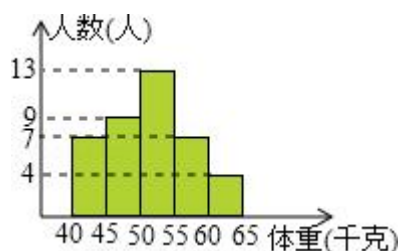


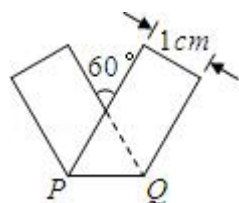
2013 年上海市闸北区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $|-3^2|$ 的值是 ()
 A. -3 B. 3 C. 9 D. -9
2. (4 分) 下列二次根式中属于最简二次根式的是 ()
 A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{48}$ C. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ D. $\sqrt{4a+4}$
3. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么在下列数值中， m 可以取的是 ()
 A. 3 B. 5 C. 6 D. 8
4. (4 分) 一个正多边形的中心角是 45° ，那么这个正多边形的边数是 ()
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
5. (4 分) 某人在调查了本班同学的体重情况后，画出了频数分布图如图。下列结论中，不正确的是 ()



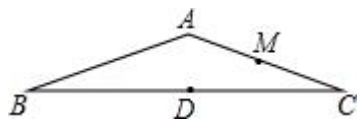
- A. 全班总人数 40 人
 - B. 学生体重的众数是 13
 - C. 学生体重的中位数落在 50 ~ 55 千克这一组
 - D. 体重在 60 ~ 65 千克的人数占全班总人数的 $\frac{1}{10}$
6. (4 分) 将宽为 1cm 的长方形纸条折叠成如图所示的形状，那么折痕 PQ 的长是 ()



- A. 1 B. 2 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4分) 计算: $(1 - \sqrt{3})^0 =$ _____.
8. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 那么 $f(\sqrt{2}) =$ _____.
9. (4分) 用科学记数法表示: $0.00036 =$ _____.
10. (4分) 分解因式: $3x^2 - 6x =$ _____.
11. (4分) 点 $M(3, 1)$ 和点 $N(3, -1)$ 关于_____轴对称.
12. (4分) 不等式 $x+2 > 2x+1$ 的解集为_____.
13. (4分) 方程 $\sqrt{x} = -x$ 的解是_____.
14. (4分) 若 1、 x 、2、3 的平均数是 3, 这组数据的方差是_____.
15. (4分) 甲有两张卡片, 上面分别写着 0、1, 乙也有两张卡片, 上面分别写着 2、3, 他们各取出一张卡片, 则取出的两张卡片上写的数所得之和为素数的概率是_____.
16. (4分) 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上, $DE \parallel BC$. $DE:BC = 1:3$, 设 $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, 试用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CD} =$ _____.
17. (4分) 我们假设把两边平方和等于第三边平方的两倍的三角形叫做奇异三角形. 如果 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是奇异三角形, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, 且 $b > a$, 其中, $a = 1$, 那么 $b =$ _____.
18. (4分) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 底边 BC 的中点是点 D , 底角的正切值是 $\frac{1}{3}$, 将该等腰三角形绕其腰 AC 上的中点 M 顺时针旋转, 使旋转后的点 D 与 A 重合, 得到 $\triangle A'B'C'$, 如果旋转后的底边 $B'C'$ 与 BC 交于点 N , 那么 $\angle ANB$ 的正切值等于_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 5xy + 6y^2 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$
20. (10分) 已知: 如图, 在 $\odot O$ 中, M 是弧 AB 的中点, 过点 M 的弦 MN 交弦 AB 于点 C , 设 $\odot O$ 半径为 4cm , $MN = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $OH \perp MN$, 垂足是点 H .
- (1) 求 OH 的长度;

(1) 方程①的根为: _____; 方程②的根为: _____; 方程③的根为: _____;

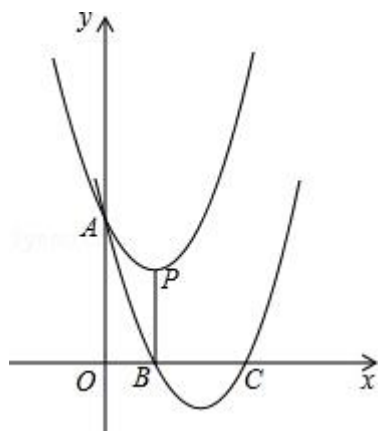
(3) 写出第 n 个方程 (系数用 n 表示): _____; 此方程解是: _____.

每千克售价（元）	25	24	23	...	15
每天销售量（千克）	30	32	34	...	50

$$\frac{AF}{FB} = \frac{BD}{DC} = \frac{AE}{EC}.$$

第 3 页 (共 24 页)

- (1) 求平移后抛物线的解析式及其与 x 轴另一交点 C 的坐标；
 (2) 设点 D 是直线 OP 上的一个点，如果 $\angle CDP = \angle AOP$ ，求出点 D 的坐标.



25. (14分) 已知：如图 1，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 6$ ， $AB = 8$ ， $\sin C = \frac{4}{5}$ ，点 P 在射线 DC 上，点 Q 在射线 AB 上，且 $PQ \perp CD$ ，设 $DP = x$ ， $BQ = y$ 。

- (1) 求证：点 D 在线段 BC 的垂直平分线上；
 (2) 如图 2，当点 P 在线段 DC 上，且点 Q 在线段 AB 上时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
 (3) 若以点 B 为圆心、 BQ 为半径的 $\odot B$ 与以点 C 为圆心、 CP 为半径的 $\odot C$ 相切，求线段 DP 的长。

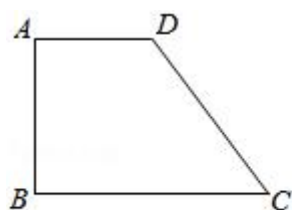


图 1

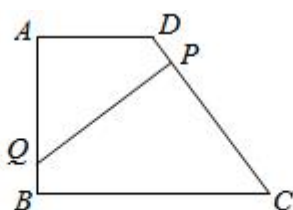
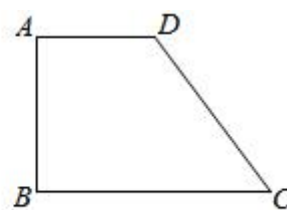


图 2



备用图

2013 年上海市闸北区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $|-3^2|$ 的值是 ()

- A. -3 B. 3 C. 9 D. -9

【考点】15：绝对值；1E：有理数的乘方.

【专题】11：计算题.

【分析】首先要计算 $-3^2 = -9$ ，再根据绝对值的意义即可解决，负数的绝对值是它的相反数.

【解答】解： $|-3^2| = |-9| = 9$.

故选：C.

【点评】注意此题的运算顺序，应先化简平方，再计算绝对值. 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. (4 分) 下列二次根式中属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{48}$ C. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ D. $\sqrt{4a+4}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】B、D 选项的被开方数中含有未开尽方的因数或因式；C 选项的被开方数中含有分母；因此这三个选项都不是最简二次根式.

【解答】解：因为： $B、\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$;

C、 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{|b|}$;

D、 $\sqrt{4+4a} = 2\sqrt{a+1}$;

所以这三项都不是最简二次根式. 故选 A.

【点评】在判断最简二次根式的过程中要注意：

- (1) 在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数，就不是最简二次根式；
- (2) 在二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数），如果幂的指数等于或大于 2，也不是最简二次根式.

3. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么在下列数值中， m 可以取的是 ()

A. 3

B. 5

C. 6

D. 8

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】根据根的判别式的意义得到 $16 - 4m > 0$ ，然后解不等式得到 $m < 4$ ，然后对各选项进行判断.

【解答】解：根据题意得 $\Delta = 16 - 4m > 0$ ，

解得 $m < 4$ ，

所以 m 可以取 3，不能取 5、6、8.

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

4. (4 分) 一个正多边形的中心角是 45° ，那么这个正多边形的边数是 ()

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【考点】L3：多边形内角与外角.

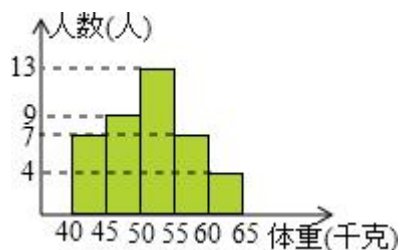
【分析】根据正多边形的边数 = 周角 $\div$ 中心角，计算即可得解.

【解答】解： $360^\circ \div 45^\circ = 8$.

故选：D.

【点评】本题考查了多边形的内角和外角，熟记正多边形的中心角与边数的关系是解题的关键.

5. (4 分) 某人在调查了本班同学的体重情况后，画出了频数分布图如图. 下列结论中，不正确的是 ()



A. 全班总人数 40 人

B. 学生体重的众数是 13

C. 学生体重的中位数落在 50 ~ 55 千克这一组

D. 体重在 60 ~ 65 千克的人数占全班总人数的 $\frac{1}{10}$

【考点】 V8: 频数 (率) 分布直方图.

【分析】 根据频数直方图分析可得 $ABCD$ 选项, 又有众数是出现次数最多的数, 则学生体重的众数是 50 - 55 千克之间的数; 故可得答案.

【解答】 解: A 、由频数直方图可以看出: 全班总人数为 $7+9+13+7+4=40$ (人), 故此选项正确, 不符合题意;

B 、体重在 50 千克到 55 千克的人数最多为 13 人; 故众数在 50 千克到 55 千克之间, 学生体重的众数不是 13, 故此选项错误, 符合题意;

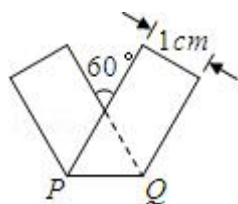
C 、根据第 20 和第 21 个数据都落在 50 ~ 55 千克这一组, 则学生体重的中位数落在 50 ~ 55 千克这一组, 故此选项正确, 不符合题意;

D 、在体重在 60 千克到 65 千克的人数为 4 人, 则占全班总人数的 $4 \div 40 = \frac{1}{10}$, 故此选项正确, 不符合题意.

故选: B .

【点评】 此题主要考查了频数分布直方图以及众数与中位数等知识, 读图时要全面细致, 同时, 解题方法要灵活多样, 切忌死记硬背, 要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题.

6. (4 分) 将宽为 1cm 的长方形纸条折叠成如图所示的形状, 那么折痕 PQ 的长是 ()



A. 1

B. 2

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 首先作 $QH \perp PA$, 垂足为 H , 则 $QH = 1\text{cm}$, 易证得 $\triangle APQ$ 为等边三角形, 然后利用三角函数即可求得 PQ 的长.

【解答】 解: 如图, 作 $QH \perp PA$, 垂足为 H , 则 $QH = 1\text{cm}$,
由平行线的性质, 得 $\angle DPA = \angle BAC = 60^\circ$,
由折叠的性质, 得 $\angle DPQ + \angle APQ = 180^\circ$,

即 $\angle DPA + \angle APQ + \angle APQ = 180^\circ$, $60^\circ + 2\angle APQ = 180^\circ$,

$\therefore \angle APQ = 60^\circ$,

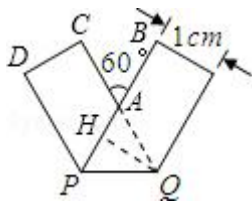
又 $\because \angle PAQ = \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle APQ$ 为等边三角形,

在 $\text{Rt}\triangle PQH$ 中, $\sin \angle HPQ = \frac{HQ}{PQ}$,

$$\therefore PQ = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故选: D.



【点评】题考查了折叠的性质、等边三角形的判定与性质以及特殊角的三角函数问题. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想应用, 注意掌握折叠前后图形的对应关系, 注意证得 $\triangle APQ$ 为等边三角形是解此题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $(1 - \sqrt{3})^0 = \underline{1}$.

【考点】6E: 零指数幂.

【分析】根据零指数幂: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) 即可得出答案.

【解答】解: $\because 1 - \sqrt{3} \neq 0$,

$$\therefore (1 - \sqrt{3})^0 = 1.$$

故答案为: 1.

【点评】本题考查了零指数幂, 掌握 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) 是解题关键.

8. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 那么 $f(\sqrt{2}) = \underline{\sqrt{2}+1}$.

【考点】76: 分母有理化; E5: 函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】把 x 的值代入函数解析式, 进行计算即可得解.

【解答】解: $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$.

故答案为: $\sqrt{2}+1$.

【点评】本题考查了函数值求解, 注意要分母有理化.

9. (4 分) 用科学记数法表示: $0.00036 = \underline{3.6 \times 10^{-4}}$.

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $0.00036 = 3.6 \times 10^{-4}$,

故答案为: 3.6×10^{-4} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

10. (4 分) 分解因式: $3x^2 - 6x = \underline{3x(x - 2)}$.

【考点】54: 因式分解—运用公式法.

【分析】首先确定公因式为 $3x$, 然后提取公因式 $3x$, 进行分解.

【解答】解: $3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.

故答案为: $3x(x - 2)$.

【点评】此题考查的是因式分解—提公因式法, 解答此题的关键是先确定公因式 $3x$.

11. (4 分) 点 $M(3, 1)$ 和点 $N(3, -1)$ 关于 x 轴对称.

【考点】P5: 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

【分析】关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数

【解答】解: $\because$ 点 $M(3, 1)$ 和点 $N(3, -1)$ 的横坐标相同, 纵坐标互为相反数,

$\therefore$ 它们关于 x 轴对称.

故答案是: x .

【点评】本题考查了关于 x 、 y 轴对称的点的坐标.

解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律:

- (1) 关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数;
- (2) 关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数;
- (3) 关于原点对称的点, 横坐标与纵坐标都互为相反数.

12. (4 分) 不等式 $x+2 > 2x+1$ 的解集为 $x < 1$.

【考点】 C6: 解一元一次不等式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据一元一次不等式的解法, 移项, 合并同类项, 系数化为 1 即可得解.

【解答】 解: 移项得, $x - 2x > 1 - 2$,

合并同类项得, $-x > -1$,

系数化为 1 得, $x < 1$.

故答案为: $x < 1$.

【点评】 本题考查了解简单不等式的能力, 解答这类题学生往往在解题时不注意

移项要改变符号这一点而出错. 解不等式要依据不等式的基本性质:

(1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变;

(2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变;

(3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

13. (4 分) 方程 $\sqrt{x} = -x$ 的解是 $x = 0$.

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 把方程两边平方去根号后求解.

【解答】 解: 两边平方得: $x = x^2$,

解方程的: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$,

检验: 当 $x_1 = 0$ 时, 方程的左边 = 右边 = 0,

$\therefore x = 0$ 为原方程的根

当 $x_2 = 1$ 时, 原方程无意义, 故舍去.

故答案为: $x = 0$.

【点评】 本题主要考查解无理方程, 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法

及换元法, 本题用了平方法. 注意, 最后把解得的 x 的值代入原方程进行检验.

14. (4 分) 若 1、 x 、2、3 的平均数是 3, 这组数据的方差是 $\frac{7}{2}$.

【考点】 W1: 算术平均数; W7: 方差.

【分析】 先根据平均数的定义确定出 x 的值, 再根据方差公式进行计算即可求出答案.

【解答】 解: 由平均数的公式得: $(1+2+3+x) \div 4 = 3$,

解得： $x = 6$ ；

$$\therefore \text{方差} = \frac{1}{4}[(1-3)^2 + (6-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2] = \frac{7}{2}.$$

故答案为： $\frac{7}{2}$.

【点评】此题考查了平均数和方差的定义．平均数是所有数据的和除以数据的个数．方差是一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数．

15. (4分) 甲有两张卡片，上面分别写着 0、1，乙也有两张卡片，上面分别写着 2、3，他们各取出一张卡片，则取出的两张卡片上写的数所得之和为素数的概率是 $\frac{3}{4}$.

【考点】X6：列表法与树状图法．

【专题】11：计算题．

【分析】列表得到所有等可能的结果个数，找出结果之和为素数的情况个数，即可求出所求的概率．

【解答】解：根据题意列表如下：

	0	1
2	(0, 2)	(1, 2)
3	(0, 3)	(1, 3)

以上等可能的情况有 4 种，结果之和为素数的情况有 3 种，

$$\text{则 } P_{\text{所得之和为素数}} = \frac{3}{4}.$$

故答案为： $\frac{3}{4}$

【点评】此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

16. (4分) 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上， $DE \parallel BC$ ． DE ：

$$BC = 1:3, \text{ 设 } \overrightarrow{DA} = \vec{a}, \text{ 试用向量 } \vec{a} \text{ 表示向量 } \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CD} = \underline{-4\vec{a}}.$$

【考点】LM：*平面向量．

【分析】首先根据题意画出图形，然后由 $DE \parallel BC$ ，可得 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，又由 $DE:BC = 1:3$ ，根据相似三角形的对应边成比例，可求得 $CD = 4DA$ ，继而求得答案．

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore DA : CA = DE : BC = 1 : 3,$$

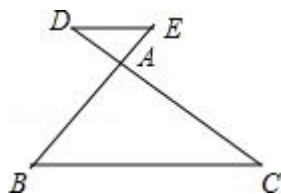
$$\therefore CD = DA + CA,$$

$$\therefore CD = 4DA,$$

$$\therefore \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD} = -4\overrightarrow{a}.$$

故答案为： $-4\overrightarrow{a}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识以及相似三角形的判定与性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

17. (4分) 我们假设把两边平方和等于第三边平方的两倍的三角形叫做奇异三角形. 如果 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是奇异三角形, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, 且 $b > a$, 其中, $a = 1$, 那么 $b = \underline{\sqrt{2}}$.

【考点】KQ: 勾股定理.

【专题】23: 新定义.

【分析】由三角形 ABC 为直角三角形, 利用勾股定理列出关系式 $c^2 = a^2 + b^2$, 记作①, 再由新定义两边平方和等于第三边平方的 2 倍的三角形叫做奇异三角形, 列出关系式 $2a^2 = b^2 + c^2$, 记作②, 或 $2b^2 = a^2 + c^2$, 记作③, 由以上关系式即可求出 b 的值.

【解答】解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$,

$$\therefore \text{根据勾股定理得: } c^2 = a^2 + b^2, \text{ 记作①,}$$

又 $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 是奇异三角形,

$$\therefore 2a^2 = b^2 + c^2, \text{ ②}$$

将①代入②得: $a^2 = 2b^2$, 即 $a = \sqrt{2}b$ (不合题意, 舍去),

$$\therefore 2b^2 = a^2 + c^2, \text{ ③}$$

将①代入③得： $b^2 = 2a^2$ ，即 $b = \sqrt{2}a$ ，

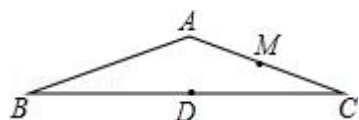
$\therefore a = 1$ 时，那么 $b = \sqrt{2}$ ，

故答案为： $\sqrt{2}$ 。

【点评】此题考查了勾股定理，以及新定义，弄清题中的新定义，熟练掌握勾股定理是解本题的关键。

18. (4分) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，底边 BC 的中点是点 D ，底角的正切值是 $\frac{1}{3}$ ，

将该等腰三角形绕其腰 AC 上的中点 M 顺时针旋转，使旋转后的点 D 与 A 重合，得到 $\triangle A'B'C'$ ，如果旋转后的底边 $B'C'$ 与 BC 交于点 N ，那么 $\angle ANB$ 的正切值等于 $\frac{3}{4}$ 。



【考点】R2：旋转的性质。

【分析】解：如图，连接 AD 、 $A'A$ 。根据旋转的性质推知 $MA = MC' = \frac{1}{2}AC$ ，

$\angle C = \angle C'$ ，所以根据等腰三角形性质、等量代换推知 $\angle ANB = \angle MAN + \angle C = 2\angle C$ ，则易求 $\tan 2C$ 。

【解答】解：如图，连接 AD 、 $A'A$ 。

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$\therefore \angle B = \angle C$ 。

$\because$ 点 M 是边 AC 的中点，

$\therefore$ 根据旋转的性质知， $MA = MC' = \frac{1}{2}AC$ ， $\angle C = \angle C'$ ，

$\therefore \angle MAC' = \angle C' = \angle C$ ，

$\therefore \angle ANB = \angle MAN + \angle C = 2\angle C$ 。

又 $\because \tan C = \frac{1}{3}$ ，

$\therefore \frac{AD}{C'D} = \frac{1}{3}$ ，

设 $AD = 2x$ ， $C'D = 6x$ ，

$\therefore A'C' = 2\sqrt{10}x$ ，

$\therefore DM = \sqrt{10}x$ ，

则 $ME = \frac{1}{2}EC' = 3x$,

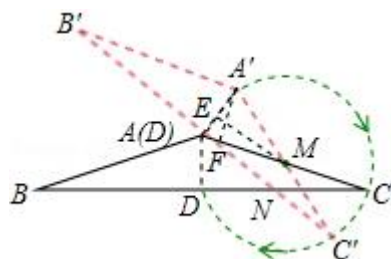
$$\therefore S_{\triangle A' DM} = \frac{1}{2} A' F \cdot DM = \frac{1}{2} A' D \cdot ME,$$

$$\therefore A' F = \frac{3\sqrt{10}}{5}x,$$

$$\therefore FM = \frac{4\sqrt{10}}{5}x,$$

$$\therefore \tan 2C = \frac{A'F}{MF} = \frac{3}{4}.$$

故填: $\frac{3}{4}$.



三、解答题：(本大题共7题，满分78分)

19. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2+5xy+6y^2=0. \\ x+y=2 \end{cases}$$

【专题】 11: 计算题.

【分析】将①进行因式分解，然后可将原方程组转化为两个二元一次方程组，解出即可得出答案.

【解答】解:
$$\begin{cases} x^2+5xy+6y^2=0 \textcircled{1} \\ x+y=0 \textcircled{2} \end{cases}$$

由①得: $(x+2y)(x+3y) = 0$,

故可得： $x+2y=0$ 或 $x+3y=0\cdots$ (4 分)

原方程组可化为: $\begin{cases} x+2y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x+3y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$,

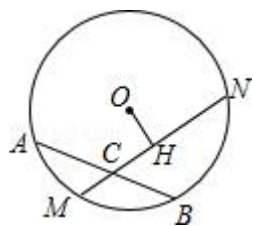
分别解这两个方程组，得原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-1. \end{cases}$

【点评】此题考查了高次方程的知识，通过将①因式分解可将方程组化为两个独立的方程组，注意仔细运算.

20. (10分) 已知：如图，在 $\odot O$ 中， M 是弧 AB 的中点，过点 M 的弦 MN 交弦 AB 于点 C ，设 $\odot O$ 半径为 4cm ， $MN = 4\sqrt{3}\text{cm}$ ， $OH \perp MN$ ，垂足是点 H .

(1) 求 OH 的长度；

(2) 求 $\angle ACM$ 的度数.



【考点】KO：含 30° 度角的直角三角形；KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 连接 MO 交弦 AB 于点 E ，由 $OH \perp MN$ ， O 是圆心，根据垂径定理得到 MH 等于 MN 的一半，然后在直角三角形 MOH 中利用勾股定理即可求出 OH ；

(2) 由 M 是弧 AB 的中点， MO 是半径，根据垂径定理得到 OM 垂直 AB ，在直角三角形 OHM 中，根据一条直角边等于斜边的一半，那么这条直角边所对的角为 30° ，即角 OMH 等于 30° ，最后利用三角形的内角和定理即可求出角 ACM 的度数.

【解答】解：连接 MO 交弦 AB 于点 E ，

(1) $\because OH \perp MN$ ， O 是圆心，

$$\therefore MH = \frac{1}{2}MN,$$

$$\text{又} \because MN = 4\sqrt{3}\text{cm},$$

$$\therefore MH = 2\sqrt{3}\text{cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle MOH$ 中， $OM = 4\text{cm}$ ，

$$\therefore OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2(\text{cm});$$

(2) $\because M$ 是弧 AB 的中点， MO 是半径，

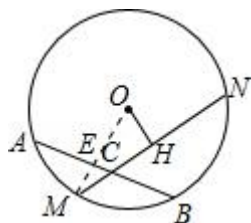
$$\therefore MO \perp AB$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle MOH$ 中, $OM = 4\text{cm}$, $OH = 2\text{cm}$,

$$\therefore OH = \frac{1}{2}MO,$$

$$\therefore \angle OMH = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle MEC \text{ 中, } \angle ACM = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$



【点评】 此题考查了垂径定理, 勾股定理, 以及含 30° 角的直角三角形, 熟练掌握垂径定理是解本题的关键.

21. (10 分) 观察方程①: $x + \frac{2}{x} = 3$, 方程②: $x + \frac{6}{x} = 5$, 方程③: $x + \frac{12}{x} = 7$.

(1) 方程①的根为: $x_1 = 1, x_2 = 2$; 方程②的根为: $x_1 = 2, x_2 = 3$; 方程③的根为: $x_1 = 3, x_2 = 4$;

(2) 按规律写出第四个方程: $x + \frac{20}{x} = 9$; 此分式方程的根为: $x_1 = 4, x_2 = 5$;

(3) 写出第 n 个方程 (系数用 n 表示): $x + \frac{n(n+1)}{x} = 2n+1$; 此方程解是: $x_1 = n, x_2 = n+1$.

【考点】 B2: 分式方程的解.

【专题】 2A: 规律型.

【分析】 先计算出方程的根, 再根据根的变化规律求出方程的一般形式及根的变化规律.

【解答】 解: (1) 两边同时乘以 x 得, $x^2 - 3x + 2 = 0$,

方程①根: $x_1 = 1, x_2 = 2$;

两边同时乘以 x 得, $x^2 - 5x + 6 = 0$,

方程②根: $x_1 = 2, x_2 = 3$;

两边同时乘以 x 得, $x^2 - 7x + 12 = 0$,

方程③根: $x_1 = 3, x_2 = 4$;

(2) 方程④: $x + \frac{20}{x} = 9$; 方程④根: $x_1 = 4, x_2 = 5$.

(3) 第 n 个方程: $x + \frac{n(n+1)}{x} = 2n+1$.

此方程解: $x_1 = n, x_2 = n+1$.

故答案为: $x_1 = 1, x_2 = 2; x_1 = 2, x_2 = 3; x_1 = 3, x_2 = 4; x + \frac{20}{x} = 9; x_1 = 4, x_2 = 5;$

$$x + \frac{n(n+1)}{x} = 2n+1; x_1 = n, x_2 = n+1.$$

【点评】 本题考查了分式方程的解, 从题目中找出规律是解题的关键.

22. (10 分) 为迎接“五一”节的到来, 某食品连锁店对某种商品进行了跟踪调查, 发现每天它的销售价与销售量之间有如下关系:

每千克售价 (元)	25	24	23	...	15
每天销售量 (千克)	30	32	34	...	50

如果单价从最高 25 元/千克下调到 x 元/千克时, 销售量为 y 千克, 已知 y 与 x 之间的函数关系是一次函数:

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式; (不写定义域)

(2) 若该种商品成本价是 15 元/千克, 为使“五一”节这天该商品的销售总利润是 200 元, 那么这一天每千克的销售价应定为多少元?

【考点】 AD: 一元二次方程的应用; FH: 一次函数的应用.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 (1) 利用表格中的数据得到两个变量的对应值, 然后利用待定系数法确定一次函数的解析式即可;

(2) 设这一天每千克的销售价应定为 x 元, 利用总利润是 200 元得到一元二次方程求解即可.

【解答】 解: (1) 设 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 将 (25, 30) (24, 32) 代入得: ... (1 分)

$$\begin{cases} 25k + b = 30 \\ 24k + b = 32 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 80 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 80.$$

(2) 设这一天每千克的销售价应定为 x 元, 根据题意得:

$$(x - 15)(-2x + 80) = 200,$$

$$x^2 - 55x + 700 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 20, x_2 = 35.$$

(其中, $x = 35$ 不合题意, 舍去)

答: 这一天每千克的销售价应定为 20 元.

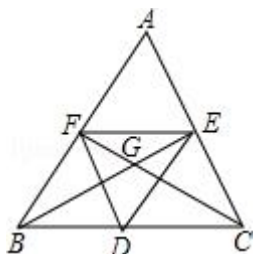
【点评】 本题考查了一元二次方程及一次函数的应用, 列方程及函数关系式的关键是找到等量关系.

23. (12 分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 CA 、 AB 上,

$$\frac{AF}{FB} = \frac{BD}{DC} = \frac{AE}{EC};$$

(1) 若 BE 平分 $\angle ABC$, 试说明四边形 $DBFE$ 的形状, 并加以证明;

(2) 若点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $\triangle BCG$ 与 $\triangle EFG$ 的面积之和为 20, 求 $\triangle BCG$ 的面积.



【考点】 K5: 三角形的重心; L9: 菱形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 $\triangle ABC$ 中, $\frac{AF}{FB} = \frac{BD}{DC} = \frac{AE}{EC}$, 可得 $FE \parallel BC$, $DE \parallel AB$, 即可判定四边形 $DBFE$ 是平行四边形, 又由 BE 平分 $\angle ABC$, 可证得 $BF = EF$, 即可判定四边形 $DBFE$ 是菱形;

(2) 由 $FE \parallel BC$, 可得 $\triangle EFG \sim \triangle BCG$, 又由相似三角形面积的比等于相似比的平方, 可得 $\frac{S_{\triangle EFG}}{S_{\triangle BCG}} = \left(\frac{FG}{GC}\right)^2$, 然后由点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 可得 $FG:GC = 1:2$, 可得 $S_{\triangle BCG} = 4S_{\triangle EFG}$. 又由 $\triangle BCG$ 与 $\triangle EFG$ 的面积之和为 20, 即可求得答案.

【解答】 解: (1) 四边形 $DBFE$ 是菱形. $\cdots$ (1 分)

证明: $\because \triangle ABC$ 中, $\frac{AF}{FB} = \frac{BD}{DC} = \frac{AE}{EC}$,

$\therefore FE \parallel BC$, $DE \parallel AB$, $\cdots$ (2 分)

$\therefore$ 四边形 $DBFE$ 是平行四边形, $\cdots$ (1 分)

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle FBE = \angle DBE,$$

$$\because FE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FEB = \angle DBE, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle FBE = \angle FEB, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore BF = EF, \cdots (1 \text{ 分})$$

$\therefore$ 四边形 $DBFE$ 是菱形;

$$(2) \because FE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle BCG, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFG}}{S_{\triangle BCG}} = \left(\frac{FG}{GC}\right)^2, \cdots (1 \text{ 分})$$

$\because$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore \frac{FG}{GC} = \frac{1}{2}, \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFG}}{S_{\triangle BCG}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle BCG} = 4S_{\triangle EFG}. \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\because S_{\triangle EFG} + S_{\triangle BCG} = 20,$$

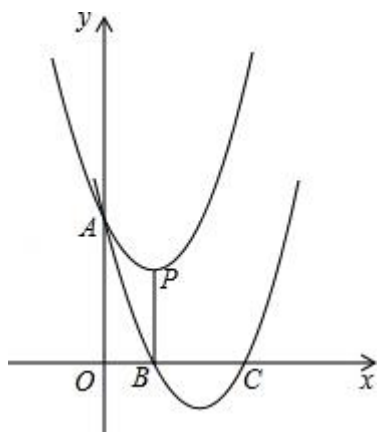
$$\therefore S_{\triangle BCG} = 16. \cdots (1 \text{ 分})$$

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、三角形重心的性质以及菱形的判定. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

24. (12 分) 已知: 如图, 抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 与 y 轴交于点 A , 顶点是点 P , 过点 P 作 $PB \perp x$ 轴于点 B . 平移该抛物线, 使其经过 A 、 B 两点.

(1) 求平移后抛物线的解析式及其与 x 轴另一交点 C 的坐标;

(2) 设点 D 是直线 OP 上的一个点, 如果 $\angle CDP = \angle AOP$, 求出点 D 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】153：代数几何综合题.

【分析】（1）根据抛物线解析式求出点 A 、 B 、 P 的坐标，再根据平移变换不改变抛物线的形状，设平移后的抛物线解析式为 $y = x^2 + bx + c$ ，然后把点 A 、 B 的坐标代入求出 b 、 c 的值，从而得到平移后的抛物线解析式，再令 $y = 0$ ，解关于 x 的一元二次方程即可得到点 C 的坐标；

（2）先求出直线 OP 的解析式，然后分点 D 在第一象限时，根据内错角相等两直线平行求出 $CD_1 \parallel y$ 轴可得 $CD_1 \perp x$ 轴，从而求出点 D 的横坐标坐标是 3，然后代入直线 OP 的解析式，计算即可求出点 D_1 的坐标；点 D 在第三象限时，求出 $\angle CD_1P = \angle CD_2P$ ，根据等角对等边可得 $CD_1 = CD_2$ ，设 $D_2(x, 2x)$ ，然后利用勾股定理列式计算求出 x 的值，即可得解.

【解答】解：（1）令 $x = 0$ ，则 $y = 3$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 3)$ ，

$\because y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$ ，

$\therefore$ 顶点 $P(1, 2)$ 、 $B(1, 0)$ ，

设平移后抛物线的解析式为 $y = x^2 + bx + c$ ，

将点 $A(0, 3)$ 、 $B(1, 0)$ 的坐标代入得，
$$\begin{cases} c=3 \\ 1+b+c=0 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 平移后抛物线的解析式为抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ ，

令 $y = 0$ ，则 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ，

解得， $x_1 = 1$ ， $x_2 = 3$ ，

所以, 点 $C(3, 0)$;

(2) 如图, 直线 OP 过 $P(1, 2)$,

所以, 直线 OP 解析式为 $y = 2x$,

①点 D 在第一象限时, $\because \angle CD_1P = \angle AOP$,

$\therefore CD_1 \parallel y$ 轴,

$\therefore CD_1 \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 D 的横坐标与点 C 的横坐标相同, 都是 3,

$x = 3$ 时, $y = 2 \times 3 = 6$,

$\therefore$ 点 $D_1(3, 6)$,

②点 D 在第三象限时,

$\because \angle CD_1P = \angle AOP$, $\angle CD_2P = \angle AOP$,

$\therefore \angle CD_1P = \angle CD_2P$,

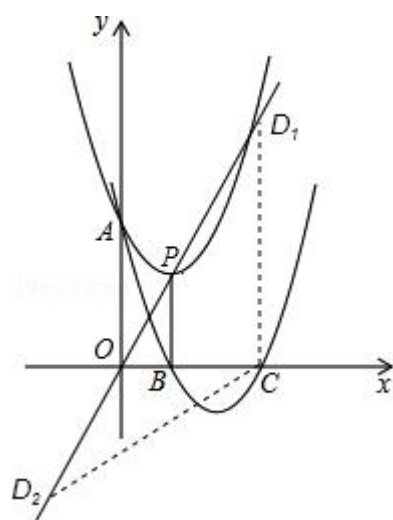
$\therefore CD_1 = CD_2$, 且 $CD_2 = CD_1 = 6$,

设 $D_2(x, 2x)$, 则 $\sqrt{(x-3)^2 + (2x)^2} = 6$,

整理得, $5x^2 - 6x - 27 = 0$,

解得 $x_1 = 3$ (为点 D_1 , 舍去), $x_2 = -\frac{9}{5}$,

所以, 点 $D_1(3, 6)$ 、 $D_2(-\frac{9}{5}, -\frac{18}{5})$.



【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 平移只改变只改变图形的位置不改变图形的形状与大小的性质, 平行线的判

定与性质，等角对等边的性质，综合题，但难度不大，（2）要注意分情况讨论.

25. (14分) 已知：如图1，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 6$ ， $AB = 8$ ， $\sin C = \frac{4}{5}$ ，点 P 在射线 DC 上，点 Q 在射线 AB 上，且 $PQ \perp CD$ ，设 $DP = x$ ， $BQ = y$.

(1) 求证：点 D 在线段 BC 的垂直平分线上；

(2) 如图2，当点 P 在线段 DC 上，且点 Q 在线段 AB 上时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 若以点 B 为圆心、 BQ 为半径的 $\odot B$ 与以点 C 为圆心、 CP 为半径的 $\odot C$ 相切，求线段 DP 的长.

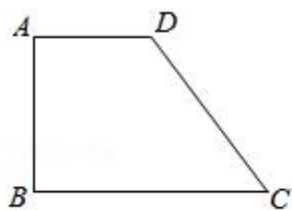


图 1

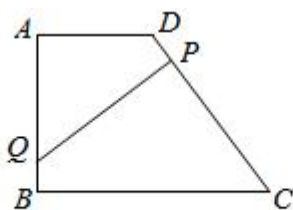
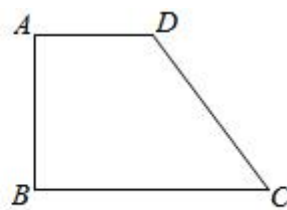


图 2



备用图

【考点】 SO：相似形综合题.

【分析】 (1) 过 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ，得出四边形 $ABHD$ 是矩形，推出 $DH = AB$ ， $BH = AD$ ，在 $\text{Rt}\triangle DHC$ 中，求出 $DC = 10$ ， $HC = 6$ ，推出 $BH = HC = 6$ 即可；

(2) 延长 BA 、 CD 相交于点 S ，根据三角形的中位线求出 $SD = DC = 10$ ， $SA = AB = 8$ ，得出 $DP = x$ ， $BQ = y$ ， $SP = x + 10$ ，证 $\triangle SPQ \sim \triangle SAD$ ，得出 $\frac{SQ}{SP} = \frac{SD}{SA} = \frac{5}{4}$ ，求出 $SQ = \frac{5}{4}(x + 10)$ 即可；

(3) 有三种情况：(i) 当点 P 在线段 DC 上，且点 Q 在线段 AB 上时，只有可能两圆外切，由 $BQ + CP = BC$ ， $-\frac{5}{4}x + \frac{7}{2} + 10 - x = 12$ ，求出 x 即可；(ii) 当点 P 在线段 DC 上，且点 Q 在线段 AB 的延长线上时，两圆不可能相切，(iii) 当点 P 在线段 DC 的延长线上，且点 Q 在线段 AB 的延长线上时，得出 $BQ = \frac{5}{4}x - \frac{7}{2}$ ， $CP = x - 10$ ，若两圆外切， $BQ + CP = BC$ ，即 $\frac{5}{4}x - \frac{7}{2} + x - 10 = 12$ ，若两圆内切， $|\frac{5}{4}x - \frac{7}{2} - (x - 10)| = 12$ ，求出即可.

【解答】 (1) 证明：过 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ，如图①，

在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle A = 90^\circ, \quad \angle BHD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABHD$ 是矩形,

$$\therefore DH = AB, \quad BH = AD,$$

$$\text{又} \because AD = 6, \quad AB = 8,$$

$$\therefore DH = 8, \quad BH = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle DHC$ 中, $\sin C = \frac{4}{5}$, 设 $DH = 4k = 8$, $DC = 5k$

$$\therefore DC = 10, \quad HC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore BH = HC = 6,$$

又 $\because DH \perp BC$,

$\therefore$ 点 D 在线段 BC 的垂直平分线上.

(2) 解: 延长 BA 、 CD 相交于点 S , 如图②,

$$\because AD \parallel BC \text{ 且 } BC = 12,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{SA}{SB} = \frac{SD}{SC} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore SD = DC = 10, \quad SA = AB = 8,$$

$$\because DP = x, \quad BQ = y, \quad SP = x + 10,$$

$$\angle S = \angle S, \quad \angle SAD = \angle SPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle SPQ \sim \triangle SAD$$

$$\therefore \frac{SQ}{SP} = \frac{SD}{SA} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore SQ = \frac{5}{4}(x + 10),$$

$$\therefore BQ = 16 - \frac{5}{4}(x + 10),$$

$$\therefore \text{所求的解析式为: } y = -\frac{5}{4}x + \frac{7}{2}, \text{ 定义域是 } 0 \leq x \leq \frac{14}{5}.$$

(3) 解: 有三种情况:

(i) 当点 P 在线段 DC 上, 且点 Q 在线段 AB 上时, 只有可能两圆外切,

$$\text{由 } BQ + CP = BC, \quad -\frac{5}{4}x + \frac{7}{2} + 10 - x = 12,$$

$$\text{解得: } x = \frac{2}{3},$$

(ii) 当点 P 在线段 DC 上, 且点 Q 在线段 AB 的延长线上时, 两圆不可能相切,

(iii) 当点 P 在线段 DC 的延长线上, 且点 Q 在线段 AB 的延长线上时,

$$\text{此时 } BQ = \frac{5}{4}x - \frac{7}{2}, \quad CP = x - 10$$

$$\text{若两圆外切, } BQ + CP = BC, \quad \text{即 } \frac{5}{4}x - \frac{7}{2} + x - 10 = 12,$$

$$\text{解得: } x = \frac{34}{3},$$

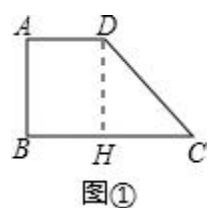
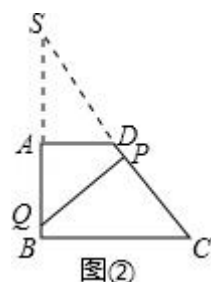
$$\text{若两圆内切, } |BQ - CP| = BC,$$

$$\text{即 } \left| \frac{5}{4}x - \frac{7}{2} - (x - 10) \right| = 12,$$

$$\frac{5}{4}x - \frac{7}{2} - (x - 10) = 12, \quad \frac{5}{4}x - \frac{7}{2} - (x - 10) = -12,$$

$$x = 22, \quad x = -74 \text{ (不合题意舍去),}$$

综上所述, $\odot B$ 与 $\odot C$ 相切时, 线段 DP 的长为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{34}{3}$ 或 22.



【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系, 勾股定理, 三角形的中位线, 函数的应用等知识点的应用, 主要考查学生综合运用性质进行推理和计算的能力, 本题较好, 有一定的难度.