

2013 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列实数中，是无理数的是 ()
- A. 3.14 B. $\frac{23}{7}$ C. $\sqrt{3}+1$ D. $\sqrt{9}$
2. (4 分) 下列运算一定正确的是 ()
- A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $\sqrt{4^2-3^2}=1$ C. $(\sqrt{-a})^2=a$ D. $\sqrt{-4a^2}=-2a$
3. (4 分) 不等式组： $\begin{cases} 2x > -1 \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 ()
- A. $x > -\frac{1}{2}$ B. $x < -\frac{1}{2}$ C. $x \leq 1$ D. $-\frac{1}{2} < x \leq 1$
4. (4 分) 用配方法解方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 时，配方后所得的方程是 ()
- A. $(x-2)^2 = 1$ B. $(x-2)^2 = -1$ C. $(x-2)^2 = 3$ D. $(x+2)^2 = 3$
5. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 中，已知 $AB = A' B'$ ， $\angle A = \angle A'$ ，要使 $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$ ，还需要增加一个条件，这个条件不可以是 ()
- A. $AC = A' C'$ B. $BC = B' C'$ C. $\angle B = \angle B'$ D. $\angle C = \angle C'$
6. (4 分) 下列命题中正确的是 ()
- A. 矩形的两条对角线相等
- B. 菱形的两条对角线相等
- C. 等腰梯形的两条对角线互相垂直
- D. 平行四边形的两条对角线互相垂直

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $\frac{1}{4^2} =$ _____.
8. (4 分) 因式分解： $2x^2y - xy =$ _____.
9. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的根是 _____.
10. (4 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个实数根，那么 m 的取值范围是 _____.
11. (4 分) 一次函数 $y = 2(x - 1) + 5$ 的图象在 y 轴上的截距为 _____.
12. (4 分) 已知反比例 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(2, -1)$ ，那么当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而 _____ (填“增大”或“减小”).

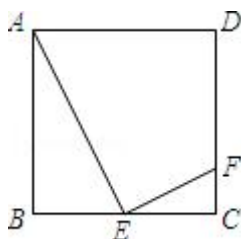
13. (4分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $(3, 2)$, 那么该抛物线的对称轴是直线_____.

14. (4分) 布袋中装有 3 个红球和 6 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为红球的概率是_____.

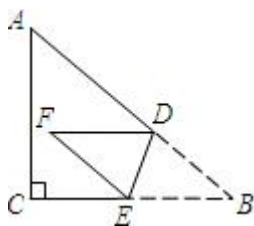
15. (4分) 在 $\square ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO} =$ _____ (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).

16. (4分) 已知: $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径长分别为 2、5, 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交, 那么这两圆的圆心距 d 的取值范围是_____.

17. (4分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为边 BC 的中点, $EF \perp AE$, 与边 CD 相交于点 F , 如果 $\triangle CEF$ 的面积等于 1, 那么 $\triangle ABE$ 的面积等于_____.



18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 50^\circ$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折, 点 B 与点 F 重合, 如果 $\angle ADF = 45^\circ$, 那么 $\angle CEF =$ _____ 度.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x-2}) \div \frac{3x+2}{x^2+2x}$, 其中 $x = 2 + \sqrt{3}$.

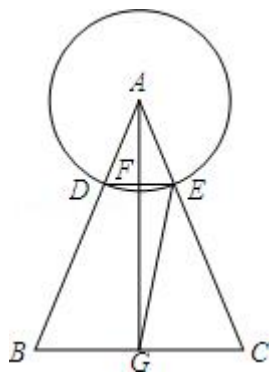
20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=4 \\ x^2-2xy+y^2=1. \end{cases}$$

21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在边 AB 上, 以点 A 为圆心, 线段 AD 的长为半径的 $\odot A$ 与边 AC 相交于点 E , $AF \perp DE$, 垂足为点 F , AF 的延长线与边 BC 相交于点 G , 联结 GE . 已知 $DE = 10$, $\cos \angle BAG = \frac{12}{13}$,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}. \text{ 求:}$$

(1) $\odot A$ 的半径 AD 的长;

(2) $\angle EGC$ 的余切值.



22. (10 分) 为了有效地利用电力资源, 电力部门推行分时用电. 即在居民家中安装分时电表, 每天 6: 00 至 22: 00 用电每千瓦时 0.61 元, 每天 22: 00 至次日 6: 00 用电每千瓦时 0.30 元. 原来不实行分时用电时, 居民用电每千瓦时 0.61 元. 某户居民为了解家庭的用电及电费情况, 于去年 9 月随意记录了该月 6 天的用电情况, 见下表 (单位: 千瓦时).

序 号	1	2	3	4	5	6
6: 00 至 22: 00 用电量	4.5	4.4	4.6	4.6	4.3	4.6
22: 00 至次日 6: 00 用电量	1.4	1.6	1.3	1.5	1.7	1.5

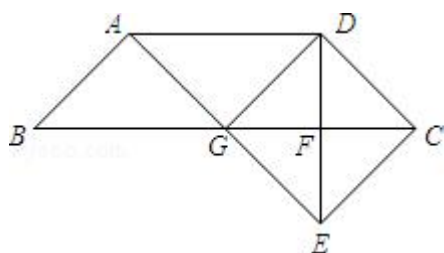
(1) 如果该用户去年 9 月份 (30 天) 每天的用电情况基本相同, 根据表中数据, 试估计该用户去年 9 月总用电量约为多少千瓦时.

(2) 如果该用户今年 3 月份的分时电费为 127.8 元, 而按照不实行分时用电的计费方法, 其电费为 146.4 元, 试问该用户今年 3 月份 6: 00 至 22: 00 与 22: 00 至次日 6: 00 两个时段的用电量各为多少千瓦时? (注: 以上统计是从每个月的第一天 6: 00 至下一个月的第一天 6: 00 止)

23. (12 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $BC = 2AD$. $DE \perp BC$, 垂足为点 F , 且 F 是 DE 的中点, 联结 AE , 交边 BC 于点 G .

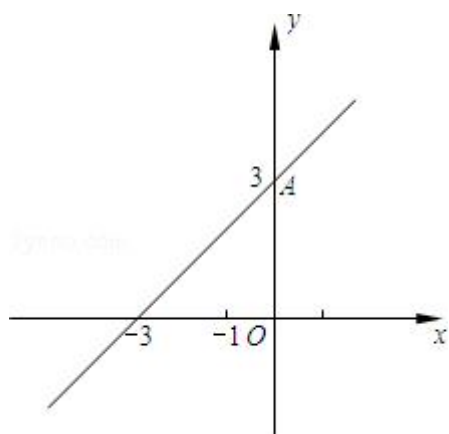
(1) 求证: 四边形 $ABGD$ 是平行四边形;

(2) 如果 $AD = \sqrt{2}AB$, 求证: 四边形 $DGEC$ 是正方形.



24. (12分) 已知：在平面直角坐标系中，一次函数 $y = x + 3$ 的图象与 y 轴相交于点 A ，二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 $B(1, 0)$ ， D 为顶点.

- (1) 求这个二次函数的解析式，并写出顶点 D 的坐标；
- (2) 将上述二次函数的图象沿 y 轴向上或向下平移，使点 D 的对应点 C 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上，求平移后所得图象的表达式；
- (3) 设点 P 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上，且 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABC}$ ，求点 P 的坐标.



25. (14分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $\tan B = 2$ ， $CE \perp AB$ ，垂足为点 E (点 E 在边 AB 上)， F 为边 AD 的中点，联结 EF ， CF .

- (1) 如图 1，当点 E 是边 AB 的中点时，求线段 EF 的长；
- (2) 如图 2，设 $BC = x$ ， $\triangle CEF$ 的面积等于 y ，求 y 与 x 的函数解析式，并写出自变量的取值范围；
- (3) 当 $BC = 16$ 时， $\angle EFD$ 与 $\angle AEF$ 的度数满足数量关系： $\angle EFD = k\angle AEF$ ，其中 $k \geq 0$ ，求 k 的值.

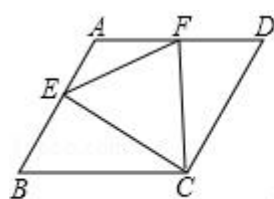


图1

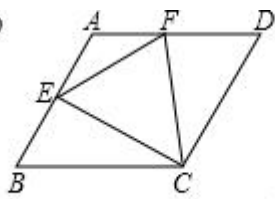


图2

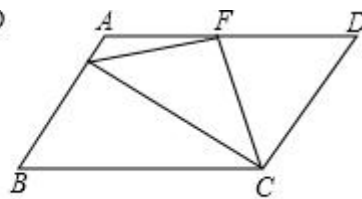


图3

2013 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列实数中，是无理数的是（ ）

A. 3.14

B. $\frac{23}{7}$

C. $\sqrt{3}+1$

D. $\sqrt{9}$

【考点】26：无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解：A、是有限小数，是有理数；

B、是分数，是有理数；

C、无理数，选项正确；

D、 $\sqrt{9}=3$ ，是整数，选项错误.

故选：C.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开方开不尽的数；以及像 0.1010010001…，等有这样规律的数.

2.（4 分）下列运算一定正确的是（ ）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

B. $\sqrt{4^2-3^2}=1$

C. $(\sqrt{-a})^2=a$

D. $\sqrt{-4a^2}=-2a$

【考点】79：二次根式的混合运算.

【分析】根据二次根式的化简及同类二次根式的合并法则，进行各选项的判断即可.

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，不能直接合并，故本选项错误；

B、 $\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ ，故本选项错误；

C、 $(\sqrt{-a})^2=-a$ ，故本选项错误；

D、 $\sqrt{-4a^2}=-2a$ ，故本选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握二次根式的化简及同类二次根式的合并.

3. (4分) 不等式组: $\begin{cases} 2x > -1 \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x > -\frac{1}{2}$

B. $x < -\frac{1}{2}$

C. $x \leq 1$

D. $-\frac{1}{2} < x \leq 1$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】先解不等式组中的每一个不等式的解集, 再利用求不等式组解集的口诀“大小小大中间找”来求不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式得 $\begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x \leq 1 \end{cases}$

$\therefore$ 解集为 $-\frac{1}{2} < x \leq 1$.

故选: D.

【点评】主要考查了一元一次不等式解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

4. (4分) 用配方法解方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 时, 配方后所得的方程是 ()

A. $(x-2)^2 = 1$

B. $(x-2)^2 = -1$

C. $(x-2)^2 = 3$

D. $(x+2)^2 = 3$

【考点】A6: 解一元二次方程 - 配方法.

【分析】此题考查了配方法解一元二次方程, “配方”一步.

【解答】解: $x^2 - 4x + 1 = 0$

移项得, $x^2 - 4x = -1$,

两边加 4 得, $x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$,

即: $(x-2)^2 = 3$.

故选: C.

【点评】此题最重要的一步是在等式两边同时加上一次项系数一半的平方.

5. (4分) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, 已知 $AB = A'B'$, $\angle A = \angle A'$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 还需要增加一个条件, 这个条件不可以是 ()

A. $AC = A'C'$

B. $BC = B'C'$

C. $\angle B = \angle B'$

D. $\angle C = \angle C'$

【考点】KB: 全等三角形的判定.

【分析】本题考查的是全等三角形的判定. 在两个三角形中, 已知了一组对应边相等和一组对应角相等, 那么套用全等三角形判定中的 SAS、AAS 和 ASA 的

判定方法，可添加夹对应角的边对应相等或一组对应角相等，可据此进行判断.

【解答】解：添加 A 选项，符合全等三角形判定条件中的 SAS ，因此 A 正确；
添加 B 选项，所构成的是 SSA ，那么 $\angle A$ 和 $\angle A'$ 就不能成为两组对应相等边的夹角，因此不能判定两三角形全等；
添加 C 、 D 选项，均符合全等三角形判定条件中的 ASA 、 AAS ，因此 C 、 D 正确.
故选： B .

【点评】此题主要考查学生对全等三角形的判定方法的理解及运用，常用的判定方法有 SAS 、 AAS 、 SSS 、 ASA 、 HL . 要注意的是 SSA 和 AAA 不能判定三角形全等. 做题时要根据已知条件结合判定方法逐个验证.

6. (4 分) 下列命题中正确的是 ()

- A. 矩形的两条对角线相等
- B. 菱形的两条对角线相等
- C. 等腰梯形的两条对角线互相垂直
- D. 平行四边形的两条对角线互相垂直

【考点】 O1: 命题与定理.

【分析】分别根据矩形、菱形、等腰梯形、平行四边形的性质分别判断得出即可.

【解答】解： A 、矩形的两条对角线相等，根据矩形的性质得出，此选项正确；
 B 、根据菱形的两条对角线是互相垂直，故此选项错误；
 C 、根据等腰梯形的两条对角线相等，故此选项错误；
 D 、故居平行四边形的两条对角线互相平分，故此选项错误.
故选： A .

【点评】此题主要考查了命题与定理，根据矩形、菱形、等腰梯形、平行四边形的性质得出是解题关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $\frac{1}{4^2} = \underline{2}$.

【考点】 22: 算术平方根.

【专题】 11: 计算题.

【分析】根据算术平方根的定义，如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2 = a$ ，那

么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根，解答出即可；

【解答】解：根据算术平方根的定义，

得， $\frac{1}{4}^2 = \sqrt{4} = 2$ ．

故答案为：2．

【点评】本题考查了算术平方根的定义，一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找．

8. (4分) 因式分解： $2x^2y - xy = \underline{xy(2x - 1)}$ ．

【考点】53：因式分解－提公因式法．

【分析】直接提取公因式 xy 即可．

【解答】解：原式 $= xy \cdot 2x - xy \cdot 1 = xy(2x - 1)$ ，

故答案为： $xy(2x - 1)$ ．

【点评】此题主要考查了提公因式法分解因式，关键是正确掌握找公因式的方法：当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的．

9. (4分) 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的根是 $\underline{x = 2}$ ．

【考点】AG：无理方程．

【专题】11：计算题．

【分析】先把方程两边平方，使原方程化为整式方程 $x+2 = x^2$ ，解此一元二次方程得到 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，把它们分别代入原方程得到 $x_2 = -1$ 是原方程的增根，由此得到原方程的根为 $x = 2$ ．

【解答】解：方程两边平方得， $x+2 = x^2$ ，

解方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 得 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，

经检验 $x_2 = -1$ 是原方程的增根，

所以原方程的根为 $x = 2$ ．

故答案为 $x = 2$ ．

【点评】本题考查了无理方程：根号内含有未知数的方程叫无理方程；解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，常常采用平方法去根号．

10. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是 $m \leq 4$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】首先根据一元二次方程的一般形式求得 $b^2 - 4ac$ 的值, 再进一步根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个实数根, 即 $\Delta \geq 0$ 进行求解.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore b^2 - 4ac = 16 - 4m \geq 0,$$

即 $m \leq 4$.

故答案为: $m \leq 4$.

【点评】此题考查了一元二次方程的根的判别式, 能够根据一元二次方程的根的判别式和方程的根的情况求得字母的取值范围.

11. (4分) 一次函数 $y = 2(x - 1) + 5$ 的图象在 y 轴上的截距为 3.

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】把 $x = 0$ 代入一次函数解析式求出对应的函数值, 即可得到答案.

【解答】解: 把 $x = 0$ 代入得 $y = 2(0 - 1) + 5 = 3$,

所以一次函数 $y = 2(x - 1) + 5$ 的图象在 y 轴上的截距为 3.

故答案为 3.

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征: 一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数, $k \neq 0$) 的图象上的点满足其解析式.

12. (4分) 已知反比例 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(2, -1)$, 那么当 $x > 0$ 时,

y 随 x 的增大而 增大 (填“增大”或“减小”).

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】先用待定系数法求出 k 的值, 再根据反比例函数的性质判断增减性.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(2, -1)$,

$$\therefore k = 2 \times (-1) = -2 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

故答案为增大.

【点评】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征及其性质. 点在函数的

图象上，点的坐标一定满足函数的解析式.

13. (4分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $(3, 2)$ ，那么该抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{3}{2}$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 把点的坐标代入函数解析式求出 a 、 b 的关系式，再根据抛物线的对称轴解析式解答即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $(3, 2)$,

$$\therefore 9a + 3b + 2 = 2,$$

$$\therefore b = -3a,$$

$$\text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3a}{2a} = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{故答案为: } x = \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题考查了二次函数的性质，主要利用了抛物线的对称轴公式，把点的坐标代入解析式求出 a 、 b 的关系式是解题的关键.

14. (4分) 布袋中装有 3 个红球和 6 个白球，它们除颜色外其他都相同，如果从布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为红球的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据概率公式，求摸到红球的概率，即用红球除以小球总个数即可得出得到红球的概率.

【解答】 解: $\because$ 一个布袋里装有 3 个红球和 6 个白球,

$$\therefore \text{摸出一个球摸到红球的概率为: } \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{3}.$$

【点评】 此题主要考查了概率公式的应用，由已知求出小球总个数再利用概率公式求出是解决问题的关键.

15. (4分) 在 $\square ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

(用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).

【考点】LM：*平面向量.

【分析】首先由平行四边形的性质求得： $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ，又由平行四边形

法则求得： $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$ ，则问题得解.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC, AD = BC, AD \parallel BC,$$

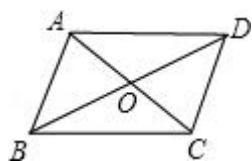
$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为： $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

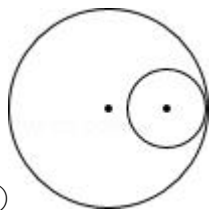


【点评】本题考查了平面向量的性质与平行四边形的性质. 此题难度不大，注意数形结合思想的应用.

16. (4分) 已知： $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径长分别为 2、5，如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交，那么这两圆的圆心距 d 的取值范围是 $3 < d < 7$.

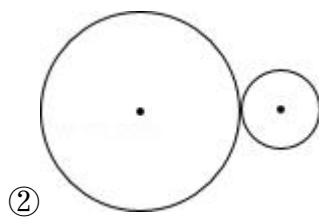
【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】根据题意可得，两圆外切和内切分别是 d 的两个极值，画出示意图即可得出 d 的范围.



【解答】解：①

此时 $d = 5 - 2 = 3$;



②

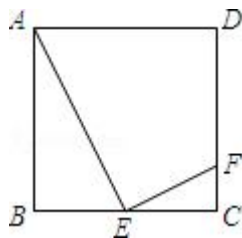
此时 $d = 5 + 2 = 7$,

所以要满足两圆相交则 d 的范围为: $3 < d < 7$.

故答案为: $3 < d < 7$.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系,解答本题的关键是找到 d 的两个极值点,难度一般,可先画出示意图来解题,有助于分析.

17. (4分) 如图,在正方形 $ABCD$ 中, E 为边 BC 的中点, $EF \perp AE$, 与边 CD 相交于点 F , 如果 $\triangle CEF$ 的面积等于 1, 那么 $\triangle ABE$ 的面积等于 4.



【考点】 LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由在正方形 $ABCD$ 中, $EF \perp AE$, 易证得 $\triangle BAE \sim \triangle CEF$, 又由 E 为边 BC 的中点, 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle CEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEF,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle CEF,$$

$$\because E \text{ 为边 } BC \text{ 的中点},$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AB : EC = 2,$$

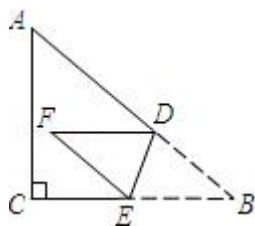
$$\because S_{\triangle CEF} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = 4.$$

故答案为：4.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质以及正方形的性质.此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用.

18. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折，点 B 与点 F 重合，如果 $\angle ADF = 45^\circ$ ，那么 $\angle CEF =$ 35 度.



【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】 根据 $\angle ADF$ 的度数可求出 $\angle FDB$ ，在四边形 $DBEF$ 中利用四边形的内角和为 360° 可得出 $\angle FEB$ 的度数，继而可求出 $\angle CEF$.

【解答】 解： $\because \angle ADF = 45^\circ$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle FDB = 135^\circ, \quad \angle B = \angle F = 40^\circ,$$

$$\text{在四边形 } DBEF \text{ 中, } \angle FEB = 360^\circ - 135^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 145^\circ,$$

$$\text{则 } \angle CEF = 180^\circ - \angle FEB = 35^\circ.$$

故答案为：35.

【点评】 本题考查了翻折变换的知识及四边形的内角和，解答本题的关键是求出 $\angle CEF$ 的邻补角，难度一般.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10分) 先化简，再求值： $(\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x-2}) \div \frac{3x+2}{x^2+2x}$ ，其中 $x=2+\sqrt{3}$.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【分析】 首先对括号内的分式进行通分，计算分式的加减，然后把除法转化成乘法，然后计算分式的乘法即可化简，然后代入数值进行计算即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【解答】 解：原式} &= \frac{3x+2}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x(x+2)}{3x+2} \\ &= \frac{x}{x-2}. \end{aligned}$$

当 $x = 2 + \sqrt{3}$ 时, 原式 $= \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} - 2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$.

【点评】 本题考查了分式的混合运算, 分式混合运算要注意先去括号; 分子、分母能因式分解的先因式分解; 除法要统一为乘法运算.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1. \end{cases}$$

【考点】 AF: 高次方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 首先观察方程组中第二个等式, 可以写成完全平方形式的形式, 把高次方程转化成二元一次方程进行求解.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x + 2y = 4 & (1) \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1. & (2) \end{cases}$$

由 (2) 式得到: $(x - y)^2 = 1$,

再得到 $x - y = 1$ 或者 $x - y = -1$,

与 (1) 式组成方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = 1. \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = -1. \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1. \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{2}{3} \\ y_2 = \frac{5}{3}. \end{cases}$$

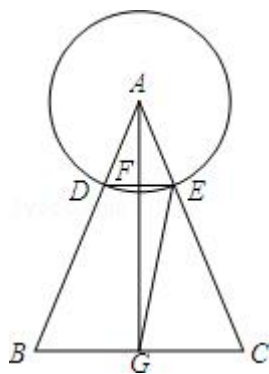
经检验, 原方程组的解是:
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1. \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{2}{3} \\ y_2 = \frac{5}{3}. \end{cases}$$

【点评】 本题主要考查高次方程的知识点, 解答本题的关键是把二元二次方程转化成二元一次方程进行求解, 本题难度不大.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在边 AB 上, 以点 A 为圆心, 线段 AD 的长为半径的 $\odot A$ 与边 AC 相交于点 E , $AF \perp DE$, 垂足为点 F , AF 的延长线与边 BC 相交于点 G , 联结 GE . 已知 $DE = 10$, $\cos \angle BAG = \frac{12}{13}$, $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$. 求:

(1) $\odot A$ 的半径 AD 的长;

(2) $\angle EGC$ 的余切值.



【考点】MR：圆的综合题．

【分析】（1）由在 $\odot A$ 中， $AF \perp DE$ ， $DE = 10$ ，由垂径定理可求得 DF 的长，又

由 $\cos \angle DAF = \frac{AF}{AD} = \frac{12}{13}$ ，利用勾股定理即可求得 AD 的长；

（2）由 $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，易证得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ， $\angle AGC = \angle FEG$ ，然后由相似三角形对应高的比等于相似比，求得 FG 的长，继而求得 $\angle EGC$ 的余切值．

【解答】解：（1）在 $\odot A$ 中，

$$\because AF \perp DE, DE = 10,$$

$$\therefore DF = EF = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2} \times 10 = 5. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADF \text{ 中, 由 } \cos \angle DAF = \frac{AF}{AD} = \frac{12}{13},$$

$$\text{设 } AF = 12k, AD = 13k. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{利用勾股定理, 得 } AF^2 + DF^2 = AD^2.$$

$$\therefore (12k)^2 + 5^2 = (13k)^2.$$

$$\text{解得: } k = 1. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore AD = 13. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由 (1), 可知 } F = 12k = 12. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}. \quad \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{在 } \odot A \text{ 中, } AD = AE.$$

$$\text{又 } \because AB = AC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

$$\therefore DE \parallel BC. \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \angle EGC = \angle FEG,$$

$$\therefore AF \perp DE,$$

$$\therefore AG \perp BC,$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}.$$

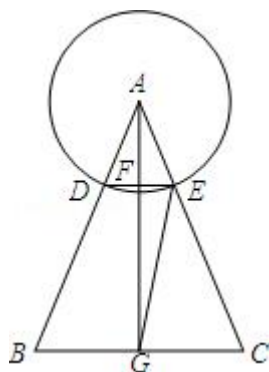
$$\therefore AG = 36.$$

$$\therefore AF = 12,$$

$$\therefore FG = AG - AF = 24. \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{在 Rt}\triangle EFG \text{ 中, } \cot \angle FEG = \frac{EF}{FG} = \frac{5}{24}. \cdots (1 \text{ 分})$$

$$\text{即得 } \cot \angle EGC = \frac{5}{24}. \cdots (1 \text{ 分})$$



【点评】此题考查了垂径定理、勾股定理、相似三角形的判定与性质以及三角函数等知识. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

22. (10 分) 为了有效地利用电力资源, 电力部门推行分时用电. 即在居民家中安装分时电表, 每天 6:00 至 22:00 用电每千瓦时 0.61 元, 每天 22:00 至次日 6:00 用电每千瓦时 0.30 元. 原来不实行分时用电时, 居民用电每千瓦时 0.61 元. 某户居民为了解家庭的用电及电费情况, 于去年 9 月随意记录了该月 6 天的用电情况, 见下表 (单位: 千瓦时).

序 号	1	2	3	4	5	6
6:00 至 22:00 用电量	4.5	4.4	4.6	4.6	4.3	4.6
22:00 至次日 6:00 用电量	1.4	1.6	1.3	1.5	1.7	1.5

(1) 如果该用户去年 9 月份 (30 天) 每天的用电情况基本相同, 根据表中数据, 试估计该用户去年 9 月总用电量约为多少千瓦时.

(2) 如果该用户今年 3 月份的分时电费为 127.8 元, 而按照不实行分时用电的计费方法, 其电费为 146.4 元, 试问该用户今年 3 月份 6: 00 至 22: 00 与 22: 00 至次日 6: 00 两个时段的用电量各为多少千瓦时? (注: 以上统计是从每个月的第一天 6: 00 至下一个月的第一天 6: 00 止)

【考点】 8A: 一元一次方程的应用; V5: 用样本估计总体.

【分析】 (1) 首先算得一周的平均用电量, 然后乘以 30 即可得到总用电量;

(2) 根据总用电量分两部分且共为 127.8 元列出方程求解即可.

【解答】 解: (1) 6: 00 至 22: 00 用电量:

$$\frac{4.5+4.4+4.6+4.6+4.3+4.6}{6} \times 30 = 135.$$

22: 00 至次日 6: 00 用电量:

$$\frac{1.4+1.6+1.3+1.5+1.7+1.5}{6} \times 30 = 45.$$

所以 $135+45=180$ (千瓦时).

所以, 估计该户居民去年 9 月总用电量为 180 千瓦时.

(2) 根据题意, 得该户居民 3 月份总用电量为 $\frac{146.4}{0.61} = 240$ (千瓦时).

设该用户 3 月份 6: 00 至 22: 00 的用电量为 x 千瓦时, 则 22: 00 至次日 6: 00 的用电量为 $(240-x)$ 千瓦时.

根据题意, 得 $0.61x+0.30(240-x)=127.8$.

解得 $x=180$.

所以 $240-x=60$.

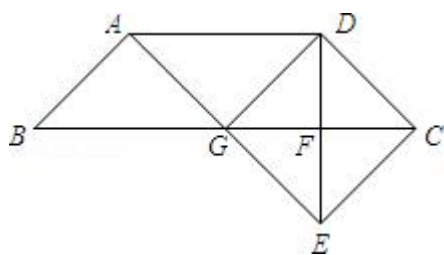
答: 该用户 3 月份 6: 00 至 22: 00 与 22: 00 至次日 6: 00 两个时段的用电量分别为 180、60 千瓦时.

【点评】 本题考查了用样本估计总体和一元一次方程的应用, 解答此题需要分情况探讨, 明确题目中所给数量属于哪一种情况, 由此选择正确的解题方法.

23. (12 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $BC = 2AD$. $DE \perp BC$, 垂足为点 F , 且 F 是 DE 的中点, 联结 AE , 交边 BC 于点 G .

(1) 求证: 四边形 $ABGD$ 是平行四边形;

(2) 如果 $AD = \sqrt{2}AB$, 求证: 四边形 $DGEC$ 是正方形.



【考点】KQ: 勾股定理; L6: 平行四边形的判定; LF: 正方形的判定; LH: 梯形.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得 $DC = EC$, 根据等边对等角可得 $\angle DCF = \angle ECF$, 再求出 $\angle B = \angle ECF$, 然后根据内错角相等, 两直线平行求出 $AB \parallel EC$, 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判定四边形 $ABEC$ 是平行四边形, 再根据平行四边形的对角线互相平分求出 $BG = CG = \frac{1}{2}BC$, 然后求出 $AD = BG$, 再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判定即可;

(2) 根据平行四边形的对边平行且相等可得 $AB \parallel DG$, $AB = DG$, 然后求出 $DG \parallel EC$, $DG = EC$, 再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形求出四边形 $DGEC$ 是平行四边形, 再根据邻边相等的四边形是菱形判定为菱形, 然后根据勾股定理逆定理求出 $\angle GDC = 90^\circ$, 根据一个角是直角的菱形是正方形证明.

【解答】证明: (1) $\because DE \perp BC$, 且 F 是 DE 的中点,

$$\therefore DC = EC,$$

$$\text{即得 } \angle DCF = \angle ECF,$$

$$\text{又 } \because AD \parallel BC, AB = CD,$$

$$\therefore \angle B = \angle DCF, AB = EC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ECF,$$

$$\therefore AB \parallel EC,$$

$$\text{又 } \because AB = EC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABEC \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore BG = CG = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BC = 2AD,$$

$$\therefore AD = BG,$$

$$\text{又} \because AD \parallel BG,$$

$\therefore$ 四边形 $ABGD$ 是平行四边形；

(2) $\because$ 四边形 $ABGD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel DG, AB = DG,$$

$$\text{又} \because AB \parallel EC, AB = EC,$$

$$\therefore DG \parallel EC, DG = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $DGEC$ 是平行四边形，

$$\text{又} \because DC = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $DGEC$ 是菱形，

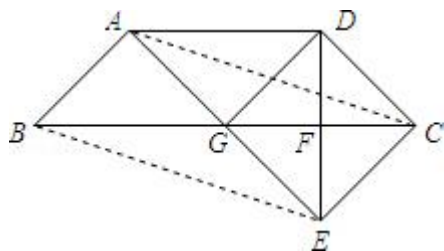
$$\therefore DG = DC,$$

$$\text{由 } AD = \sqrt{2}AB, \text{ 即得 } CG = \sqrt{2}DC = \sqrt{2}DG,$$

$$\therefore DG^2 + DC^2 = CG^2,$$

$$\therefore \angle GDC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DGEC$ 是正方形.



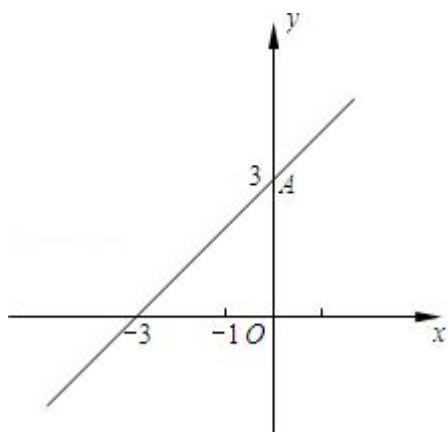
【点评】 本题考查了正方形的判定，主要来源平行四边形的判定与性质，菱形的判定，勾股定理逆定理，理清平行四边形，菱形，正方形的联系与区别并熟记各图形的判定方法是解题的关键.

24. (12分) 已知：在平面直角坐标系中，一次函数 $y = x + 3$ 的图象与 y 轴相交于点 A ，二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 $B(1, 0)$ ， D 为顶点.

(1) 求这个二次函数的解析式，并写出顶点 D 的坐标；

(2) 将上述二次函数的图象沿 y 轴向上或向下平移，使点 D 的对应点 C 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上，求平移后所得图象的表达式；

(3) 设点 P 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上, 且 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABC}$, 求点 P 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 先求出点 A 的坐标, 再将点 $A(0, 3)$ 、 $B(1, 0)$ 代入二次函数 $y = -x^2 + bx + c$, 可得方程组, 解方程组求解即可得到二次函数的解析式;

(2) 平移后的图象解析式为 $y = -(x+1)^2 + k$. 根据点 $C(-1, k)$ 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上, 可得关于 k 的方程, 求得 k 的值, 从而即可求出平移后所得图象的表达式;

(3) 先根据两点间的距离公式得到 AC 的长, 由 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABC}$, 可得 $AP = 2AC$, 再分 (i) 当点 P 在线段 CA 的延长线上时; (ii) 当点 P 在线段 AC 的延长线上时; 两种情况讨论即可求解.

【解答】 解: (1) $\because$ 由 $x = 0$, 得 $y = 3$.

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $A(0, 3)$.

$\because$ 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(0, 3)$ 、 $B(1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} c=3 \\ -1+b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-2 \\ c=3 \end{cases}.$$

$\therefore$ 所求二次函数的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$. 顶点 D 的坐标为 $D(-1, 4)$.

(2) 设平移后的图象解析式为 $y = -(x+1)^2 + k$.

根据题意, 可知点 $C(-1, k)$ 在一次函数 $y = x + 3$ 的图象上,

$$\text{则 } -1 + 3 = k$$

$$\text{解得 } k = 2.$$

故所求图象的表达式为 $y = -(x+1)^2+2$.

(3) 设直线 $x = -1$ 与 x 轴交于点 E .

由 (2) 得 $C(-1, 2)$.

又由 $A(0, 3)$, 得 $AC = \sqrt{(-1-0)^2+(2-3)^2} = \sqrt{2}$.

根据题意, 设点 P 的坐标为 $P(m, m+3)$.

$\because \triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 同高,

于是, 当 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABC}$ 时, 得 $AP = 2AC = 2\sqrt{2}$.

此时, 有两种不同的情况:

(i) 当点 P 在线段 CA 的延长线上时, 得 $CP = CA + AP = 3\sqrt{2}$, 且 $m > 0$.

过点 P 作 PQ_1 垂直于 x 轴, 垂足为点 Q_1 .

易得 $\frac{EO}{CA} = \frac{OQ_1}{AP}$.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{m}{2\sqrt{2}},$$

解得 $m = 2$.

$$m+3 = 5.$$

$$\therefore P_1(2, 5).$$

(ii) 当点 P 在线段 AC 的延长线上时, 得 $CP = AP - CA = \sqrt{2}$, 且 $m < 0$.

过点 P 作 PQ_2 垂直于 x 轴, 垂足为点 Q_2 .

易得 $\frac{OE}{AC} = \frac{EQ_2}{PC}$.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-1-m}{\sqrt{2}},$$

解得 $m = -2$.

$$m+3 = 1.$$

$$\therefore P_2(-2, 1).$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $(2, 5)$ 或 $(-2, 1)$.

另解: (3) 由 (2) 得 $C(-1, 2)$.

又由 $A(0, 3)$, 得 $AC = \sqrt{(-1-0)^2+(2-3)^2} = \sqrt{2}$.

根据题意, 设点 P 的坐标为 $P(m, m+3)$.

$\because \triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 同底,

于是, 当 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle ABC}$ 时, 得 $AP = 2AC = 2\sqrt{2}$

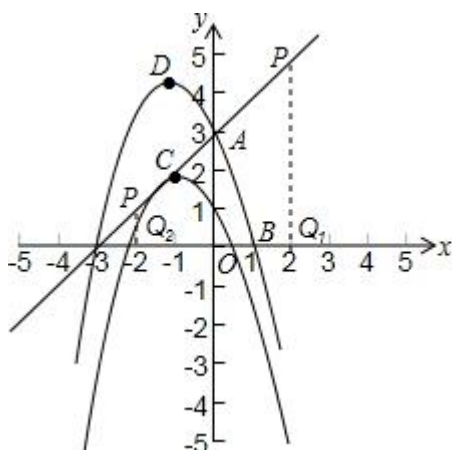
$$\therefore AP^2 = 8.$$

$$\text{即得 } m^2 + (m+3-3)^2 = 8.$$

$$\text{解得 } m_1 = 2, m_2 = -2.$$

$$\therefore m+3 = 5 \text{ 或 } 1.$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (2, 5) \text{ 或 } (-2, 1).$$



【点评】考查了二次函数综合题, 涉及的知识点有: 待定系数法求函数的解析式, 平移的性质, 两点间的距离公式, 分类思想的运用, 综合性较强, 有一定的难度.

25. (14分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $\tan B = 2$, $CE \perp AB$, 垂足为点 E (点 E 在边 AB 上), F 为边 AD 的中点, 联结 EF , CF .

(1) 如图 1, 当点 E 是边 AB 的中点时, 求线段 EF 的长;

(2) 如图 2, 设 $BC = x$, $\triangle CEF$ 的面积等于 y , 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出自变量的取值范围;

(3) 当 $BC = 16$ 时, $\angle EFD$ 与 $\angle AEF$ 的度数满足数量关系: $\angle EFD = k\angle AEF$, 其中 $k \geq 0$, 求 k 的值.

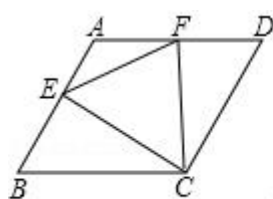


图1

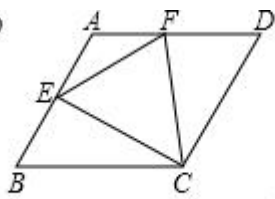


图2

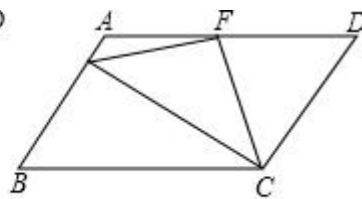


图3

【考点】LO: 四边形综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 分别延长 BA 、 CF 相交于点 P ，证出 $\frac{PA}{PB} = \frac{AF}{BC} = \frac{PF}{PC} = \frac{1}{2}$ ， $PA = AB$

$= 8$ ，得出 $AE = BE = \frac{1}{2}AB = 4$ ， $PE = PA + AE = 12$ ，再根据 $EC = BE \cdot \tan B = 4 \times$

$2 = 8$ ，求出 $PC = \sqrt{PE^2 + EC^2} = 4\sqrt{13}$ ，最后根据在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中， $\angle PEC = 90^\circ$ ，

$PF = \frac{1}{2}PC$ ，即可得出 $EF = \frac{1}{2}PC = 2\sqrt{13}$ ，

(2) 在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中，先求出 $BE = \frac{1}{2}EC$ ，根据 $BC = x$ ， $BE^2 + EC^2 = BC^2$ ，得出 BE

$= \frac{\sqrt{5}}{5}x$ ， $EC = 2BE = \frac{2\sqrt{5}}{5}x$ ， $AE = AB - BE = 8 - \frac{\sqrt{5}}{5}x$ ，求出 $PE = PA + AE = 16$

$- \frac{\sqrt{5}}{5}x$ ，最后由 $PF = \frac{1}{2}PC$ ，得 $y = S_{\triangle EFC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}x (16 - \frac{\sqrt{5}}{5}x)$ ，

(3) 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，根据 F 为边 AD 的中点，得 $AF = DF$

$= \frac{1}{2}AD = 8$ ， $FD = CD$ ， $\angle DFC = \angle DCF$ 。根据 $AB \parallel CD$ ，得 $\angle DCF = \angle P$ ，

$\angle DFC = \angle P$ ，在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中，根据 $\angle PEC = 90^\circ$ ， $PF = \frac{1}{2}PC$ ，得 $EF = PF$ ，

$\angle AEF = \angle P = \angle DCF$ ，最后根据 $\angle EFC = \angle P + \angle PEF = 2\angle PEF$ ，得 $\angle EFD =$

$\angle EFC + \angle DFC = 2\angle AEF + \angle AEF = 3\angle AEF$ ，即可得 $k = 3$ 。

【解答】解：(1) 分别延长 BA 、 CF 相交于点 P ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，

$\because F$ 为边 AD 的中点，

$\therefore \frac{PA}{PB} = \frac{AF}{BC} = \frac{PF}{PC} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore PA = AB = 8$ ，

$\because$ 点 E 是边 AB 的中点，

$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = 4$ ，

$\therefore PE = PA + AE = 12$ ，

$\because CE \perp AB$ ，

$\therefore EC = BE \cdot \tan B = 4 \times 2 = 8$ 。

$\therefore PC = \sqrt{PE^2 + EC^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 4\sqrt{13}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中, $\angle PEC = 90^\circ$, $PF = \frac{1}{2}PC$,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}PC = 2\sqrt{13},$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中,

$$\because \tan B = \frac{EC}{BE} = 2,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}EC,$$

$$\because BC = x, BE^2 + EC^2 = BC^2,$$

$$\therefore BE = \frac{\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore EC = 2BE = \frac{2\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore AE = AB - BE = 8 - \frac{\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore PE = PA + AE = 16 - \frac{\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\because PF = \frac{1}{2}PC,$$

$$\therefore y = S_{\triangle EFC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}x \left(16 - \frac{\sqrt{5}}{5}x \right) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{8\sqrt{5}}{5}x, \quad (0 < x \leq 8\sqrt{5}),$$

(3) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \quad CD = AB = 8, \quad AD = BC = 16,$$

$\because F$ 为边 AD 的中点,

$$\therefore AF = DF = \frac{1}{2}AD = 8,$$

$$\therefore FD = CD,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle DCF,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle P,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle P,$$

在 $\text{Rt}\triangle PEC$ 中, $\angle PEC = 90^\circ$, $PF = \frac{1}{2}PC$,

$$\therefore EF = PF,$$

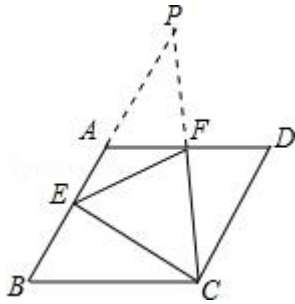
$$\therefore \angle AEF = \angle P = \angle DCF,$$

$$\text{又} \because \angle EFC = \angle P + \angle PEF = 2\angle PEF,$$

$$\therefore \angle EFD = \angle EFC + \angle DFC = 2\angle AEF + \angle AEF = 3\angle AEF,$$

$$\because \angle EFD = k\angle AEF,$$

$$\therefore k = 3.$$



【点评】此题考查了四边形综合，用到的知识点是四边形的性质、勾股定理、解直角三角形、三角形的面积等，关键是做出辅助线，构造直角三角形，求出线段的长．