB$ 中，

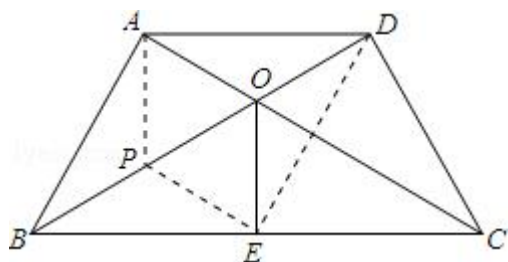
$$\begin{cases} \angle ADP = \angle EBO \\ \angle APD = \angle EOB, \\ AP = EO \end{cases}$$

$\therefore \triangle APD \cong \triangle EOB$ (AAS),

$\therefore AD = BE$,

又 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.



【点评】 本题考查了平行四边形的性质及等腰梯形的性质，解答本题的关键要熟练掌握等腰梯形的对角线相等及平行四边形的性质与判定定理.

24. (12 分) 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $P(0, 1)$ 与 $Q(2, -3)$.

(1) 求此二次函数的解析式;

(2) 若点 A 是第一象限内该二次函数图象上一点，过点 A 作 x 轴的平行线交二次函数图象于点 B ，分别过点 B 、 A 作 x 轴的垂线，垂足分别为 C 、 D ，且所得四边形 $ABCD$ 恰为正方形

①求正方形的 $ABCD$ 的面积;

②联结 PA 、 PD ， PD 交 AB 于点 E ，求证： $\triangle PAD \sim \triangle PEA$.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 (1) 把点 P 、 Q 的坐标代入函数解析式，利用待定系数法求二次函数解析式解答;

(2) ①根据二次函数和正方形的对称性可知正方形 $ABCD$ 关于 y 轴对称，设点 A 的坐标为 $(m, 2m)$ ，代入二次函数解析式求出 m 的值，再求出 $2m$ ，然后根据正方形的面积公式列式计算即可得解;

②设 AB 与 y 轴交于点 F ，根据点 A 的坐标求出 AF 、 PF ，然后利用两边对应成比例，夹角相等两三角形相似求出 $\triangle APF$ 和 $\triangle PDO$ 相似，根据相似三角形对应角相等可得 $\angle PAF = \angle DPO$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle DPO = \angle ADP$ ，从而得到 $\angle PAF = \angle ADP$ ，然后利用两角对应相等，两三角形相似证明即可.

【解答】 (1) 解： $\because$ 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $P(0, 1)$ 与 $Q(2, -3)$,

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ -4+2b+c=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=0, \\ c=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 此二次函数的解析式为 $y = -x^2 + 1$;

(2) ①解: 如图, $\because$ 二次函数图象关于 y 轴对称,

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 关于 y 轴对称,

设点 A 的坐标为 $(m, 2m)$, 则 $-m^2 + 1 = 2m$,

解得 $m_1 = \sqrt{2} - 1$, $m_2 = -\sqrt{2} - 1$ (舍去),

$\therefore$ 正方形的边长 $2m = 2\sqrt{2} - 2$,

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的面积 $= (2\sqrt{2} - 2)^2 = 12 - 8\sqrt{2}$;

②证明: 设 AB 与 y 轴交于点 F ,

$\because A(\sqrt{2} - 1, 2\sqrt{2} - 2)$,

$\therefore AF = \sqrt{2} - 1$, $PF = 1 - (2\sqrt{2} - 2) = 3 - 2\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{PF}{AF} = \frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2} - 1$, $\frac{OD}{OP} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \sqrt{2} - 1$,

$\therefore \frac{PF}{AF} = \frac{OD}{OP}$,

又 $\because \angle AFP = \angle POD$,

$\therefore \triangle APF \sim \triangle PDO$,

$\therefore \angle PAF = \angle DPO$,

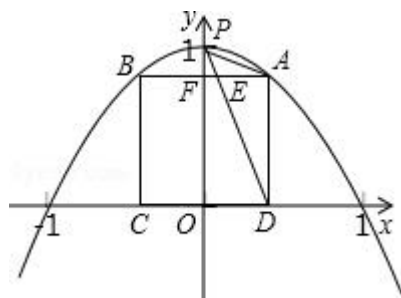
$\because AD \parallel y$ 轴,

$\therefore \angle DPO = \angle ADP$,

$\therefore \angle PAF = \angle ADP$,

又 $\because \angle APE = \angle DPA$,

$\therefore \triangle PAD \sim \triangle PEA$.



【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要利用了待定系数法求二次函数解析式,

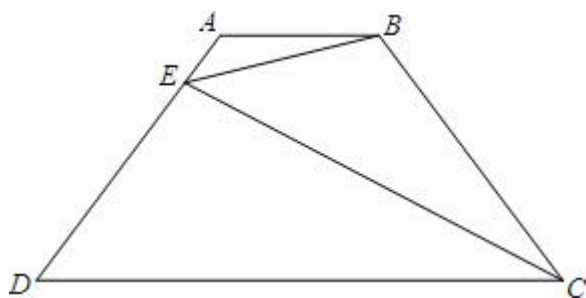
二次函数的对称轴和正方形的性质，二次函数图象上点的坐标特征，相似三角形的判定与性质，(2) ②求出两三角形的对应边成比例是解题的关键.

25. (14 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD = BC = 10$ ， $\tan D = \frac{4}{3}$ ， E 是腰 AD 上一点，且 $AE:ED = 1:3$.

(1) 当 $AB:CD = 1:3$ 时，求梯形 $ABCD$ 的面积；

(2) 当 $\angle ABE = \angle BCE$ 时，求线段 BE 的长；

(3) 当 $\triangle BCE$ 是直角三角形时，求边 AB 的长.



【考点】LO：四边形综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 作梯形的高 AH ， BG ，根据正切的定义得到 $\frac{AH}{DH} = \frac{4}{3}$ ，设 $AH = 4t$ ，

$DH = 3t$ ，根据勾股定理计算出 $AD = 5t$ ， $5t = 10$ ，解得 $t = 2$ ，则 $DH = 6$ ， $AH = 8$ ，设 $AB = x$ ， $CD = 3x$ ，

所以 $6+x+6 = 3x$ ，解得 $x = 6$ ，然后根据梯形的面积公式计算梯形 $ABCD$ 的面积；

(2) 作 $EK \parallel CD$ 交 BC 于 k ，由 $AE:ED = 1:3$ ， $AD = 10$ 得到 $AE = \frac{5}{2}$ ， $ED = \frac{15}{2}$ ，

由 $AB \parallel CD$ 得到 $\angle ABE = \angle BEK$ ，由于 $\angle ABE = \angle BCE$ ，所以 $\angle BEK = \angle BCE$ ，

于是可判断 $\triangle BEK \sim \triangle BCE$ ， $BE^2 = BK:BC$ 根据等腰梯形的性质 $BK = AE = \frac{5}{2}$ ，

则 $BE^2 = BK:BC = \frac{5}{2} \times 10$ ，即可计算出 $BE = 5$ ；

(3) 分类讨论：当 $\angle EBC = 90^\circ$ 时，延长 BE 交 CD 的延长线于 F 点，由 $AB \parallel$

DF 得到 $AB:DF = AE:ED = 1:3$ ，即 $DF = 3AB$ ，设 $AB = x$ ，则 $DF = 3x$ ，

$HG = x$ ，易证得 $\text{Rt}\triangle FBG \sim \text{Rt}\triangle BGC$ ，则 $BG^2 = GF \cdot GC$ ，即 $8^2 = (3x+6+x)$

$\times 6$ ，解得 $x = \frac{7}{6}$ ；当 $\angle CEB = 90^\circ$ 时，延长 BE 交 CD 的延长线于 F 点，作

$EM \perp CD$ 于 M ，设 $AB = x$ ，则 $DF = 3x$ ， $DC = 12+x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle EDN$ 中, $ED = \frac{15}{2}$, $\tan \angle EDN = \frac{4}{3} = \frac{EN}{DN}$, 利用勾股定理可计算出 $EN = 6$,

$DN = \frac{9}{2}$, 则 $NC = 12 + x - \frac{9}{2} = x + \frac{15}{2}$, 易证得 $\text{Rt}\triangle FEN \sim \text{Rt}\triangle ECN$, $EN^2 = NF \cdot$

NC , 即 $6^2 = (3x + \frac{9}{2})(12 + \frac{15}{2})$, 然后解方程可得到 AB 的长.

【解答】 解: (1) 作梯形的高 AH , BG , 如图 1

$$\because AD = 10, \tan D = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{AH}{DH} = \frac{4}{3},$$

$$\text{设 } AH = 4t, DH = 3t, \text{ 则 } AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = 5t,$$

$$\therefore 5t = 10, \text{ 解得 } t = 2,$$

$$\therefore DH = 6, AH = 8,$$

同理得到 $BG = 8$, $CG = 6$,

由 $AB:CD = 1:3$, 设 $AB = x$, $CD = 3x$,

$$\therefore 6 + x + 6 = 3x, \text{ 解得 } x = 6,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot (x + 3x) \times 8 = \frac{1}{2} \times 24 \times 8 = 96;$$

(2) 作 $EK \parallel CD$ 交 BC 于 K , 如图 1,

$$\because AE:ED = 1:3, AD = 10,$$

$$\therefore AE = \frac{5}{2}, ED = \frac{15}{2},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BEK,$$

$$\because \angle ABE = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BEK = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle BEK \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore BE:BC = BK:BE, \text{ 即 } BE^2 = BK:BC,$$

$\because$ 梯形 $ABCD$ 为等腰梯形,

$$\therefore BK = AE = \frac{5}{2},$$

$$\therefore BE^2 = BK:BC = \frac{5}{2} \times 10,$$

$$\therefore BE = 5;$$

(3) $\triangle BCE$ 是直角三角形,

①当 $\angle EBC = 90^\circ$ 时, 延长 BE 交 CD 的延长线于 F 点, 如图 2,

$$\because AB \parallel DF,$$

$$\therefore AB:DF = AE:ED = 1:3,$$

$$\therefore DF = 3AB,$$

设 $AB = x$, 则 $DF = 3x$, $HG = x$,

$$\because \text{Rt}\triangle FBG \sim \text{Rt}\triangle BGC,$$

$$\therefore BG^2 = GF \cdot GC, \text{ 即 } 8^2 = (3x+6+x) \times 6, \text{ 解得 } x = \frac{7}{6},$$

即边 AB 的长为 $\frac{7}{6}$;

②当 $\angle CEB = 90^\circ$ 时, 延长 BE 交 CD 的延长线于 F 点, 作 $EN \perp CD$ 于 N , 如图 3,

设 $AB = x$, 则 $DF = 3x$, $DC = 12+x$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle EDN \text{ 中, } ED = \frac{15}{2}, \tan \angle EDN = \frac{4}{3} = \frac{EN}{DN},$$

设 $EN = 4a$, 则 $DN = 3a$,

$$\therefore ED = \sqrt{EN^2 + DN^2} = 5a,$$

$$\therefore 5a = \frac{15}{2}, \text{ 解得 } a = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EN = 6, DN = \frac{9}{2},$$

$$\therefore NC = 12+x - \frac{9}{2} = x + \frac{15}{2},$$

$$\because \text{Rt}\triangle FEN \sim \text{Rt}\triangle ECN,$$

$$\therefore EN^2 = NF \cdot NC, \text{ 即 } 6^2 = \left(3x + \frac{9}{2}\right) \left(x + \frac{15}{2}\right),$$

整理得 $x^2 + 9x - \frac{3}{4} = 0$, 解得 $x_1 = \sqrt{21} - \frac{9}{2}$, $x_2 = -\sqrt{21} - \frac{9}{2}$ (舍去),

$$\therefore AB = \sqrt{21} - \frac{9}{2},$$

$\therefore$ 边 AB 的长为 $\frac{7}{6}$ 或 $\sqrt{21} - \frac{9}{2}$

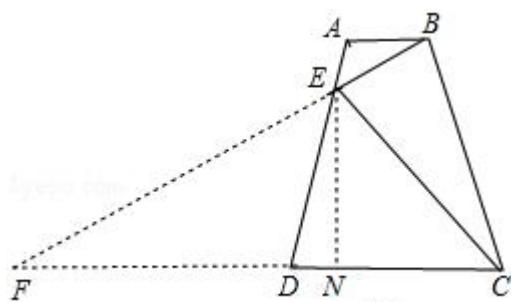


图3

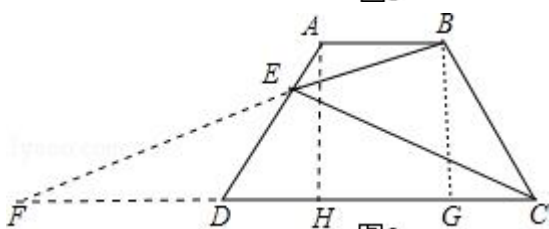


图2

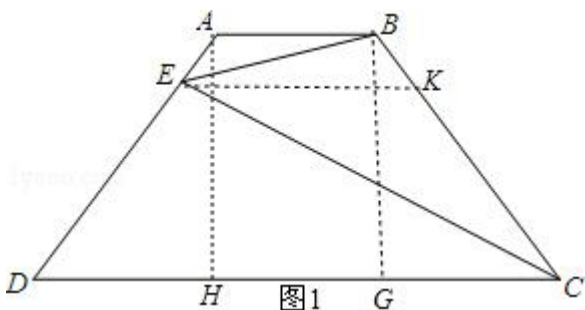


图1

【点评】 本题考查了四边形的综合题：熟练掌握等腰梯形的性质和平行线分线段成比例定理；会运用三角形相似的判定与性质和勾股定理进行几何计算．